N. GHERBANOVSCHI
D. BORȘAN
A. COSTESCU
M. PETRESCU-PRAHOVA
M. SANDU

FIZICĂ

X

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

N. GHERBANOVSCHI
D. BORȘAN, A. COSTESCU
M. PETRESCU-PRAHOVA, M. SANDU

Fizică

MANUAL PENTRU CLASA A X-a

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ—BUCUREȘTI

CUPRINS

rtea întîi

ENOMENE TERMICE

pitolul 1. Noţiuni despre structura corpurilor

1.1. Structura discontinuă a substanţei 5
1.2. Principalele legi care dovedesc structura discontinuă a substanţei 5
1.3. Experienţe care evidenţiază mişcarea moleculelor 7
1.4. Unele mărimi legate de structura discretă a substanţei .. 8
1.5. Fenomene termice 10
1.6. Metode de studiu al fenomenelor termice 10

pitolul 2. Noţiuni termodinamice de bază

2.1. Sistem termodinamic. Starea sistemului termodinamic .. 13
2.1.1. Sistem termodinamic 13
2.1.2. Starea sistemului termodinamic. Parametri de stare 13
2.1.3. Starea de echilibru termodinamic 14
2.1.4. Transformări de stare 14
2.1.5. Procese reversibile şi ireversibile 16
2.2. Lucrul mecanic, energia internă şi căldura 17
2.2.1. Lucrul mecanic în termodinamică 17
2.2.2. Lucrul mecanic într-o transformare reversibilă 18
2.2.3. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic 19
2.2.4. Dependenţa lucrului mecanic de transformare 20
2.2.5 Lucrul mecanic într-o transformare ireversibilă 20
2.2.6. Energia internă 21
2.2.7. Lucrul mecanic şi energia internă într-o transformare adiabatică .. 22
2.2.8. Căldura 23
2.3. Temperatura 23
2.3.1. Contactul termic între sisteme termodinamice. Echilibrul termic..... 23
2.3.2. Principiul tranzitivităţii echilibrului termic. Temperatura 24
2.3.3. Ecuaţii de stare 25
2.4. Măsurarea temperaturii 26
2.4.1. Scara Celsius 26
2.4.2. Dispozitive pentru măsurarea temperaturii .. 27
2.5. Legile gazului ideal 31
2.5.1. Legea Boyle-Mariotte 31
2.5.2. Legea Gay-Lussac 32
2.5.3. Legea lui Charles 34
2.5.4. Ecuaţia Clapeyron-Mendeleev 36
2.5.5. Scara de temperatură a gazului ideal 38
2.5.6. Scara termodinamică de temperatură 39
2.5.7. Energia internă a gazului ideal 39

Capitolul 3. Principiile termodinamicii

3.1. Legea conservării şi transformării energiei în procesele mecanice şi termice 42
3.2. Aplicaţii ale primului principiu al termodinamicii 44
3.2.1. Coeficienţi calorici 44
3.2.2. Relaţia lui Robert Mayer 46
3.2.3. Transformările simple ale gazului ideal 48
3.2.4. Măsurări calorimetrice 51
3.3. Principiul al doilea al termodinamicii 54
3.3.1. Lucrul mecanic şi căldura în transformări ciclice 54
3.3.2 Principiul al doilea al termodinamicii în formularea lui W Thomson 55
3.3.3. Lucrul mecanic într-o transformare ciclică bitermă 56
3.3.4. Principiul al doilea al termodinamicii în formularea lui R. Clausius 56
3.3.5. Echivalenţa formulărilor lui Thomson şi Clausius ale principiului al doilea al termodinamicii 57
3.4. Maşini termice 58
3.4.1. Ciclul Carnot 58
3.4.2. Tipuri de motoare termice 59
3.5. Entropia 65

Capitolul 4. Teoria cinetico-moleculară

4.1. Studiul gazului ideal 71
4.1.1. Haosul molecular şi legile statistice 71
4.1.2. Modelul gazului ideal 72
4.1.3. Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare 72
4.1.4. Interpretarea cinetico-moleculară a temperaturii 76
4.2. Grade de libertate. Teorema echipartiţiei energiei 77
4.2.1. Grade de libertate.... 77
4.2.2. Molecula diatomică .. 79
4.2.3. Teorema echipartiţiei energiei 80

4.2.4. Energia internă a gazului ideal monoatomic 81
4.2.5. Ecuaţia termică de stare a gazului ideal 82
4.2.6. Ecuaţia calorică de stare a gazului ideal monoatomic 82
4.2.7. Viteza termică 83
4.2.8. Energia internă a gazului ideal diatomic .. 83
4.3. Forţele intermoleculare 85
4.4. Modele cinetico-moleculare ale stărilor de agregare 85

Capitolul 5. Studiul lichidelor

5.1. Structura lichidelor. Mişcarea termică în lichide 88
5.2. Dilatarea lichidelor 89
5.3. Fenomene superficiale 91
5.3.1. Fenomene de suprafaţă 91
5.3.2. Fenomene capilare.... 95

Capitolul 6. Structura corpurilor solide

6.1. Structura solidelor 97
6.1.1. Mişcarea termică în solide 99
6.2. Dilatarea 99

Capitolul 7. Transformări de fază

7.1. Izotermele lui Andrews. Stare critică. Lichefierea gazelor .. 103
7.1.1. Maşini de lichefiat gaze. Frigiderul 105
7.1.2. Vaporizarea şi condensarea. Diagrama de stare 107
7.2. Topirea şi solidificarea 111
7.3. Sublimarea şi desublimarea.. 112
7.4. Starea triplă a substanţei .. 113
7.5. Variaţia de entropie în transformările de fază 113

Partea a doua

FENOMENE ELECTRICE ŞI MAGNETICE

Capitolul 8. Cîmpul electrostatic

8.1. Interacţiunea electrică. Intensitatea cîmpului electric 117
8.1.1. Sarcina electrică 117
8.1.2. Legea lui Coulomb .. 118
8.1.3. Intensitatea cîmpului electric 119
8.1.4. Fluxul intensităţii cîmpului electric 122
8.1.5. Teorema lui Gauss .. 122
8.1.6. Potenţialul electric .. 124
8.1.7. Conductor izolat în cîmp electrostatic 127
8.1.8. Aplicaţii ale teoremei lui Gauss 128
8.1.9. Capacitatea electrică a unui conductor izolat 134
8.1.10. Capacitatea condensatorului plan 135
8.1.11. Gruparea condensatorilor 137
8.1.12. Dielectrici în cîmp electric 139
8.1.13. Energia cîmpului electric dintre armăturile unui condensator .. 141

Capitolul 9. Curentul electric staţionar

9.1. Curentul electric în conductori metalici 144
9.1.1. Circuitul electric 144
9.1.2. Intensitatea curentului electric 146
9.2. Legile circuitului electric.... 146
9.2.1. Tensiunea electrică. Tensiunea electromotoare 146
9.2.2. Rezistenţa. Rezistivitatea 147
9.2.3. Legea lui Ohm 150
9.2.4. Reostate 151
9.2.5. Legile lui Kirchhoff .. 152
9.2.6. Gruparea rezistoarelor 153
9.3. Energia şi puterea curentului electric 160
9.4. Curentul electric în electroliţi 164
9.4.1. Disociaţia electrolitică 164
9.4.2. Electroliza şi legile ei. 164
Aplicaţiile electrolizei 166

Capitolul 10. Cîmpul magnetic al curentului electric

10.1. Cîmpul magnetic 167
10.2. Acţiunea cîmpului magnetic asupra curentului electric. Inducţia cîmpului magnetic 169
10.3. Fluxul magnetic 172
10.4. Cîmpul magnetic al unor curenţi electrici staţionari .. 173
10.5. Interacţiunea magnetică a curenţilor electrici. Amperul 176
10.6. Forţa Lorentz 183
10.7. Mişcarea purtătorilor de sarcină electrică în cîmp electric şi magnetic 184

Capitolul 11. Inducţia electromagnetică

11.1. Fenomenul de inducţie electromagnetică 187
11.2. Sensul curentului electric indus 190
11.3. Legea inducţiei electromagnetice 191
11.4. Autoinducţia. Inductanţa unui circuit 194
11.5. Cuplajul inductiv a două circuite electrice. Inductanţă mutuală..... 196
11.6. Energia cîmpului magnetic 197
11.7. Proprietăţile magnetice ale substanţei. Aplicaţii 198

Capitolul 12. Curentul alternativ

12.1. Generarea tensiunii electromotoare (t.e.m.) alternative 202
12.1.1. Interpretare electronică 205
12.2. Valoarea efectivă a intensităţii curentului şi tensiunii alternative 207

FENOMENE TERMICE

CAPITOLUL 1

NOŢIUNI DESPRE STRUCTURA CORPURILOR

1.1. STRUCTURA DISCONTINUĂ A SUBSTANŢEI

Problema structurii corpurilor întîlnite în natură l-a preocupat pe om din cele mai vechi timpuri. Încă din antichitate unii filozofi, adepţi ai curentului materialist grec, ca Leucip (aproximativ 500—440 î.e.n.) şi Democrit (aproximativ 460—370 î.e.n) au formulat *concepţia atomistă* despre substanţe. Această concepţie avea la bază ideea că substanţa are o structură granulară, discretă, particulele constituente fiind indivizibile şi eterne. Această concepţie, care a dominat filozofia materialistă mai multe secole, pătrunde de pe plan filozofic în ştiinţă abia pe la începutul secolului al XIX-lea cînd se pun bazele atomismului ştiinţific.

1.2. PRINCIPALELE LEGI CARE DOVEDESC STRUCTURA DISCONTINUĂ A SUBSTANŢEI

O contribuţie esenţială la dezvoltarea concepţiei moderne privind existenţa moleculelor sau atomilor au adus-o experienţele efectuate în chimie în vederea obţinerii compuşilor, în secolele al XVIII-lea şi al XIX-lea. Potrivit acestor experienţe, s-a stabilit că în cazul reacţiilor chimice sînt adevărate cîteva legi.

Legea proporţiilor definite: la formarea unui compus dat, elementele se combină totdeauna între ele într-un raport de masă riguros determinat.

Legea proporţiilor multiple: cînd două elemente pot forma mai mulţi compuşi, atunci cantităţile dintr-un element care se combină cu una şi aceeaşi cantitate din celălalt element se află într-un raport de numere întregi şi mici.

Această lege a fost descoperită de John Dalton (1766—1844) în anul 1803, pe baza rezultatelor experimentale pe care le-a obţinut din studiul compuşilor chimici.

Exemplu: o cantitate de azot de masă M se poate combina cu diferite cantităţi de oxigen de mase m_1, m_2, m_3,..., dînd naştere compuşilor azotului cu oxigenul. Datele obţinute sînt prezentate în tabelul 1.1.

TABELUL 1.1

Compusul	Compoziţia în %		Masa azotului M(g)	Masa oxigenului în g	Raportul dintre masele de oxigen ce se combină cu aceeaşi masă M de azot
	Azot	Oxigen			
Protoxid de azot N_2O	63,7	36,3	1	$m_1 = 0,57$	—
Oxid de azot NO	46,7	53,3	1	$m_2 = 1,14$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,57}{1,14} = \frac{1}{2}$

Tabelul 1.1 (continuare)

Compusul	Compoziția în %		Masa azotului M(g)	Masa oxigenului în g	Raportul dintre masele de oxigen ce se combină cu aceeași masă M de azot
	Azot	Oxigen			
Anhidridă azotoasă N_2O_3	36,8	63,2	1	$m_3 = 1{,}71$	$\frac{m_1}{m_3} = \frac{0{,}57}{1{,}71} = \frac{1}{3}$
Dioxid de azot $2(NO_2)$	30,4	69,6	1	$m_4 = 2{,}28$	$\frac{m_1}{m_4} = \frac{0{,}57}{2{,}28} = \frac{1}{4}$
Anhidridă azotică N_2O_5	25,9	74,1	1	$m_5 = 2{,}85$	$\frac{m_1}{m_5} = \frac{0{,}57}{2{,}85} = \frac{1}{5}$

Din datele prezentate rezultă:

a) rapoartele $\frac{m_1}{m_2}$, $\frac{m_1}{m_3}$, $\frac{m_1}{m_4}$, $\frac{m_1}{m_5}$ sînt exprimate prin rapoarte de numere întregi și mici:

b) $m_2 = 2m_1$, $m_3 = 3m_1$, $m_4 = 4m_1$, $m_5 = 5m_1$, deci cantitățile de oxigen care se combină cu aceeași cantitate (1 g) de azot sînt multipli întregi ai celei mai mici cantități m_1.

Dalton a reușit să explice legea proporțiilor multiple în anul 1808, cînd a formulat o ipoteză care afirmă că:

Fiecare element chimic este format din atomi care nu mai sînt divizibili prin metode chimice. Compușii chimici se obțin prin combinarea atomilor diferitelor elemente chimice, dînd naștere unor „atomi compuși" (aceștia sînt în realitate moleculele).

Să folosim această ipoteză la compușii azotului cu oxigenul (datele din tabelul 1.1). La formarea protoxidului de azot, un număr întreg $n_N = \frac{M}{m_N}$ (m_N — masa atomului de N) de atomi de azot se combină cu un număr întreg de atomi de oxigen $n_O = \frac{m_1}{m_O}$ (m_O — masa atomului de oxigen). La formarea oxidului de azot numărul atomilor de azot n_N rămîne același dar numărul întreg de atomi de oxigen ce intră în reacție va fi $n'_O = \frac{m_2}{m_O}$. Făcînd raportul între numerele de atomi de oxigen n_O și n'_O, care intră în reacție cu același număr de atomi de azot n_N trebuie să se obțină un raport de numere de întregi:

$\frac{n_O}{n'_O} = \frac{m_1}{m_O} \cdot \frac{m_O}{m_2} = \frac{m_1}{m_2}$. Din tabel se observă că $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$, adică raport de numere întregi și mici. Din ipoteza atomistă a lui Dalton rezultă că și pentru ceilalți compuși rapoartele $\frac{m_1}{m_3}$, $\frac{m_1}{m_4}$, $\frac{m_1}{m_5}$ trebuie să se exprime prin rapoarte de numere întregi, adică aceste rapoarte nu pot varia continuu ci în salturi, discontinuu.

Legea lui Dalton a fost verificată pentru toți compușii chimici cunoscuți. Astfel, ipoteza atomistă conform căreia orice substanță (element chimic sau substanță compusă) este formată din atomi, a fost adoptată de către cercetători.

Ulterior ipoteza atomistă a lui Dalton, care nu prevedea formarea moleculelor din atomi identici (și din această cauză nu putea explica legea volumelor a lui Gay-Lussac, formulată în 1805), a fost completată. În anul 1811, fizicianul italian Amedeo Avogadro (1776—1856) a formulat o idee nouă conform căreia și atomii elementelor simple se pot

uni între ei formînd molecule. Admiţînd existenţa moleculelor şi la elementele chimice, Avogadro a formulat legea care îi poartă numele: *volume egale de gaze diferite, aflate în aceleaşi condiţii de temperatură şi presiune, au acelaşi număr de molecule.*

Prin completarea ipotezei atomiste a lui Dalton, făcută de către Avogadro, a fost conturată concepţia atomo-moleculară a substanţei şi s-a impus definitiv concepţia structurii discontinue a substanţei, ai cărei constituenţi de bază sînt atomul şi molecula. Dezvoltarea ulterioară a fizicii a confirmat această ipoteză, demonstrînd că ea reflectă realitatea fizică.

1.3. EXPERIENŢE CARE EVIDENŢIAZĂ MIŞCAREA MOLECULELOR

O serie întreagă de experienţe efectuate cu corpuri, aflate în diferite stări de agregare, au pus în evidenţă faptul că moleculele (atomii) oricărui corp se află într-o mişcare de agitaţie permanentă, dezordonată.

Experienţe

a) Într-un cilindru de sticlă se introduce un gaz colorat, mai greu decît aerul (de exemplu dioxid de azot, un gaz de culoare roşie). Se acoperă cilindrul cu un capac (o placă de metal sau de sticlă). Peste capac se aşază, cu gura în jos, un alt cilindru, identic cu primul, care conţine aer (fig. 1.1). Se scoate cu grijă placa dintre cilindri astfel ca cilindrul de sus să rămînă sprijinit pe cel de jos. După un anumit timp, se constată că cele două gaze se amestecă de la sine. Fenomenul poartă numele de *difuzie*.

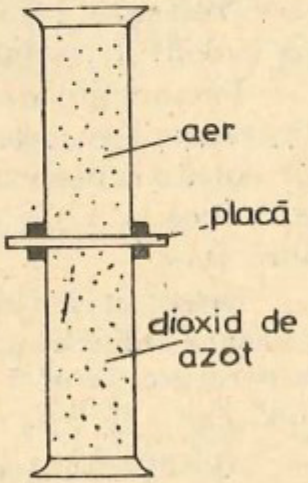


Fig. 1.1. Difuzia gazelor.

Concluzie. Amestecarea celor două gaze s-a realizat datorită mişcării moleculelor de gaz în toate direcţiile, fără să existe o direcţie preferenţială de mişcare. Dacă o asemenea direcţie ar exista, amestecul gazos obţinut nu ar fi colorat uniform.

b) Fenomenul de difuzie la lichide, adică pătrunderea în toate direcţiile a moleculelor unui lichid printre moleculele altui lichid, poate fi observat folosind o soluţie de sulfat de cupru (are culoare albastră) şi apă. Pentru aceasta folosim un vas cu două compartimente, separate de peretele *P* care este prevăzut cu un orificiu *O* (fig. 1.2). Închidem orificiul, turnăm soluţia de sulfat de cupru într-un compartiment al vasului şi apă în celălalt pînă la acelaşi nivel. Dacă deschidem orificiul şi vasul este lăsat în repaus, vom constata după un anumit timp că apa începe să se coloreze, iar intensitatea culorii soluţiei de sulfat scade pînă cînd în ambele compartimente culoarea lichidului va fi aceeaşi. Deoarece nivelul lichidului în cele două compartimente nu s-a modificat, fenomenul îl putem explica numai prin pătrunderea moleculelor de apă printre moleculele de sulfat şi invers. Uniformizarea culorii lichidului din vas este posibilă numai dacă moleculele celor două

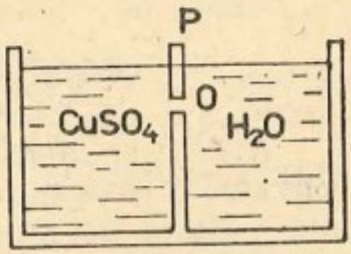


Fig. 1.2. Experienţă pentru observarea difuziei lichidelor.

lichide se răspîndesc în toate direcțiile, adică se mișcă dezordonat. Această experiență pune în evidență mișcarea dezordonată a moleculelor unui lichid în procesul difuziei. Ea nu dă însă nici o informație cu privire la mișcarea moleculelor după ce a încetat procesul de difuzie.

c) *Mișcarea browniană.* O experiență hotărîtoare privind mișcarea continuă și dezordonată a moleculelor unui lichid a fost realizată de botanistul Robert Brown în anul 1828. Brown, observînd la microscop o suspensie coloidală de polen în apă, a constatat că particulele mici de polen participă la o mișcare total dezordonată. Ea este cu atît mai intensă cu cît particulele în suspensie (particule browniene) sînt mai mici, cu cît lichidul este mai puțin vîscos și cu cît temperatura este mai ridicată. Această mișcare perfect dezordonată, numită ulterior *mișcare browniană*, a fost observată nu numai în apă, ci în orice lichid și chiar în gaze. O particularitate deosebită a mișcării browniene este aceea că ea nu încetează niciodată. În interiorul unor eprubete închise (se închid pentru a împiedica evaporarea) mișcarea poate fi observată zile întregi, luni sau ani. Chiar Brown afirma că: ...„această mișcare este eternă și spontană".

Mișcarea browniană poate fi explicată dacă se admite ipoteza că moleculele de lichid se mișcă dezordonat și continuu. În mișcarea lor dezordonată moleculele lichidului ciocnesc particulele de polen. Dacă particula în suspensie este mare, moleculele care o ciocnesc din toate părțile își compensează reciproc contribuțiile și mișcarea browniană nu se observă (fapt verificat experimental). Dacă particula este mică (totuși mult mai mare decît moleculele, deoarece ea poate fi observată la microscop) ciocnirile nu se mai compensează reciproc și, la un moment dat, particula se mișcă în sensul forței rezultante. La un moment ulterior această forță poate să-și schimbe direcția și sensul; astfel particula se va mișca dezordonat.

Fenomenul de difuzie a fost pus în evidență și la suprafața de contact dintre două metale care sînt puternic presate, dovedind că agitația particulelor constituente este specifică și corpurilor solide. La solide, această mișcare se reduce la o mișcare de oscilație a moleculelor în jurul unor poziții de echilibru fixe.

Din experiențele descrise rezultă un fapt care este acceptat în fizică ca o realitate obiectivă, anume: *moleculele oricărui corp, indiferent de starea lui de agregare, se află într-o mișcare permanentă, dezordonată, numită mișcare termică (sau agitație termică).*

Agitația termică nu este produsă de o cauză exterioară (este spontană), ea nu încetează niciodată și crește o dată cu mărirea temperaturii.

1.4. UNELE MĂRIMI LEGATE DE STRUCTURA DISCRETĂ A SUBSTANȚEI

Atomii și moleculele fiind foarte mici, masele lor nu pot fi exprimate convenabil folosind unitățile de masă convenționale. De aceea se folosește o altă unitate de masă față de care masa atomilor sau a moleculelor să fie exprimate, pe cît posibil, cu ajutorul unor numere întregi. În anul 1961 a fost definită, printr-o convenție internațională, această unitate (pînă în 1961 erau folosite alte unități) ca fiind egală cu a 12-a parte din masa atomică a

izotopului de Carbon ($^{12}_{6}C$). Unitatea se notează cu u și se numește unitate atomică de masă, ea are valoarea aproximativă

$$1u = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Putem formula acum cîteva definiții:

1. *Se numește masă atomică relativă numărul care arată de cîte ori masa unui atom este mai mare decît a 12-a parte din masa atomului de carbon* ($^{12}_{6}C$).

2. *Se numește masă moleculară relativă numărul care arată de cîte ori masa unei molecule este mai mare decît a 12-a parte din masa atomului de carbon* ($^{12}_{6}C$).

Ambele mărimi sînt adimensionale.

Dacă notăm cu m_A masa absolută a atomului (moleculei) unei substanțe A și cu m_C masa absolută a atomului de carbon $^{12}_{6}C$, atunci, conform definiției de mai sus, masa atomică (moleculară) relativă m_{rA} a atomului (moleculei) substanței A este:

$$m_{rA} = \frac{m_A}{\frac{1}{12} m_C} = 12 \frac{m_A}{m_C}.$$

În urma măsurătorilor s-a constatat că masa absolută a atomului de hidrogen este de aproximativ 12 ori mai mică decît masa atomului de carbon, astfel că masa atomică relativă a hidrogenului este egală cu 1. Molecula de hidrogen fiind compusă din doi atomi va avea masa relativă egală cu 2. Pentru oxigen, rezultă din măsurători că masa atomică relativă este 16, iar masa moleculară relativă este 32.

Pentru a afla masa moleculară relativă a moleculelor compuse, se însumează masele relative ale atomilor ce compun molecula dată.

Exemplu: masa moleculară relativă a apei (H_2O) este $2 \cdot 1 + 16 = 18$.

3. *Se numește mol (avînd simbol mol) cantitatea de substanță a cărei masă, exprimată în grame, este numeric egală cu masa moleculară relativă a substanței date.*

Exemple: un mol de apă (H_2O) este o cantitate de apă a cărei masă este egală cu 18 g. Un mol de oxigen (O_2) este o cantitate de oxigen a cărei masă este egală cu 32 g.

În Sistemul Internațional de Unități (SI) molul este unitatea de cantitate de substanță.

Un multiplu al molului, frecvent utilizat în probleme, este kilomolul: 1 kmol = 10^3 moli.

Masa unui mol poartă denumirea de masă molară și se notează prin μ. Masa molară are unități de măsură; ea se exprimă în g/mol sau în kg/kmol.

Numărul de molecule cuprinse într-un mol este același, indiferent de natura substanței.

Pentru a demonstra aceasta, să considerăm cîte un mol din substanțe diferite A și B, de mase molare μ_A și μ_B, ale căror molecule au masele absolute m_A, respectiv m_B. Să presupunem inițial că numărul de molecule N_A, conținute într-un mol din substanța A, ar fi diferit de numărul de mo-

lecule N_B conținute într-un mol din substanța B. Evident, $\mu_A = N_A \cdot m_A$ și $\mu_B = N_B \cdot m_B$, adică

$$\frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{N_A}{N_B} \cdot \frac{m_A}{m_B}. \tag{1.1}$$

Dar, din definiția masei molare, rezultă că *numeric* $\mu_A = m_{rA} = \frac{12 m_A}{m_C}$ și $\mu_B = m_{rB} = \frac{12 m_B}{m_C}$.

Așadar,

$$\frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{m_A}{m_B}. \tag{1.2}$$

Comparînd ecuațiile (1.1) și (1.2) rezultă $\frac{N_A}{N_B} = 1$, adică numărul de molecule dintr-un mol este același indiferent de natura substanței.

Numărul de molecule dintr-un mol de substanță se numește numărul lui Avogadro, valoarea lui este $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecule}}{\text{mol}}$ sau

$$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}.$$

Conform legii lui Avogadro, *în aceleași condiții de temperatură și presiune, un mol dintr-un gaz oarecare ocupă același volum.* S-a stabilit experimental, că, independent de natura gazului, în condiții normale ($t = 0°C$ și $p = 1$ atm), volumul unui mol are valoarea

$$V_{\mu 0} = 22{,}42 \frac{\text{l}}{\text{mol}} \left(22{,}42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}\right) = 22{,}42 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}.$$

1.5. FENOMENE TERMICE

Prin *fenomen termic* înțelegem, în general, orice fenomen fizic legat de mișcarea complet dezordonată care se manifestă la nivel molecular. Fenomene fizice cum sînt: variația proprietăților fizice ale substanței la încălzirea sau la răcirea ei, schimbul de căldură dintre corpurile încălzite diferit, transformarea căldurii (obținută prin arderea combustibililor) în lucru mecanic, transformarea lucrului mecanic în căldură, trecerea unui corp dintr-o stare de agregare în alta ș.a. constituie exemple de fenomene termice.

1.6. METODE DE STUDIU AL FENOMENELOR TERMICE

Fenomenele termice sînt studiate cu ajutorul: a) termodinamicii și b) teoriei cinetico-moleculare.

Termodinamica studiază fenomenele termice fără a ține seama de structura intimă, atomo-moleculară a corpurilor. Ea nu studiază mecanismul intim al fenomenelor, din această cauză, nu folosește reprezentările structurale ale corpurilor. Ea studiază, pe cale experimentală, fenomenele la care participă

corpuri ale căror dimensiuni sînt perceptibile și obișnuite pentru om. Asemenea corpuri (formate dintr-un număr foarte mare dar finit de molecule sau atomi) poartă denumirea de corpuri macroscopice, iar fenomenele ce au loc în aceste corpuri se numesc fenomene macroscopice (în limba greacă macros înseamnă mare, micros — mic). Gazul închis într-un vas, apa dintr-un pahar, un grăunte de nisip, o piatră, o tijă metalică, Pămîntul, sînt exemple de corpuri macroscopice. Termodinamica folosește numai mărimi care pot fi măsurate direct (presiunea, volumul ș.a.) sau care pot fi calculate cu ajutorul altor mărimi ce pot fi stabilite pe cale experimentală. În felul acesta, concluziile termodinamicii sînt independente de reprezentările pe care noi le avem cu privire la structura corpurilor și din această cauză au o valoare incontestabilă.

Teoria cinetico-moleculară studiază procesele termice cît și proprietățile corpurilor macroscopice folosind o ipoteză cu privire la structura intimă a corpurilor, anume: se consideră că orice corp macroscopic (indiferent de starea de agregare în care se află) este format dintr-un număr foarte mare de atomi sau molecule, iar mișcarea acestora se supune legilor mecanicii clasice. Pornind de la această ipoteză și folosindu-se anumite modele structurale pentru corpurile macroscopice, aflate în diferite stări de agregare, s-a reușit la sfîrșitul secolului al XIX-lea să se elaboreze o teorie bine închegată a fenomenelor termice și a sistemelor fizice macroscopice, care a primit denumirea de *teoria cinetico-moleculară*.

PROBLEME REZOLVATE

1. Să se afle numărul de molecule conținute: a) într-un volum $V = 1$ m³ hidrogen aflat în condiții normale de temperatură și presiune și b) într-o masă $m = 1$ kg de hidrogen. Să se afle, de asemenea, masa unei molecule de hidrogen și masa unui atom.

Rezolvare

a) Volumul unui kmol de hidrogen în condiții normale este $V_{\mu 0} = 22{,}4$ m³/kmol. În el este conținut un număr de molecule egal cu numărul lui Avogadro $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ molec/kmol. În unitatea de volum de hidrogen vom avea $N_0 = \frac{N_A}{V_{\mu 0}}$, iar într-un volum V:

$$N = V \cdot N_0 = 1 \text{ m}^3 \frac{6{,}023 \cdot 10^{26} \text{ molec/kmol}}{22{,}4 \text{ m}^3/\text{kmol}} = 2{,}69 \cdot 10^{25} \text{ molecule.}$$

b) Numărul de molecule ce revin unității de masă este $N_m = \frac{N_A}{\mu}$, iar pentru o masă m, avem $N = m\frac{N_A}{\mu} = 1 \text{ kg} \frac{6{,}023 \cdot 10^{26} \text{ molec/kmol}}{2 \text{ kg/kmol}} = 3{,}011 \cdot 10^{26}$ molecule. Masa unei molecule de hidrogen

$$m_{H_2} = \frac{\mu}{N_A} = \frac{2 \text{ kg/kmol}}{6{,}023 \cdot 10^{26} \text{ molec/kmol}} = 3{,}3 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Molecula de hidrogen este formată din doi atomi, deci pentru masa atomului de hidrogen,

$$m_H = \frac{m_{H_2}}{2} = 1{,}65 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

2. Să se afle: a) numărul de molecule conținute într-o masă $m = 1$ g de apă; b) raza unei molecule (molecula fiind considerată sferică).

Rezolvare

a) Numărul de kilomoli de apă va fi

$$\nu = \frac{m}{\mu_{H_2O}} = \frac{10^{-3}\ \text{kg}}{18\ \text{kg/kmol}} = \frac{10^{-3}}{18}\ \text{kmoli}.$$

Înmulțind ν cu numărul lui Avogadro, obținem valoarea numărului căutat

$$N = \nu N_A = \frac{10^{-3}\ \text{kmol}}{18} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{26}\ \frac{\text{molec}}{\text{kmol}} = 3{,}34 \cdot 10^{22}\ \text{molecule}.$$

b) Densitatea apei $\rho = 1$ g/1 cm^3, adică 1 g de apă ocupă un volum egal cu 1 cm^3. Deci volumul ocupat de N molecule este $V = 1$ cm^3. Atunci unei singure molecule îi revine volumul $v = \frac{V}{N} \simeq 3 \cdot 10^{-23}$ cm^3. Considerînd molecula de apă de formă sferică și considerînd că ocupă în întregime volumul v ce îi revine, se obține următoarea valoare pentru raza moleculei:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\,\frac{v}{\pi}} \approx 1{,}9 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Să se calculeze numărul de molecule aflate într-un volum $V = 1$ m^3 de oxigen, azot, heliu în condiții normale de temperatură și presiune. Cum depinde acest număr de natura gazului?

R: $N = N_A \frac{V}{V_{\mu 0}} = 2{,}7 \cdot 10^{25}$ molecule; nu depinde.

2. Să se calculeze numărul de molecule cuprinse într-o masă $m = 1$ kg de oxigen, azot, heliu.

R: $N_{O_2} = m \frac{N_A}{\mu_{O_2}} = 1{,}88 \cdot 10^{25}$; $N_{N_2} = 2{,}15 \cdot 10^{25}$; $N_{He} = 1{,}5 \cdot 10^{26}$ molecule.

3. Să se afle masa moleculară și masa unei molecule de acetilenă (C_2H_2).

R: $\mu = 26$ kg/kmol; $m_0 = \frac{\mu}{N_A} = 4{,}3 \cdot 10^{-26}$ kg.

4. Să se afle masa unei molecule și densitatea propanului (C_3H_8) aflat în condiții normale de temperatură și presiune.

R: $m_0 = \frac{\mu}{N_A} = 7{,}3 \cdot 10^{-26}$ kg; $\rho = m_0 \frac{N_A}{V_{\mu 0}} = 1{,}97$ kg/m^3.

5. Să se calculeze lungimea unui „lanț" ce s-ar obține dacă moleculele conținute de o masă $m = 1$ mg de apă sînt așezate în linie, una în contact cu alta (molecule sferice). De cîte ori poate fi înconjurat Pămîntul pe la ecuator cu acest „lanț" molecular? Diametrul moleculei de apă $d = 3{,}8 \cdot 10^{-10}$ m, lungimea cercului ecuatorial $L = 4 \cdot 10^7$ m.

R: $L' = \frac{m}{\mu} N_A d = 1{,}27 \cdot 10^{10}$ m; $n = \frac{L'}{L} \approx 318$ ori.

CAPITOLUL 2

NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ

2.1. SISTEM TERMODINAMIC. STĂREA SISTEMULUI TERMODINAMIC

2.1.1. **Sistem termodinamic.** Noțiunile de bază ale termodinamicii sînt stabilite nemijlocit din activitatea experimentală. Dintre ele amintim: sistemul termodinamic, starea sistemului, procesul termodinamic, energia internă, lucrul mecanic, căldura, temperatura. Cu aceste noțiuni vom face cunoștință la început.

Numim sistem orice corp macroscopic sau ansamblu bine precizat de corpuri macroscopice.

Din sistem pot face parte un număr oarecare de corpuri, care pot fi chimic pure sau amestecuri de substanțe. Separarea mintală, convenabil aleasă, a obiectelor care aparțin sistemului de obiectele care nu îi aparțin, nu înseamnă că reprezentăm sistemul considerat ca fiind izolat de restul lumii. În mod esențial, în termodinamică se ia în considerație interacția dintre sistem și corpurile înconjurătoare, această interacție constituind, de fapt, obiectul de studiu al termodinamicii. Deși noțiunea de sistem nu este proprie doar termodinamicii, ea intervenind în studiul oricărui capitol al fizicii, în continuare vom folosi termenul de sistem termodinamic.

Un gaz închis într-un cilindru cu piston, apa dintr-un vas, o bară metalică, amestecul de apă cu gheață sau apa împreună cu vaporii săi ș.a. constituie exemple de sisteme termodinamice.

Corpurile care nu fac parte din sistemul termodinamic poartă numele de *corpuri exterioare* sau *mediu exterior*. Dacă sistemul termodinamic considerat *nu* interacționează și nu există nici schimb de masă cu corpurile exterioare se numește *sistem izolat*. Noțiunea de sistem izolat este o idealizare fizică. În natură sisteme termodinamice izolate nu există. Însă, în multe cazuri, acțiunile exterioare pot fi neglijate; cu ajutorul unor învelișuri speciale, acțiunile exterioare pot fi micșorate atît de mult încît să poată fi neglijate. Sistemul termodinamic se numește *neizolat* dacă interacționează cu corpurile exterioare. Pentru exemplificare, să luăm un gaz închis într-un cilindru cu piston mobil. Dacă considerăm sistemul format din gaz plus cilindrul cu piston, atunci el poate fi izolat sau neizolat în funcție de felul cum interacționează cu corpurile exterioare. Dacă drept sistem considerăm numai gazul, atunci cilindrul și pistonul vor fi corpuri exterioare sistemului. În acest caz, sistemul nu poate fi izolat, deoarece gazul interacționează cu cilindrul (exercită presiune).

Sistemul termodinamic se numește *închis*, dacă între el și mediul exterior există schimb de energie dar nu există schimb de masă.

Sistemul se numește *deschis*, dacă între el și mediul exterior există atît schimb de energie cît și schimb de masă.

2.1.2. **Starea sistemului termodinamic. Parametri de stare.** Sistemul termodinamic poate avea diferite proprietăți, în funcție de condițiile exterioare în care se află.

Prin definiție, *numim stare a unui sistem totalitatea proprietăților lui la un moment dat.*

Starea sistemului termodinamic este determinată de *un ansamblu* de mărimi fizice măsurabile, care poartă numele de *parametri de stare* (denumirea

lor provine de la cuvîntul parametron care în limba greacă înseamnă măsurabil). *Parametrii de stare caracterizează proprietățile sistemului termodinamic.*

Parametrii de stare își modifică valoarea atunci cînd condițiile exterioare se schimbă. Dar nu toți parametrii de stare, ce caracterizează diferitele proprietăți ale sistemului, au valori independente. Între aceste mărimi există diferite relații. Parametrii de stare pot fi clasificați în două categorii: unii pot lua valori arbitrare, ei putînd fi aleși ca parametri independenți; ceilalți parametri de stare pot fi exprimați în funcție de parametrii din prima categorie, prin folosirea unor relații presupuse cunoscute.

Pentru un fluid se pot alege ca parametri independenți, de exemplu, presiunea p a fluidului și volumul V al acestuia care descriu complet starea de echilibru a fluidului.

2.1.3. **Starea de echilibru termodinamic.** Starea unui sistem termodinamic se numește *stare de echilibru termodinamic*, dacă toți parametrii care o caracterizează *nu* se modifică în timp. Altfel spus, parametrii de stare sînt constanți în timp. Termodinamica studiază, în principal, sistemele termodinamice aflate în stare de echilibru termodinamic, precum și transformările între astfel de stări.

Starea unui sistem termodinamic se numește stare de *neechilibru*, dacă parametrii de stare se modifică în timp.

Se poate întîmpla ca proprietățile unui sistem să se modifice chiar dacă acesta se află în condiții exterioare constante în timp. Experiența arată însă că întotdeauna, după un interval de timp mai lung sau mai scurt, sistemul atinge o stare de echilibru termodinamic. Această afirmație mai este numită și „principiul echilibrului". Starea de echilibru termodinamic a unui fluid, care este complet descrisă de volumul V și presiunea p, poate fi reprezentată grafic printr-un punct într-un plan de coordonate V și p, numite coordonate Clapeyron (fig. 2.1). Un asemenea punct reprezentativ este univoc determinat de parametrii de stare (coordonatele punctului) care au valori constante pentru tot sistemul.

2.1.4. **Transformări de stare** *Trecerea sistemului dintr-o stare în alta se numește proces sau transformare de stare.* În decursul unei transformări, unul sau mai mulți parametri de stare variază în timp.

Transformarea se numește *cvasistatică*, dacă parametrii de stare variază în timp atît de lent încît, la orice moment, sistemul să poată fi considerat în echilibru. Transformările cvasistatice pot fi reprezentate grafic. Dacă starea inițială este reprezentată prin punctul 1 (fig. 2.2) și starea finală prin punctul 2, atunci curba 1—2 (locul geometric al stărilor) reprezintă graficul transformării prin care sistemul trece din starea de echilibru 1 în starea de echilibru 2. Toate punctele de pe curba 1—2 reprezintă stări de echilibru ale sistemului.

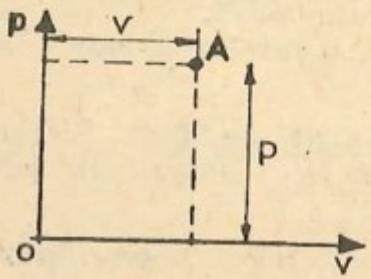


Fig. 2.1. Reprezentarea grafică a unei stări de echilibru.

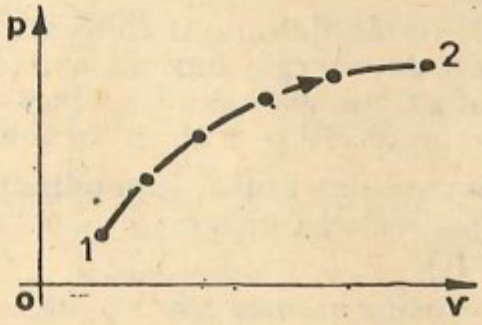


Fig. 2.2. Reprezentarea unui proces cvasistatic.

Procesele naturale *nu* sînt procese cvasistatice. Procesul cvasistatic este o abstracție științifică, un caz ideal, foarte util însă pentru a înțelege esența fenomenelor.

O transformare cvasistatică a unui sistem termodinamic se realizează practic atunci cînd parametrii de stare se modifică în fiecare moment atît de puțin încît această modificare să provoace numai o abatere foarte mică a sistemului de la starea de echilibru. În asemenea cazuri se spune că parametrii variază infinit de lent. De exemplu, procesul de comprimare a unui gaz închis într-un cilindru cu piston este cvasistatic, dacă creșterea presiunii externe este lentă, deplasarea pistonului făcîndu-se foarte încet. Este evident că acest lucru este posibil dacă presiunea exterioară p_e care se exercită pe suprafața pistonului este aproximativ egală cu presiunea p a gazului închis în cilindru. Așadar, pentru ca procesul de comprimare a gazului să decurgă cvasistatic este necesar să fie îndeplinită condiția $p_e \simeq p$ în orice stare intermediară prin care trece gazul. Deoarece presiunea exterioară variază în timpul comprimării de la o valoare inițială p_{1e} la o valoare finală p_{2e}, presiunea p a gazului variază corespunzător, astfel încît la orice moment de timp să fie egală cu presiunea exterioară (fig. 2.3 *a*, *b*, *c*). În starea finală de echilibru, egalitatea presiunilor este riguros adevărată.

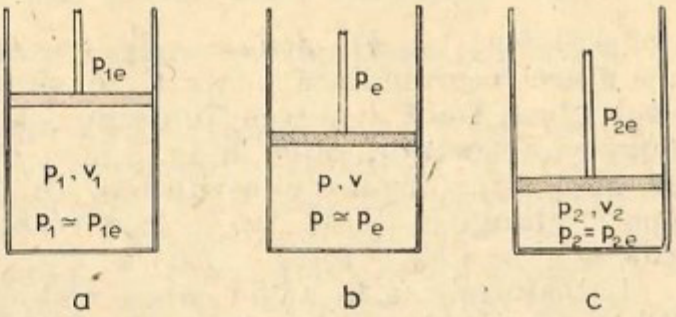


Fig. 2.3. Proces termic cvasistatic.

Fie acum un sistem format dintr-un resort elastic de masă neglijabilă, de lungime l_0 și de constantă elastică k, și un taler de masă M (fig. 2.4, *a*). În starea inițială de echilibru, forța elastică $F_e = k\Delta l_0$ (unde Δl_0 este alungirea resortului față de lungimea sa inițială l_0) echilibrează greutatea Mg a talerului. Să presupunem acum că pe taler turnăm nisip, astfel încît masa de nisip acumulată pe taler să crească foarte lent. În acest caz, alungirea resortului se face astfel încît la orice moment de timp forța elastică $|\vec{F}_e|$ este aproxi-

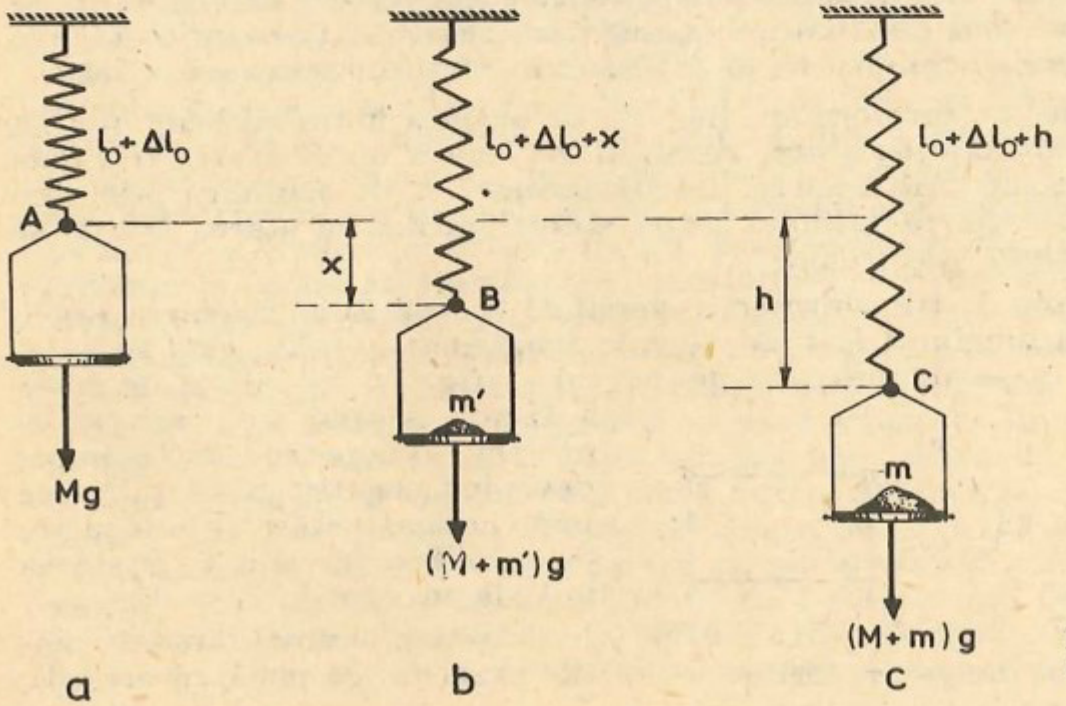


Fig. 2.4. Proces mecanic cvasistatic.

mativ egală cu greutatea $(M + m')g$, unde m' este masa nisipului aflat pe taler la acel moment. Dacă notăm $\Delta l_0 + x$ alungirea resortului într-o stare oarecare (fig. 2.4, *b*), atunci $|\vec{F}_e| = k(\Delta l_0 + x) \approx (M + m')g$, astfel încît orice stare intermediară poate fi considerată cu o bună aproximație ca fiind de echilibru. Dacă în starea finală pe taler vom avea o masă de nisip m, atunci alungirea resortului pînă la lungimea finală $l_0 + \Delta l_0 + h$ poate fi considerată ca o transformare cvasistatică. În starea finală, forța elastică corespunzătoare alungirii finale $\Delta l_0 + h$ a resortului echilibrează greutatea totală: $k(\Delta l_0 + h) = (M + m)g$.

Transformarea în urma căreia sistemul termodinamic trece dintr-o stare inițială de echilibru într-o stare de echilibru finală, fără a trece succesiv prin stări intermediare de echilibru, se numește transformare *necvasistatică*. Transformările necvasistatice nu pot fi reprezentate grafic.

Dacă pe talerul din figura 2.4, *a* se așază dintr-o dată o masă m, egală cu masa de nisip din starea finală, atunci resortul se alungește brusc și după un anumit timp își atinge starea finală de echilibru cînd alungirea sa este tot $\Delta l_0 + h$, conform condiției $k(\Delta l_0 + h) = (M + m)g$. În acest exemplu, stările intermediare nu mai pot fi considerate ca stări de echilibru. Într-adevăr, pentru o alungire intermediară oarecare, forța elastică este mult mai mică decît $k(\Delta l_0 + h)$, deci este mult diferită de greutatea $(M + m)g$ care acționează în orice stare intermediară. O asemenea alungire a resortului pînă la lungimea finală $l_0 + \Delta l_0 + h$ constituie o transformare necvasistatică.

Transformarea este numită ciclică dacă starea finală a sistemului termodinamic coincide cu starea sa inițială.

În figura 2.5 sînt reprezentate două exemple de transformări cvasistatice ciclice.

2.1.5. **Procese reversibile și ireversibile.** Să considerăm că după comprimarea cvasistatică a gazului închis în cilindrul cu piston (procesul este reprezentat în figura 2.3), presiunea exterioară scade lent de la valoarea p_{2e} la valoarea p_{1e}. Gazul se va dilata. Deoarece din nou este îndeplinită condiția $p \simeq p_e$, procesul de dilatare este cvasistatic, adică orice stare intermediară a gazului în procesul de dilatare poate fi considerată o stare de echilibru. Se observă că în procesul de dilatare cvasistatică sistemul trece prin *aceleași* stări intermediare de echilibru ca în procesul de comprimare cvasistatică.

Prin definiție, o transformare în care în urma schimbării semnului de variație al parametrilor de stare, sistemul evoluează de la starea finală la starea inițială trecînd prin aceleași stări intermediare de echilibru prin care a trecut în transformarea primară de la starea inițială la starea finală, se numește *transformare reversibilă*.

Un alt exemplu de transformare reversibilă îl constituie revenirea resortului elastic de la lungimea $l_0 + \Delta l_0 + h$ la lungimea $l_0 + \Delta l_0$, cînd se îndepărtează treptat masa de nisip m de pe taler (fig. 2.4, *c*). Masa de nisip scăzînd, semnul de variație al acestui parametru se schimbă, devenind negativ. Sistemul trece prin aceleași stări intermediare de echilibru, revenind în starea inițială în care $k\Delta l_0 = Mg$.

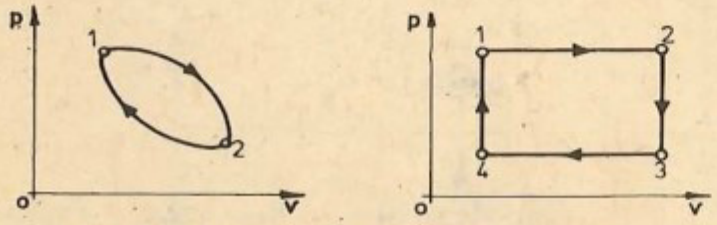


Fig. 2.5. Exemple de procese ciclice.

Așadar, numai transformările cvasistatice pot fi reversibile,

deoarece numai înşiruirea continuă de stări intermediare de echilibru poate fi parcursă în ambele sensuri, atunci cînd semnul de variaţie al parametrilor de stare se modifică.

Considerăm şi cîteva exemple de sisteme termodinamice care participă la transformări necvasistatice.

1. Să presupunem că înlăturăm brusc masa m de pe talerul din figura 2.4, *c*. După un anumit interval de timp, sistemul îşi va atinge starea de echilibru în care resortul are lungimea $l_0 + \Delta l_0$ (fig. 2.4, *a*), şi forţa elastică echilibrează greutatea talerului. Stările intermediare prin care trece sistemul nu sînt însă stări de echilibru, deoarece forţa elastică, în oricare din aceste stări, întrece cu mult forţa de greutate a talerului Mg, care este fixă. Este evident, totodată, că stările intermediare de neechilibru nu coincid cu cele prin care a trecut sistemul cînd pe taler s-a adăugat brusc masa m. Această transformare nu este deci reversibilă.

2. Fie un cilindru închis la ambele capete, împărţit în două compartimente cu ajutorul unui piston subţire, iniţial blocat. Într-un compartiment se află aer la o presiune oarecare, iar celălalt compartiment este vidat (s-a scos aerul). Dacă pistonul este apoi deblocat, aerul se va destinde brusc, împingînd pistonul spre extremitatea cilindrului, şi va ocupa în întregime volumul cilindrului. În procesul de destindere a gazului, la orice moment de timp, presiunea gazului este mai mare decît presiunea exterioară, care evident este egală cu zero. Procesul de destindere este necvasistatic, deci nu este reversibil. Prin definiţie, transformările care nu sînt reversibile se numesc *ireversibile*.

Transformările necvasistatice sînt transformări ireversibile.

Toate experienţele şi întreaga practică a omului arată că procesele din natură sînt *ireversibile*, adică se desfăşoară într-un anumit sens şi nu se pot desfăşura *de la sine* (fără acţiune din exterior) în sens opus.

2.2. LUCRUL MECANIC, ENERGIA INTERNĂ ŞI CĂLDURA

2.2.1. **Lucrul mecanic în termodinamică.** În termodinamică, ca şi în orice alt capitol al fizicii, interacţia dintre sistemul considerat şi lumea înconjurătoare prezintă un interes deosebit. Unul dintre cele mai importante tipuri de interacţie este cel datorat existenţei unor forţe exercitate de lumea înconjurătoare asupra sistemului considerat. Aceste forţe exercitate din exterior provoacă acţiuni mecanice în urma cărora fie starea de echilibru termodinamic a sistemului nu se modifică, forţele exterioare realizînd doar o deplasare mecanică a întregului sistem, fie sistemul *părăseşte starea de echilibru termodinamic* începînd să efectueze o transformare în care anumiţi parametri de stare ce caracterizează dimensiunile sistemului (cum ar fi volumul gazului sau lungimea resortului elastic) variază în timp. În ambele cazuri, forţele exterioare efectuează un lucru mecanic asupra sistemului, însă pentru termodinamică prezintă interes numai lucrul mecanic schimbat de sistem cu exteriorul în cursul unei *transformări*, adică atunci cînd starea de echilibru se strică. Cealaltă situaţie, în care se realizează numai deplasarea de ansamblu a sistemului, fără modificarea stării de echilibru, se studiază în cadrul mecanicii.

Parametrii de stare care depind de dimensiunile sistemului şi ale căror variaţii în timp ne arată că sistemul părăseşte starea de echilibru în urma schimbului de lucru mecanic cu exteriorul, permiţîndu-ne totodată să evaluăm acest lucru mecanic dacă cunoaştem forţele exterioare, sînt numiti

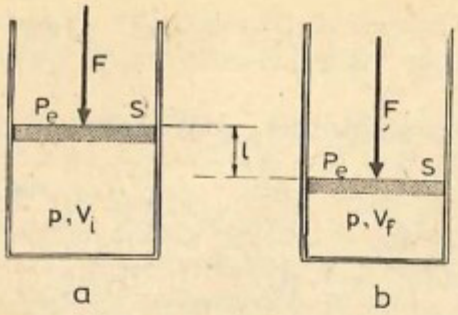


Fig. 2.6. Lucrul mecanic într-o transformare izobară.

parametri de poziţie. În general, variaţia parametrilor de poziţie indică deplasarea punctelor de aplicaţie ale forţelor exterioare care acţionează asupra sistemului.

Definiţia lucrului mecanic se cunoaşte din mecanică: dacă forţa F, al cărei punct de aplicaţie se deplasează pe distanţa l, nu variază nici în modul, nici în orientare în cursul transformării, lucrul mecanic efectuat de forţă este

$$L_1 = F \cdot l \cdot \cos \alpha,$$

unde α este unghiul dintre direcţia forţei şi cea a deplasării.

Să evaluăm acum lucrul mecanic efectuat de o forţă exterioară $\vec{F}$ care provoacă o variaţie a volumului sistemului. Să considerăm că sistemul este format dintr-un gaz care se află într-un cilindru cu piston de suprafaţă S, de greutate neglijabilă şi care poate aluneca fără frecare (fig. 2.6, *a*). Dacă presupunem că forţa exterioară rămîne constantă în tot timpul deplasării l, cînd gazul este comprimat de la volumul iniţial V_i la volumul final V_f (fig. 2.6, *b*), lucrul mecanic efectuat de forţa *exterioară* F este $L_1 = F \cdot l$. Avînd în vedere că presiunea externă este $p_e = \frac{F}{S}$, obţinem:

$$L_1 = p_e S l = p_e(V_i - V_f) = -p_e \cdot \Delta V,$$

unde $\Delta V = V_f - V_i$ este variaţia volumului gazului. Evident, în cazul comprimării $\Delta V < 0$, deci $L_1 > 0$.

Dacă gazul s-ar fi dilatat, atunci $\Delta V > 0$ şi $L_1 < 0$ corespunzător faptului că în acest caz deplasarea l are un sens opus forţei externe F, deci $\alpha = \pi$ şi $L_1 = -F \cdot l < 0$. Se observă că acest caz corespunde situaţiei în care sistemul execută un lucru mecanic care este primit de lumea înconjurătoare din care face parte şi pistonul.

Prin convenţie, lucrul mecanic L primit de sistem din exterior se consideră negativ, iar lucrul mecanic L cedat de sistem exteriorului se consideră pozitiv. Cu această convenţie trebuie considerat $L = -L_1$, deci:

$$L = p_e \cdot \Delta V = p_e(V_f - V_i). \tag{2.1}$$

2.2.2. **Lucrul mecanic într-o transformare reversibilă.** Dacă transformarea la presiune exterioară constantă, numită şi transformare izobară, este cvasistatică (reversibilă), atunci presiunea gazului $p \simeq p_e$ şi ecuaţia (2.1) poate fi scrisă

$$L_{rev} = p\Delta V = p(V_f - V_i) \tag{2.2}$$

în formula lucrului mecanic intervenind acum presiunea gazului. Totodată, pentru a evidenţia caracterul reversibil al transformării, am notat lucrul mecanic cu L_{rev}.

Într-o transformare izobară reversibilă în care readucem sistemul de la volumul V_f la V_i, deci revenim la starea iniţială (transformare ciclică), lucrul mecanic schimbat de sistem cu exteriorul va fi:

$$L_{rev}^{i \to i} = L_{rev}^{i \to f} + L_{rev}^{f \to i} = p(V_f - V_i) + p(V_i - V_f) = 0. \tag{2.3}$$

Dacă considerăm acum sistemul format din resortul elastic şi talerul de masă M din figura 2.4 şi vrem să evaluăm lucrul mecanic $L_{1rev}^{A \to C}$ efectuat de cîmpul gravitaţional atunci cînd resortul se alungeşte cvasistatic (reversibil) de la lungimea $l_0 + \Delta l_0$ (starea de echilibru A) la lungimea $l_0 + \Delta l_0 + h$ (starea de echilibru C), este suficient să avem în vedere că egalitatea dintre forţa de greutate şi forţa elastică implică egalitatea lucrurilor

mecanice efectuate de aceste forțe, deci $L_{1rev}^{A\to C}$ este egal cu variația energiei potențiale elastice a resortului. Prin urmare

$$L_{1rev}^{A\to C} = \frac{k}{2}(\Delta l_0 + h)^2 - \frac{k}{2}(\Delta l_0)^2 = kh\left(\Delta l_0 + \frac{h}{2}\right) > 0,$$

deci lucrul mecanic primit de sistem va fi $L_{rev}^{A\to C} = -L_{1rev}^{A\to C} < 0$.

Îndepărtînd acum foarte lent masa de nisip de pe taler, sistemul este adus cvasistatic în starea inițială A. De data aceasta lucrul mecanic este efectuat de către resortul elastic, adică de sistem, deplasarea avînd sens contrar forței de greutate. Lucrul mecanic al forței de greutate este

$$L_{1rev}^{C\to A} = \frac{k}{2}(\Delta l_0)^2 - \frac{k}{2}(\Delta l_0 + h)^2 = -L_{1rev}^{A\to C} < 0, \text{ iar } L_{1rev}^{C\to A} = -L_{rev}^{C\to A}, \text{ deci}$$

$$L_{rev}^{C\to A} = -L_{rev}^{A\to C} > 0.$$

Pentru transformarea ciclică ACA, lucrul mecanic schimbat de sistem cu cîmpul gravitațional va fi:

$$L_{rev}^{ACA} = L_{rev}^{A\to C} + L_{rev}^{C\to A} = 0. \tag{2.4}$$

Se observă că, în ambele cazuri studiate, lucrul mecanic L_{rev} se calculează în funcție de variația ΔV a volumului V al gazului sau, respectiv, de variația $\Delta l_0 + h$ a lungimii l_0 a resortului elastic. Din acest motiv, volumul V și lungimea l_0 sînt parametrii de poziție care descriu stările sistemelor considerate. Dacă parametrii de poziție sînt ficși, sistemul nu schimbă lucrul mecanic cu exteriorul, deoarece în acest caz punctele de aplicație ale forțelor nu se deplasează.

2.2.3. **Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.** Reprezentînd grafic destinderea izobară cvasistatică (reversibilă) a gazului în coordonate $V - p$, se obține dreapta 1—2 din figura 2.7. După cum am văzut, lucrul mecanic efectuat în această transformare este $L = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$. După cum se observă din grafic, produsul $p \cdot \Delta V$ este egal cu aria dreptunghiului hașurat și care este format din izobara 1—2, segmentul $(V_2 - V_1)$ și ordonatele corespunzătoare lui V_1 și V_2. Înseamnă că valoarea numerică a lucrului mecanic este egală cu aria suprafeței hașurate. Acest rezultat constituie tocmai interpretarea geometrică a lucrului mecanic.

În general se poate arăta că lucrul mecanic la destinderea cvasistatică a unui gaz de la volumul V_1 la volumul V_2, indiferent cum variază presiunea, este numeric egal cu aria delimitată de curba $p = p(V)$ a procesului, segmentul $(V_2 - V_1)$ și ordonatele $p_1 = p(V_1)$ și $p_2 = p(V_2)$ corespunzătoare lui V_1 și V_2 (fig. 2.8).

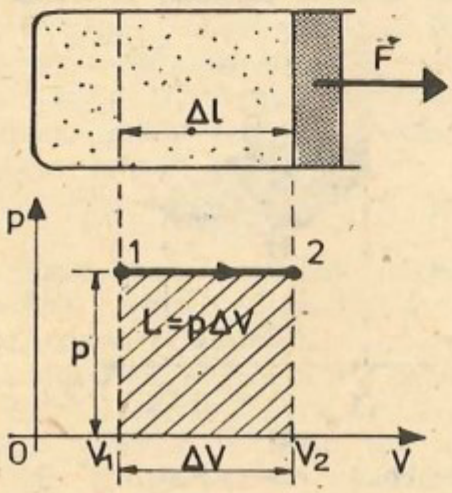
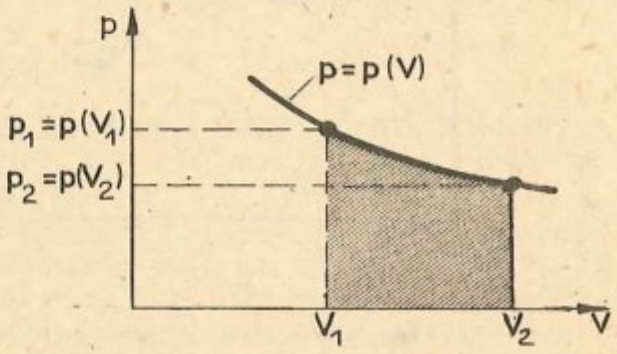


Fig. 2.7. Lucrul mecanic într-o destindere izobară cvasistatică.

Fig. 2.8. Lucrul mecanic în transformarea reversibilă.



Atunci, pentru transformarea reversibilă ciclică reprezentată în figura 2.9, *b*, L_{rev}^{ABC} este numeric egal cu aria suprafeței $ABCV_2V_1$, iar L_{rev}^{ADC} este dat de aria suprafeței $ADCV_2V_1$. Prin urmare

$$L_{rev}^{ABCDA} = L_{rev}^{ABC} + L_{rev}^{CDA} = L_{rev}^{ABC} - L_{rev}^{ADC} =$$
$$= \text{aria}\,(ABCV_2V_1) - \text{aria}\,(ACDV_1V_2).$$

Rezultă imediat că, numeric:

$$L_{rev}^{ABCDA} = aria\,(ABCDA). \tag{2.5}$$

2.2.4. **Dependența lucrului mecanic de transformare.** Cele două transformări ciclice reversibile considerate anterior corespund situației particulare în care revenirea la starea inițială se face exact prin aceleași stări intermediare de echilibru în care trece sistemul în transformarea directă $(i) \to (f)$, respectiv $A \to C$. În asemenea situații, întotdeauna $L_{rev}^{A\to C} = -L_{rev}^{C\to A}$ sau $L_{rev}^{ABC} = -L_{rev}^{CBA}$, unde B este o stare intermediară oarecare. Atunci, pentru transformarea ciclică $ABCBA$ reprezentată în coordonate $V - p$ (fig. 2.9, *a*), avem:

$$L_{rev}^{ABCBA} = L_{rev}^{ABC} + L_{rev}^{CBA} = 0.$$

În cazul general, revenirea de la starea C la starea inițială A se poate face prin alte stări intermediare de echilibru decît cele conținute pe curba ABC din planul $V - p$, de exemplu prin stările intermediare de echilibru de pe curba CDA (fig. 2.9, *b*). Transformarea ciclică $ABCDA$ este reversibilă deoarece ciclul poate fi parcurs și în sensul $ADCBA$, trecîndu-se prin aceleași stări intermediare de echilibru ca în prima transformare. Evident,

$$L_{rev}^{ABCDA} = L_{rev}^{ABC} + L_{rev}^{CDA}. \tag{2.6}$$

L_{ABCDA} este numeric egal cu aria suprafeței haşurate din figura 2.9, *b*, deci $L_{ABCDA} \neq 0$, adică, în cazul general, lucrul mecanic într-o transformare ciclică reversibilă este nenul. Așadar din relația 2.5 rezultă $L_{rev}^{ABC} + L_{rev}^{CDA} \neq 0$. Deoarece $L_{rev}^{CDA} = -L_{rev}^{ADC}$, se obține $L_{rev}^{ABC} - L_{rev}^{ADC} \neq 0$, adică

$$L_{rev}^{ABC} \neq L_{rev}^{ADC}. \tag{2.7}$$

Inegalitatea (2.7) arată că, în general, lucrul mecanic într-o transformare reversibilă depinde nu numai de starea inițială A și de starea finală C, dar și de *transformarea* prin care se atinge starea finală.

2.2.5. **Lucrul mecanic într-o transformare ireversibilă.** După cum am văzut, pentru sistemul format din resortul elastic și taler, dacă alungirea resortului din starea de echilibru A în starea de echilibru C se face prin plasarea bruscă pe taler a masei m,

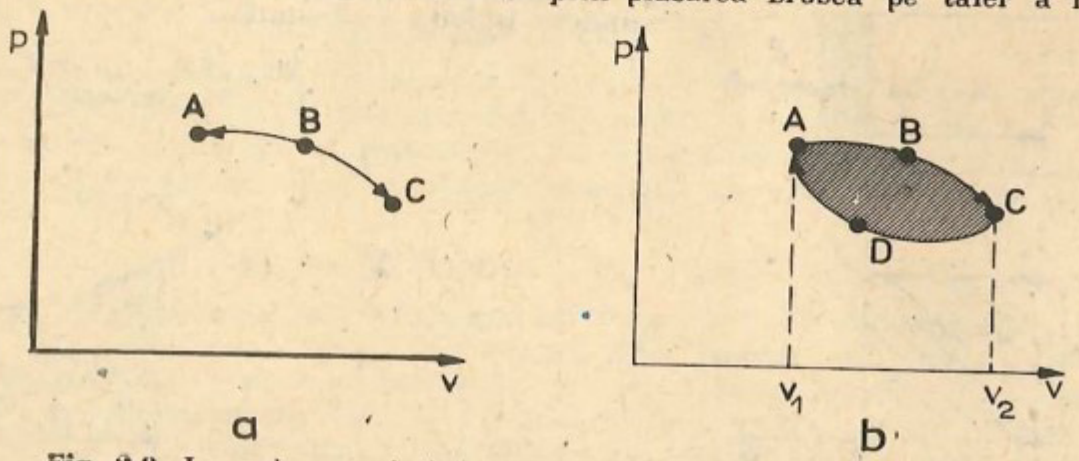


Fig. 2.9. Lucrul mecanic într-o transformare ciclică reversibilă.

transformarea este ireversibilă. În această situație, forța de greutate rămîne constantă în tot cursul deplasării, fiind egală cu $(M + m)g$. Punctul de aplicație al acestei forțe coboară cu distanța h, așa încît lucrul mecanic efectuat de cîmpul gravitațional este

$$L_{1\,irev}^{A\to C} = (M + m)gh > 0$$

iar lucrul mecanic primit de sistem va fi,

$$L_{irev}^{A\to C} = -(M + m)gh < 0$$

și se observă că $L_{irev}^{A\to C} \neq L_{rev}^{A\to C}$

Înlăturînd brusc masa m, sistemul va reveni printr-o transformare ireversibilă în starea inițială de echilibru A, în care lungimea resortului este $l_0 + \Delta l_0$. Lucrul mecanic este efectuat de resort, forța de greutate constantă Mg al cărei punct de aplicație se deplasează și deplasarea h avînd sensuri contrare. Așadar $L_{1\,irev}^{C\to A} = -Mgh$ și lucrul mecanic efectuat de sistem este

$$L_{irev}^{C\to A} = -L_{1\,irev}^{C\to A} = Mgh > 0.$$

În transformarea ciclică ireversibilă ACA, lucrul mecanic schimbat de sistem cu cîmpul gravitațional este

$$L_{irev}^{ACA} = L_{irev}^{A\to C} + L_{irev}^{C\to A} = -(M + m)gh + Mgh = -mgh < 0, \qquad (2.8)$$

deci sistemul primește lucru mecanic.

Este foarte important de remarcat că deși în transformarea ciclică starea de echilibru A este aceeași și în cazul reversibil și în cel ireversibil, totuși $L_{irev}^{ACA} \neq L_{rev}^{ACA}$, adică lucrul mecanic depinde în mod esențial de caracterul reversibil sau ireversibil al transformării. Aceasta se datorește faptului că în stările intermediare interacția sistemului cu exteriorul decurge diferit în cele două transformări.

2.2.6. **Energia internă.** Orice sistem termodinamic este un sistem macroscopic format dintr-un număr foarte mare de molecule aflate într-o mișcare continuă, dezordonată (mișcare termică) și care totodată interacționează între ele. Din aceste considerente rezultă că moleculele posedă o energie cinetică corespunzătoare mișcării termice dezordonate, precum și o energie potențială datorată atît forțelor de interacțiune dintre ele (forțe intermoleculare) cît și interacției lor cu cîmpurile de forțe exterioare (de exemplu cu cîmpul gravitațional).

Vom înțelege prin *energie internă* a sistemului termodinamic suma dintre energiile cinetice ale mișcării termice, energiile potențiale determinate de forțele intermoleculare și energiile potențiale în cîmpurile de forțe exterioare ale tuturor moleculelor din care este format sistemul. Conform definiției, energia internă, pe care o vom nota cu U, este o mărime macroscopică.

Desigur, dacă sistemul luat ca întreg este în stare de repaus mecanic și nu are energie potențială, energia totală E_t a acestuia coincide chiar cu energia internă U. Dacă sistemul termodinamic are și o mișcare mecanică de ansamblu, caracterizată de energia cinetică E_c și energia potențială E_p, atunci energia totală este:

$$E_t = U + E_c + E_p.$$

Este ușor de sesizat că energia internă conține energia cinetică datorată mișcării termice, dezordonate, a moleculelor, pe cînd energia cinetică corespunzătoare mișcării mecanice a întregului sistem este considerată separat. De asemenea, energia potențială a sistemului care provine în urma efectuării de către forțele exterioare a unui lucru mecanic care *nu modifică* starea de echilibru termodinamic, lăsînd neschimbați parametrii de stare ai sistemului, nu este conținută în energia internă. Pentru a înțelege mai bine acest lucru

să considerăm un exemplu simplu: un recipient de volum V în care se află un gaz de masă M este ridicat la o înălțime h deasupra poziției inițiale în cîmpul gravitațional, considerat constant, al Pămîntului. În starea finală, volumul V și presiunea p ale gazului sînt aceleași ca în starea inițială, deci echilibrul termodinamic s-a menținut, deci energia internă U nu a variat. Creșterea Mgh a energiei potențiale a gazului trebuie introdusă în energia potențială E_p a mișcării mecanice și variația energiei totale este $\Delta E_t = \Delta E_p = Mgh$. Energia internă poate fi modificată numai dacă schimbarea condițiilor exterioare provoacă ieșirea sistemului din starea de echilibru termodinamic.

Deoarece mișcarea sistemului ca un întreg se studiază la capitolul de mecanică, în termodinamică nu interesează decît energia internă, de aceea, în continuare vom înțelege prin energia sistemului numai energia sa internă.

Se observă că introducerea noțiunii de energie internă a fost necesară pentru a putea descrie variațiile de energie datorate transformărilor care scot sistemul din starea de echilibru termodinamic, această situație nu poate fi descrisă în cadrul mecanicii, noțiunea de energie mecanică este insuficientă pentru aceasta.

Experiența arată că la trecerea sistemului dintr-o stare inițială de energie internă U_1, într-o stare finală de energie internă U_2, indiferent de caracterul reversibil sau ireversibil al transformării, variația $\Delta U = U_2 - U_1$ a energiei interne nu depinde de stările intermediare prin care a trecut sistemul, ci doar de stările finală și inițială. Aceasta înseamnă că energia internă este o mărime care depinde doar de starea sistemului; se spune că energia internă este o mărime de stare.

Experiența arată că dacă fracționăm sistemul în mai multe părți componente, energia internă a sistemului este egală cu suma energiilor părților componente ale sistemului. Se spune atunci că energia internă este o mărime aditivă.

2.2.7. **Lucrul mecanic și energia internă într-o transformare adiabatică.** După cum am discutat anterior, starea sistemului se poate modifica datorită schimbului de lucru mecanic dintre sistem și corpurile înconjurătoare, totodată energia internă a sistemului variază.

Prin definiție, se spune despre un înveliș care înconjură un sistem și îl separă de lumea exterioară că este *adiabatic* dacă învelișul respectiv nu permite modificarea stării de echilibru termodinamic decît prin schimb de lucru mecanic între sistem și exterior. Pentru aceasta, învelișul adiabatic trebuie să permită schimbul de energie numai sub formă de lucru mecanic. Orice transformare a unui sistem delimitat de un înveliș adiabatic se numește *transformare adiabatică*.

Fie o transformare adiabatică prin care se trece de la starea inițială A la starea finală C printr-o stare intermediară B și fie L^{ABC} lucrul mecanic schimbat în această transformare. Conform legii conservării energiei,

$$\Delta U = U_C - U_A = -L^{ABC}. \tag{2.9}$$

Semnul minus apare în relația (2.9), datorită convenției de semn făcute: dacă sistemul primește lucru mecanic din exterior, atunci $L^{ABC} < 0$. Dar în această situație energia internă crește, deci $\Delta U > 0$, prin urmare $\Delta U = -L^{ABC}$ sau

$$\Delta U + L^{ABC} = 0. \tag{2.10}$$

Relațiile (2.9) și (2.10) sînt adevărate numai pentru transformarea adiabatică, adică pentru o transformare în care schimbul de energie se face numai sub formă de lucru mecanic.

Deoarece experiența arată că variația energiei interne nu depinde de stările intermediare prin care se atinge starea finală, rezultă că, de fapt, în transformarea adiabatică, lucrul mecanic schimbat de sistem cu exteriorul nu depinde de stările intermediare prin care sistemul ajunge din starea inițială în starea finală.

2.2.8. **Căldura.** În general, dacă sistemul nu este închis într-un înveliș adiabatic, într-o transformare oarecare a sistemului, lucrul mecanic depinde nu numai de stările inițială și finală ale transformării, ci și de toate stările intermediare. Într-o asemenea situație, egalitățile (2.9) și (2.10) nu mai pot fi satisfăcute, așa încît se introduce mărimea Q^{ABC}, numită căldură, definită prin relația

$$Q^{ABC} = \Delta U + L^{ABC}. \tag{2.11}$$

Se observă din relația de definiție (2.11) că, în general, căldura schimbată de sistem depinde nu numai de stările inițială și finală, ci depinde și de transformare.

Trebuie remarcat că în timp ce energia internă este o mărime care se referă la starea unui sistem, atît lucrul mecanic cît și căldura sînt mărimi care se referă la o transformare a sistemului. Din acest motiv, lucrul mecanic și căldura nu sînt de fapt „forme de energie", ci sînt *forme ale schimbului de energie* dintre sistem și lumea înconjurătoare.

Pentru o transformare pentru care $\Delta U = 0$, din relația (2.11) avem:

$$Q^{ABC} = L^{ABC}. \tag{2.12}$$

Avînd în vedere că, în acest caz, sistemul nu poate simultan ceda sau primi atît lucru mecanic cît și căldură, energia lui internă rămînînd aceeași, precum și convenția de semn pentru L^{ABC}, rezultă că atunci cînd sistemul primește căldură, Q^{ABC} este pozitiv, iar, atunci cînd cedează căldură, Q^{ABC} este negativ.

Din relația de definiție (2.11) mai rezultă că transformarea adiabatică este o transformare în care sistemul nu poate schimba căldură cu exteriorul. Învelișul adiabatic este un înveliș care nu permite schimbul de căldură dintre sistem și exterior.

Dacă într-o transformare toți parametrii de poziție sînt menținuți constanți, atunci $L^{ABC} = 0$ și, ca urmare, căldura este egală cu variația energiei interne:

$$Q^{ABC} = \Delta U = U_C - U_A. \tag{2.13}$$

2.3. TEMPERATURA

2.3.1. **Contactul termic între sisteme termodinamice. Echilibrul termic.** Să considerăm mai întîi două sisteme A și B, aflate fiecare în stare de echilibru termodinamic, de energii interne U_1 și respectiv, U_2. Reunim apoi cele două sisteme într-un sistem unic $A + B$ al cărui înveliș îl presupunem adiabatic, deci schimbul de căldură cu exteriorul este împiedicat (fig. 2.10). Admitem însă că suprafața care separă sistemul A de sistemul B (acestea considerate ca subsisteme ale sistemului total $A + B$) nu este adiabatică, adică permite schimbul de căldură între A și B. Să mai considerăm că toate variabilele de poziție ale subsistemelor A și B sînt menținute fixe. Aceasta înseamnă că toate variabilele de poziție ale sistemului total $A + B$ sînt fixate, deci nu poate exista schimb de lucru mecanic nici între sistemul total și exterior,

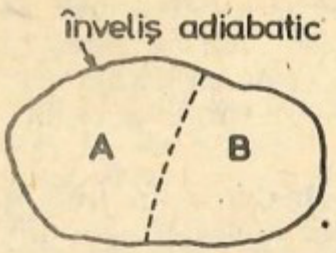


Fig. 2.10. Două sisteme în contact termic.

nici între părțile A și B ale sistemului total. Se spune, în acest caz, că sistemele A și B se află în *contact termic*.

Deoarece sistemul total $A + B$ nu schimbă cu exteriorul nici căldură, nici lucru mecanic, el este un sistem izolat a cărui energie internă U rămîne constantă. Conform principiului aditivității energiei interne

$$U = U_1 + U_2 = \text{constant}. \qquad (2.14)$$

Schimbul de căldură între A și B rămînînd posibil, energiile interne U_1 și U_2 pot varia în urma realizării contactului termic. Notînd cu Q căldura care trece de la sistemul A la sistemul B, energiile interne ale acestora devin $U_1' = U_1 - Q$ și $U_2' = U_2 + Q$.

Dacă în urma stabilirii contactului termic între A și B acest schimb de căldură nu se produce, starea rezultată pentru sistemul total este o stare de echilibru iar stările de echilibru ale lui A și B nu se modifică. Se spune atunci despre sistemele A și B că sînt în *echilibru termic*. În general, sistemele A și B schimbă între ele căldură, $Q \neq 0$, energiile lor interne se modifică, deci A și B ies din stările de echilibru. După un anumit timp se ajunge la o stare de echilibru în care schimbul de căldură încetează și atunci se realizează starea de echilibru termic între cele două sisteme considerate.

Dacă nu ar interveni și fenomene termice, atunci echilibrul termodinamic ar fi pur mecanic și în această situație toate proprietățile sistemului, deci starea lui, ar fi complet descrise doar de parametrii de poziție. Într-adevăr, în absența fenomenelor termice, schimbul de energie dintre două sisteme s-ar face numai sub formă de lucru mecanic, deci variația ΔU a energiei interne ar fi cunoscută dacă se cunosc variațiile parametrilor de poziție. Atunci energia internă U a sistemului ar fi cunoscută în funcție de acești parametri de poziție. Atunci cînd au loc fenomene termice, aceste considerente nu mai sînt însă adevărate.

Într-adevăr, ne-am putut convinge că deși toți parametrii de poziție au fost presupuși ficși, energiile interne U_1 și U_2 au variat datorită schimbului de căldură. Înseamnă că energia internă a unui sistem nu poate fi o funcție numai de parametrii de poziție, ci trebuie să depindă cel puțin de încă un parametru care să descrie schimbul de căldură. De aici mai rezultă că și pentru determinarea completă a stării sistemului pe lîngă variabilele de poziție mai este necesară cunoașterea a cel puțin unui parametru suplimentar.

2.3.2. **Principiul tranzitivității echilibrului termic. Temperatura.** Experiența arată că echilibrul termic are următoarea proprietate.

Dacă sistemele A și B sînt în echilibru termic iar acesta din urmă este în echilibru termic cu un al treilea sistem C, atunci sistemul A și sistemul C sînt în echilibru termic. Aceasta înseamnă că în urma realizării contactului termic între A și C, schimbul de căldură între A și C nu se produce.

Această proprietate a stărilor de echilibru se numește proprietatea de tranzitivitate, ea rezultă din experiență și nu este o consecință logică a definiției echilibrului termic. Din acest motiv, proprietatea de tranzitivitate trebuie introdusă în teorie sub forma unui principiu sau postulat.

O dată admis principiul tranzitivității echilibrului termic, folosind faptul că energia internă este o mărime de stare, se poate demonstra că pentru determinarea stării de echilibru termodinamic este necesară *o singură variabilă în plus*, pe lîngă parametrii de poziție ai sistemului.

Această variabilă suplimentară, introdusă de [illegible] tranzitivității echilibrului termic, o numim *temperatura* sistemului și o vom nota cu t.

Temperatura este un parametru de stare care împreună cu parametrii de poziție determină complet starea de echilibru termodinamic a sistemului.

Desigur, atunci cînd sistemele în contact termic nu schimbă căldură între ele, menținîndu-și starea de echilibru, ele au aceeași temperatură. Cînd în urma contactului termic are loc schimb de căldură între sisteme, temperaturile lor inițiale sînt diferite. În final, cînd schimbul de căldură încetează și cele două sisteme sînt în echilibru termic, temperaturile sistemelor au devenit egale. Totodată, prin convenție, temperatura corpului care cedează căldura este considerată mai mare decît temperatura corpului care a primit-o.

În multe cazuri de interes, schimbul de căldură care conduce la stabilirea echilibrului termic între două sisteme A și B nu afectează practic starea unuia dintre ele, să zicem starea sistemului B, astfel încît temperatura lui B practic nu variază în urma realizării contactului termic. Prin definiție, sistemul a cărui temperatură nu variază în urma contactului termic cu un alt sistem este numit termostat.

Pentru ca un sistem să fie un termostat trebuie ca masa și energia lui să fie foarte mari. De exemplu, aerul atmosferic sau apa unui lac sau unei mări sînt exemple de termostate, deoarece este evident că temperatura lor nu variază în urma contactului termic, cu un sistem fizic. Un cazan încălzit continuu constituie, de asemenea, o aproximație bună a noțiunii de termostat.

La stabilirea echilibrului termic, temperatura sistemului care ne interesează este întotdeauna egală cu temperatura termostatului cu care a fost pus în contact termic.

2.3.3. **Ecuații de stare.** Să presupunem că descrierea unui sistem termodinamic implică cunoașterea a „n" parametri de poziție $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Desigur că pentru precizarea completă a stărilor de echilibru termodinamic mai este necesară și temperatura empirică t_A a sistemului A. Avînd în vedere că energia internă este o mărime de stare, înseamnă că ea va fi la rîndul ei complet determinată de temperatura empirică t_A și mulțimea parametrilor de poziție $a_i (i = 1, \ldots, n)$. Prin urmare

$$U = U(t_A, a_1, a_2, \ldots, a_n). \tag{2.15}$$

Se poate arăta că celor n parametri de poziție $a_1, a_2, \ldots, a_n$ le corespund întotdeauna alți n parametri de stare, pe care îi vom nota $A_1, A_2, \ldots, A_n$, numiți parametri de forță. Deoarece cunoașterea stării sistemului este complet realizată cu ajutorul temperaturii empirice t_A și a celor n parametri de poziție $a_1, \ldots, a_n$ înseamnă că și parametrii de forță $A_1, \ldots, A_n$, ca orice parametri de stare, sînt complet determinați ca funcții de t_A și $a_1, \ldots, a_n$. Putem atunci scrie

$$A_i = A_i(t_A, a_1, a_2, \ldots, a_n), \; i = 1, 2, \ldots, n. \tag{2.16}$$

Sistemul ecuațiilor (2.15), (2.16) constituie ecuațiile de stare ale sistemului considerat A.

Termodinamica nu are posibilitatea de a determina ecuațiile de stare, ele se obțin din experiență. Numai teorii care utilizează modele microscopice pot furniza forma ecuațiilor de stare; pentru gazul ideal o astfel de teorie este teoria cinetico-moleculară.

Ecuația de stare (2.15) se numește ecuația de stare „calorică", deoarece determinarea ei experimentală necesită măsurători de energie.

Cele n ecuații de stare (2.16) se numesc ecuații de stare termică, deoarece pentru stabilirea lor experimentală sînt necesare măsurători de temperatură.

Pentru un gaz este necesar un singur parametru de poziție, și anume volumul V, deci stările de echilibru ale gazului sînt complet determinate cu ajutorul volumului V și a temperaturii empirice t. Gazul avînd un singur parametru de poziție are un singur parametru de forță care este presiunea p.

Ecuațiile de stare pentru un gaz vor fi de forma

$$U = U(t,\ V), \tag{2.17}$$

$$p = p(t,\ V). \tag{2.18}$$

2.4. MĂSURAREA TEMPERATURII

Toate metodele de măsurare a temperaturii se bazează pe principiul echilibrului termic și pe faptul, stabilit experimental, că unele mărimi fizice ce caracterizează corpurile variază la încălzirea sau la răcirea lor.

Pentru măsurarea temperaturii unui corp se folosește un dispozitiv, numit termometru. Acesta conține un *corp termometric*, care poate fi un lichid (mercur, alcool etc., la termometrele cu lichid), un gaz (azot, hidrogen ș.a., la termometrele cu gaz) sau un rezistor (la termometrele cu rezistență). Corpul termometric se caracterizează cu ajutorul unei mărimi a cărei valoare variază sensibil cu temperatura, numită *mărime termometrică* (lungimea coloanei de lichid, sau volumul gazului la presiune constantă, sau valoarea rezistenței electrice pentru termometrele amintite mai sus). Cînd se măsoară temperatura unui corp, termometrul este adus în contact termic cu acesta. După stabilirea echilibrului termic, temperatura corpului termometric este egală cu temperatura corpului, iar mărimea termometrică are o valoare bine determinată.

Problema care se pune în continuare este aceea de a exprima temperatura termometrului cu ajutorul valorii pe care mărimea caracteristică termometrului o are la această temperatură.

A stabili o corespondență între valoarea măsurată a mărimii fizice ce caracterizează un termometru și temperatura termometrului înseamnă a stabili o scară de măsurat temperatura.

Pentru stabilirea scării de temperatură se procedează astfel:

Se aduce termometrul pe rînd în contact termic cu un sistem aflat în două stări termice distincte și perfect reproductibile, cărora li se asociază în mod convențional valori bine precizate ale temperaturii, numite *temperaturi de reper* sau *puncte termometrice*. Se notează pe o scală valorile pe care le are mărimea termometrică la cele două temperaturi (de reper) și se obține un interval de temperatură. Acest interval se împarte la un număr întreg, ales în mod arbitrar, și se obține unitatea de temperatură în scara respectivă care se numește *grad* (cu excepția Sistemului Internațional). Temperatura măsurată cu un termometru avînd o scală stabilită cum s-a arătat mai sus se numește *temperatură empirică*.

2.4.1. **Scara Celsius** sau scara centigradă are următoarele stări termice de echilibru ce delimitează intervalul de temperatură:

a) starea de echilibru dintre apa pură și gheața care se topește sub presiunea atmosferică normală. Se consideră în mod convențional că temperatura acestei stări este egală cu 0;

b) starea de fierbere a apei pure la aceeași presiune. Tot în mod convențional se consideră că temperatura acestei stări este egală cu 100.

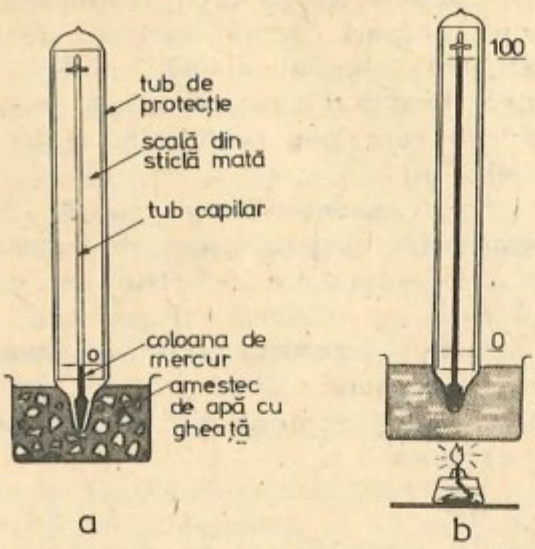


Fig. 2.11.
a) Părțile componente ale unui termometru cu mercur și stabilirea punctului zero al scării termometrice pentru termometrul cu mercur. *b)* Stabilirea punctului 100.

Fig. 2.12.
Termometru avînd scala gradată.

Pentru a înțelege cum se realizează această scară de temperatură vom folosi exemplul termometrului cu mercur. Se aduce rezervorul termometrului într-un vas în care se află un amestec de apă cu gheață (fig. 2.11, *a*). Pe scala termometrului se trasează un reper în dreptul capătului coloanei de mercur, alături de care se scrie cifra 0. Apoi termometrul este trecut într-un vas în care apa fierbe (fig. 2.11, *b*). Mercurul se dilată iar lungimea coloanei de mercur va crește. Trasăm pe scală la capătul coloanei un nou reper în dreptul căruia scriem cifra 100. Gradul Celsius (avînd simbolul °C) se obține împărțind intervalul de pe scala termometrului, cuprins între reperele 0 și 100, într-o sută de părți egale (fig. 2.12).

Temperatura unui corp oarecare, măsurată cu acest termometru, va fi egală cu cifra de pe scală, în dreptul căreia se oprește capătul coloanei de mercur, după ce termometrul ajunge la echilibru termic cu acel corp.

La construcția termometrelor cu lichid se folosesc și alte lichide, cum sînt alcoolul, pentanul, toluenul ș.a.

Scara de temperatură a unui termometru cu lichid depinde de natura substanței din care este făcut corpul termometric.

Pentru a putea măsura exact temperatura unui corp, independent de termometrul folosit, este necesar să se realizeze o scară termometrică care să nu depindă de natura corpului termometric sau de mărimea termometrică. O asemenea scară va fi descrisă mai tîrziu.

2.4.2. **Dispozitive pentru măsurarea temperaturii.** Pentru măsurarea rapidă și precisă a temperaturii în laboratoarele de cercetare sau în procesele industriale au fost realizate termometre simple, de construcție și precizie diferite care acoperă un domeniu larg de temperatură (între —200 și +3 000°C).

Vom descrie pe scurt termometrele folosite curent în cercetarea științifică și în producție.

a) *Termometrul de sticlă cu lichid* se folosește pentru măsurarea temperaturilor cuprinse între —190° și +700°C. Principiul de funcționare a lor se bazează pe variația cu temperatura a lungimii unei coloane de lichid, ca efect al dilatației lichidului.

TABELUL 2.1

Corpul termometric	Intervalul posibil de folosire în °C	
	de la	pînă la
Mercur	— 30	+700
Toluen	— 90	+100
Alcool etilic	—100	+ 75
Eter de petrol	—130	+ 25
Pentan	—190	+ 20

La termometrele cu lichid se folosesc drept corpuri termometrice, de obicei: mercurul, toluenul, alcoolul etilic, eterul de petrol, pentanul ş.a. Intervalele de temperatură în care pot fi folosite sînt date în tabelul 2.1.

b) *Termometrul cu rezistenţă.* La aceste termometre, corpul termometric este o substanţă conductoare (electric) sau semiconductoare iar mărimea termometrică, dependentă de temperatură, este rezistenţa electrică a acestora.

Rezistenţa electrică a conductoarelor creştè o dată cu creşterea temperaturii şi în anumite intervale de temperatură este dată de expresia

$$R_t = R_0(1 + At),$$

unde R_t este rezistenţa electrică a termometrului la temperatura t°C, R_0 este rezistenţa sa la 0°C iar constanta A se numeşte coeficientul termic al rezistenţei electrice şi se măsoară în grad^{-1}. Din această relaţie, temperatura poate fi exprimată astfel

$$t(°C) = \frac{R_t - R_0}{R_0 A}, \qquad (2.19)$$

iar măsurarea ei se reduce la măsurarea rezistenţei electrice a termometrului la cele două temperaturi.

Cele mai întrebuinţate metale pentru confecţionarea termometrelor cu rezistenţă şi domeniul de funcţionare sînt:

— platina pură de la +200 la +1 100°C;
— nichelul pur de la —100 la +200°C;
— cuprul pur de la —20 la +100°C.

Rezistenţa electrică a termometrului cu rezistenţă se măsoară cu ajutorul unor dispozitive speciale.

Termistorii sînt substanţe semiconductoare folosite drept corp de lucru în termometrele cu rezistenţă. În cazul acestor substanţe, rezistenţa electrică scade o dată cu creşterea temperaturii după o lege exponenţială, iar coeficientul termic al rezistenţei este negativ şi aproximativ de 10 ori mai mare decît la conductoare (metale).

c) *Termocuplul* este un dispozitiv de măsurare a temperaturii, care se bazează pe efectul Seebeck. Acest efect constă în apariţia unei tensiuni electromotoare într-un circuit electric închis, format din două conductoare de natură diferită, atunci cînd locurile de sudură a celor două metale sînt ţinute la temperaturi diferite (fig. 2.13, *a*). Tensiunea ce apare în circuit poartă denumirea de tensiune termoelectrică, iar valoarea ei depinde de diferenţa $t_2 - t_1$ dintre temperaturile la care se află sudurile. La termometrul cu termocuplu (pe scurt este denumit termocuplu sau termoelement) corpul termometric îl constituie cele

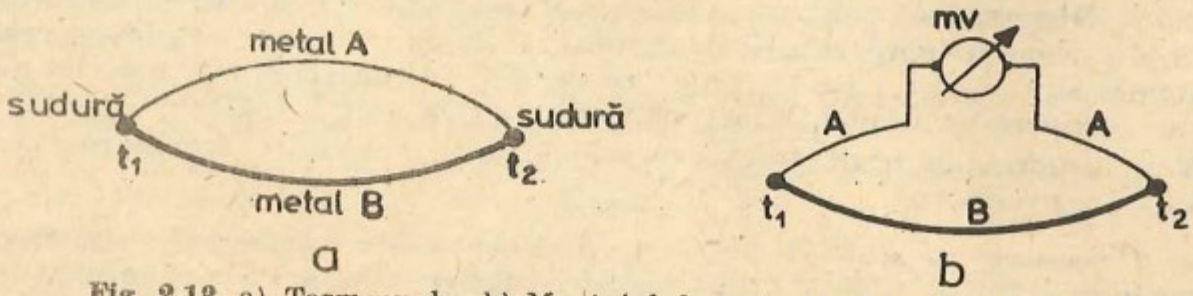


Fig. 2.13. a) Termocuplu. b) Montajul de măsură al unui termocuplu.

două metale sudate, iar mărimea termometrică este tensiunea termoelectromotoare (prescurtat t.t.e.m.).

Pentru a măsura temperatura, în circuitul termocuplului se conectează un aparat de măsurat t.t.e.m., figura 2.13, *b*, de obicei un milivoltmetru. Indicațiile aparatului sînt proporționale cu $t_2 - t_1$. Dacă $t_2 > t_1$, sudura aflată la această temperatură se numește sudură caldă iar cealaltă sudură rece. Cînd sudura rece este menținută la 0°C, t.t.e.m. este proporțională cu temperatura sudurii calde. Pentru domenii restrînse de temperatură, această proporționalitate este descrisă de legea:

$$E_t = E_0 + at, \tag{2.20}$$

unde a este o constantă ce depinde de natura termocuplului, E_t și E_0 sînt t.t.e.m. la temperatura t°C, respectiv 0°C.

Sensibilitatea termocuplului se definește ca fiind egală cu $S = \frac{E_2 - E_1}{t_2 - t_1}$ și se exprimă în μV/°C. Ea reprezintă t.t.e.m. generată de termocuplu cînd între suduri există o diferență de temperatură de 1°C. Cunoscînd sensibilitatea S a termocuplului (luată din tabele) și luînd pe $t_1 = 0$°C, iar $t_2 = t$ (temperatura de măsurat), avem $t = \frac{E}{S}$, unde E este indicația milivoltmetrului la temperatura t.

Cele mai răspîndite termocupluri și caracteristicile lor sînt indicate în tabelul 2.2.

TABELUL 2.2

Termocuplul	Polaritatea	Domeniul de utilizare, °C	Sensibilitatea, μV/°C
Cupru-constantan (aliaj format din 45% Ni și 55% Cu)	Cu (+) constantan (—)	—200 pînă la +400	41
Fier-constantan	Fe (+) constantan (—)	—200 pînă la +600	56
Cromel (aliaj 89% Ni, 10% Cr, 1% Fe), Alumel (aliaj 94% Ni, 2,5% Mn, 2% Al, 1% Si și 0,5% Fe)	Cromel (+) Alumel (—)	—50 pînă la +900	45
Pt + 10% Rh — Pt	PtRh (+) Pt (—)	0 pînă la + 1 300	9,5

PROBLEME REZOLVATE

1. Două termometre cu lichid sînt construite din aceeași sticlă și au secțiunile S ale tuburilor capilare egale. La un termometru, corpul de lucru este mercurul iar la celălalt alcoolul etilic. Să se afle raportul dintre lungimile corespunzătoare unui grad de pe scala celor două termometre. Se cunosc coeficienții de dilatare volumică ai mercurului, alcoolului și sticlei $\gamma_{Hg} = 18{,}2 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$; $\gamma_{alcool} = 108 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$; $\gamma_{sticlă} = 27 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$.

Rezolvare. Volumul corespunzător unei diviziuni (unui grad) este egal cu creșterea aparentă de volum al lichidului termometric datorită încălzirii cu 1°C. Considerăm că la 0°C lichidul termometric ocupă în întregime volumul $V_r = V_0$ al rezervorului termometric (fig. 2.14). Dilatarea aparentă a lichidului cînd temperatura crește cu Δt°C va fi $\Delta V_{ap} = \Delta V_{lichid} - \Delta V_{sticlă} = V_0\gamma_{lichid} \cdot \Delta t - V_0\gamma_{sticlă} \cdot \Delta t = V_r(\gamma_{lichid} - \gamma_{sticlă})\Delta t$. Făcînd pe $\Delta t = 1$°C, avem creșterea de volum corespunzătoare unei variații de temperatură egală cu un grad

$$(\Delta V_{ap})1°C = V_r(\gamma_{lichid} - \gamma_{sticlă}). \tag{1}$$

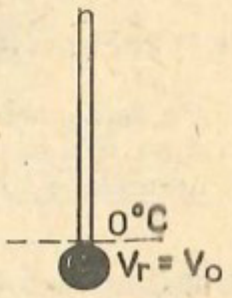


Fig. 2.14. La problema rezolvată 1.

Dar acestei creşteri de volum îi corespunde o variaţie Δx a lungimii coloanei de lichid în tubul capilar, care este tocmai lungimea de pe scara termometrului, corespunzătoare unui grad, dată de relaţia

$$(\Delta V_{np})1°C = S\Delta x. \qquad (2)$$

Din (1) şi (2) se obţine, pentru lungimea corespunzătoare unui grad pe scara termometrului, expresia

$$\Delta x = \frac{V_r}{S}(\gamma_{lichid} - \gamma_{sticlă}).$$

Dacă notăm cu Δx_{Hg} şi cu Δx_{alcool}, lungimile corespunzătoare unui grad în cazul celor două termometre, se obţine

$$\frac{\Delta x_{alcool}}{\Delta x_{Hg}} = \frac{\gamma_{alcool} - \gamma_{sticlă}}{\gamma_{Hg} - \gamma_{sticlă}} = \frac{108 \cdot 10^{-5}\,K^{-1} - 27 \cdot 10^{-6}\,K^{-1}}{18{,}2 \cdot 10^{-5}K^{-1} - 27 \cdot 10^{-6}\,K^{-1}} \simeq 6{,}8.$$

2. Într-un laborator există un termocuplu. Nu se cunoaşte natura metalelor din care este confecţionat. Pentru identificarea lui s-a măsurat t.e.m. la două temperaturi $t_1 = 10°C$ şi $t_2 = 50°C$. Indicaţiile milivoltmetrului au fost $E_1 = 0{,}5$ mV şi $E_2 = 2{,}58$ mV. Să se determine natura termocuplului.

Rezolvare. Sensibilitatea termocuplului este:

$$S = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_2 - E_1}{t_2 - t_1} = \frac{2{,}08\text{ mV}}{40\text{ grd}} = 52\,\frac{\mu V}{°C}.$$

Din tabelele de sensibilitate a termocuplelor rezultă că este vorba de un termocuplu Fe-constantan.

3. Pentru a măsura temperatura unui termostat s-a folosit un termometru cu sîrmă de Fe. La temperatura $t_1 = 18°C$, rezistenţa termometrului a fost $R_1 = 15\ \Omega$. În termostat, rezistenţa termometrului a fost $R_2 = 18{,}25\ \Omega$. Să se determine temperatura t_2 a termostatului cunoscînd coeficientul termic al fierului $A_{Fe} = 6 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$.

Rezolvare. Rezistenţele termometrului la cele două temperaturi sînt date de expresiile:

$$R_1 = R_0(1 + At_1) \text{ şi } R_2 = R_0(1 + At_2),$$

unde R_0 este rezistenţa termometrului la 0°C. Făcînd raportul între R_1 şi R_2, avem

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + At_1}{1 + At_2}, \text{ de unde } t_2 = \frac{R_2}{R_1}t_1 + \frac{1}{A}\,\frac{R_2 - R_1}{R_1} = 54{,}1°C. \qquad (1)$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIŢII, PROBLEME

1. Un termometru cu mercur, greşit etalonat, introdus în gheaţă, care se topeşte la presiune atmosferică normală, indică −5°C, iar în vaporii apei care fierbe, la presiunea normală +103°C. Care este valoarea reală a temperaturii cînd el indică 27,5°C?

R: $t = 30{,}1°C$.

2. Sudura rece a unui termocuplu Cu-constantan este menţinută la 0°C. Dacă sudura caldă este menţinută la 100°C, t.t.e.m. este $E_1 = 4{,}277$ mV. Să se afle la ce temperatură t_2, t.t.e.m. devine $E_2 = 9{,}288$ mV.

R: $t_2 = 222°C$.

2.5. LEGILE GAZULUI IDEAL

După cum am văzut în cadrul termodinamicii, ecuațiile de stare nu pot fi deduse pe cale teoretică, ci se stabilesc din experiență. Vom arăta în continuare cum se stabilește din experiență ecuația de stare termică pentru gazul ideal. În capitolul 4 vom ajunge pe cale teoretică la aceeași formă a ecuației de stare, folosind un model cinetico-molecular pentru starea gazoasă.

Gazul ideal este un model al gazelor reale, a cărui comportare descrie destul de exact comportarea gazelor reale la presiuni scăzute și temperaturi ridicate.

2.5.1. **Legea Boyle-Mariotte sau legea transformării izoterme** (t = constant și masa gazului m = constant) se enunță astfel:

presiunea unui gaz aflat la temperatură constantă variază invers proporțional cu volumul gazului.

Cantitativ, legea se scrie:

$$pV = \text{constant} \tag{2.21}$$

pentru t = const. și m = const.

Dacă notăm cu p_1, V_1; p_2, V_2; ...; p_n, V_n presiunea și volumul în stările 1, 2, ..., n prin care trece gazul la t și m constanți, avem

$$p_1V_1 = p_2V_2 = \ldots = p_nV_n = \text{const.}$$

Ecuația (2.21), numită *ecuația izotermei*, poate fi reprezentată grafic în coordonate p și V printr-o hiperbolă echilateră (fig. 2.15, *a*). Dacă același gaz este comprimat la temperaturile t_1, t_2 și t_3 ($t_1 > t_2 > t_3$), atunci izotermele obținute la cele trei temperaturi se reprezintă grafic ca în figura 2.15, *b*.

Experiment. Studiul comprimării sau destinderii izoterme a unui gaz dat (aer, de exemplu) se poate face cu dispozitivul din figura 2.16.

În tubul de sticlă gradat T este închisă cu ajutorul robinetului R o masă de aer. Tubul T este legat printr-un tub de cauciuc C, umplut cu mercur, de un vas mai larg V. Prin ridicarea sau coborîrea vasului V putem destinde sau comprima aerul din tubul T. Volumul aerului se citește pe tubul gradat T, iar presiunea lui este echilibrată de presiunea atmosferică H, din ramura deschisă, la care se adaugă sau se scade presiunea hidrostatică a coloanei de mercur ($p = H \pm \rho gh$).

Mercurul din dispozitiv poate fi înlocuit cu apă, însă, în acest caz.

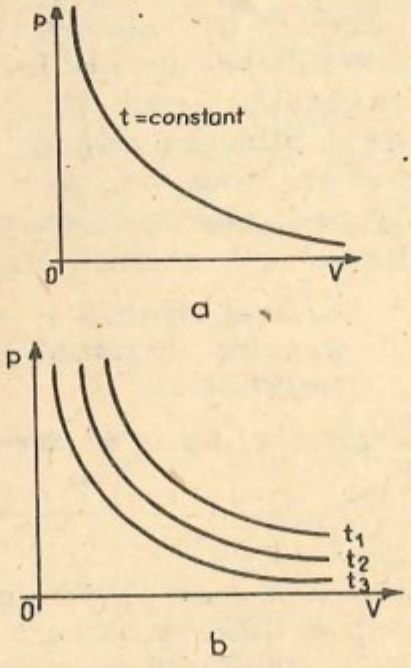


Fig. 2.15.
a) Reprezentarea grafică a izotermei. b) Izotermele unui gaz aflat la temperaturile $t_1 > t_2 > t_3$.

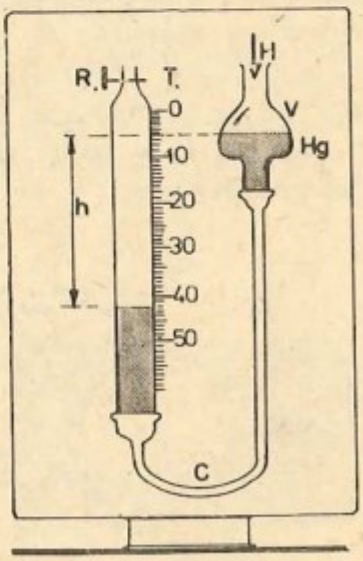


Fig. 2.16. Aparat pentru verificarea legii transformării izoterme.

domeniul în care poate să varieze presiunea gazului este mai restrîns decît în cazul mercurului. Cu robinetul R deschis, se coboară sau se ridică vasul V pînă cînd nivelul mercurului în cele două ramuri este egal. Se citește volumul ocupat de gaz (V_1) și presiunea atmosferică (H) la un barometru. De asemenea se citește la un termometru temperatura camerei. Se închide robinetul R. Se ridică vasul V cu 3—4 cm și se citește valoarea volumului (V_2) și presiunea ($p_2 = H + \rho g h_2$, h_2 — denivelarea mercurului). Operațiunea se repetă, mișcînd vasul V în sus apoi coborîndu-l, astfel încît să se măsoare cca. 10 valori ale volumului respectiv ale presiunii. Se măsoară din nou temperatura. Dacă valoarea ei a rămas constantă, cu datele obținute se reprezintă pe hîrtie milimetrică dependența presiunii (axa ordonatelor) de volum (axa absciselor). Curba obținută este un arc de hiperbolă care corespunde ecuației pV = constant.

2.5.2. **Legea Gay-Lussac sau legea transformării izobare** (p = constant, masa gazului m = constant) stabilește o dependență între volumul unui gaz și temperatură cînd presiunea se menține constantă. Un proces la care participă un sistem dat (m = const.) sub presiune constantă se numește proces *izobar*.

Experiment. Transformarea izobară a unei mase date de gaz (aer, de exemplu) se poate realiza în dispozitivul din figura 2.17. Aerul de studiat se află în balonul de sticlă A care se prelungește cu un tub subțire din sticlă B. În tub se află o coloană de mercur care separă aerul din tub și balon de aerul înconjurător. Deoarece tubul B este orizontal, presiunea aerului din dispozitiv rămîne constantă, egală cu presiunea atmosferică. Temperatura gazului se mai poate modifica încălzind apa din vasul C la un bec de gaz sau reșou electric. Temperatura se măsoară cu ajutorul termometrului D. Variația volumului, la încălzirea izobară a gazului, este pusă în evidență de deplasarea coloanei de mercur în tubul B, iar valoarea volumului la o temperatură dată se citește pe scara gradată de pe tubul B. La început, în vasul C se introduce un amestec de apă cu gheață. Gazul din balon va avea temperatura $t_0 = 0$°C, iar volumul pe care îl citim îl notăm cu V_0. Se încălzește apoi vasul C, iar temperatura va deveni t. Noua poziție a coloanei de mercur indică valoarea V a volumului. Alegînd diferite valori pentru t și reprezentînd grafic rezultatele (V în funcție de t) se verifică legea stabilită de Gay-Lussac:

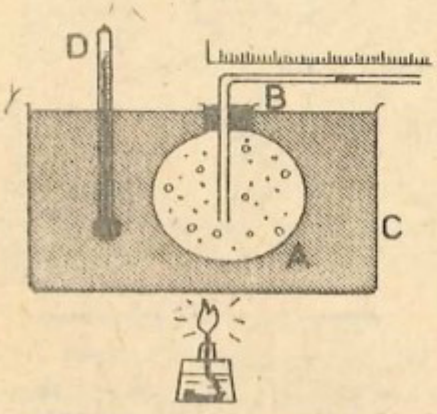


Fig. 2.17. Verificarea legii transformării izobare.

variația relativă a volumului unui gaz, aflat la presiune constantă, este direct proporțională cu temperatura.

Cantitativ, legea se scrie:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha t. \qquad (2.22)$$

Coeficientul de proporționalitate α se numește *coeficient de dilatare izobară*. El caracterizează dependența volumului gazului de temperatură. Făcînd în (2.22) pe $t = 1$°C, rezultă: coeficientul de dilatare izobară α este egal cu variația relativă a volumului gazului cînd acesta este încălzit cu un grad.

După cum rezultă din măsurători, α *are aceeași valoare pentru toate gazele:*

$$\alpha = \frac{1}{273{,}15}\ \text{grd}^{-1} = 0{,}003661\ \text{grd}^{-1},$$

deci este independentă de natura gazului.
Aceasta înseamnă că gazul își mărește volumul cu o fracțiune egală cu $\frac{1}{273{,}15}$ din volumul pe care îl ocupă la 0°C, dacă temperatura lui crește cu un grad.

Ecuația (2.22) poate fi scrisă și astfel

$$V = V_0(1 + \alpha t), \tag{2.23}$$

care arată că:

volumul unui gaz, aflat la presiune constantă, crește linear cu temperatura.

Procesul izobar poate fi reprezentat grafic. În coordonatele V și p, ecuația izobarei $p = \text{const.}$ este reprezentată printr-o dreaptă paralelă la axa volumelor (fig. 2. 18, *a*). În coordonatele t și V, ecuația izobarei (2.23) este reprezentată printr-o dreaptă ce intersectează axa volumelor în punctul de coordonate $(0, V_0)$, figura 2.18, *b*. Legea lui Gay-Lussac nu este valabilă la temperaturi joase, cînd gazul se lichefiază și apoi se solidifică. Dacă prelungim izobara și în domeniul temperaturilor coborîte (porțiunea punctată a izobarei), ea intersectează axa temperaturilor ($V = 0$) pentru o valoare a temperaturii $t = -\frac{1}{\alpha}$. Pentru diferite mase de gaz (deci V_0 diferit), izobarele au înclinări diferite dar toate intersectează axa temperaturilor în același punct $\left(-\frac{1}{\alpha}, 0\right)$.

Ecuația izobarei (2.23) devine foarte simplă dacă deplasăm originea temperaturii din punctul 0 (unde $t = 0$°C) în punctul avînd temperatura $t = -\frac{1}{\alpha} = -273{,}15$°C, numită *zero absolut*, unde $V = 0$. Astfel, se poate defini o nouă scară de temperatură, avînd originea la zero absolut (căreia îi corespunde în scara Celsius o temperatură de −273,15°C), numită *scara absolută de temperatură* sau *scara Kelvin*. Temperatura măsurată în această scară se

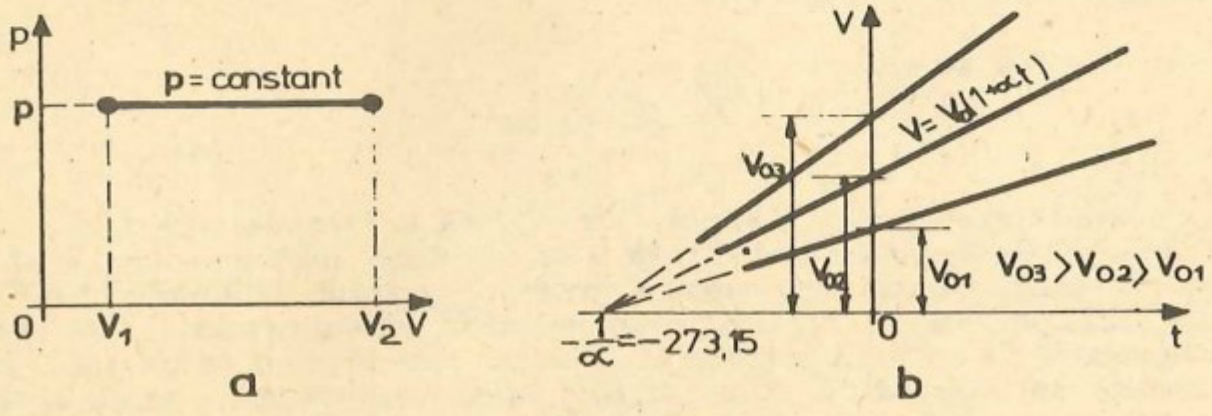


Fig. 2.18.

a) În coordonate p, V, procesul izobar este reprezentat printr-o dreaptă paralelă cu axa volumelor. b) În coordonate V, t, procesul izobar este reprezentat printr-o dreaptă ce intersectează axele în punctele $(0, V_0)$ și $(-1/\alpha, 0)$.

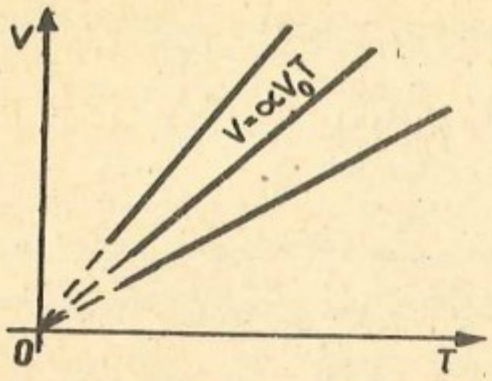


Fig. 2.19. În coordonate V, T, procesul izobar este reprezentat printr-o dreaptă ce trece prin originea axelor.

numește *temperatură absolută*. Un grad de pe scara absolută este egal cu un grad de pe scara Celsius și poartă denumirea de Kelvin, avînd simbolul K. De aici rezultă că temperatura absolută T este legată de temperatura t măsurată în scara Celsius prin relația $T(K) = t(°C) + 273{,}15 = t(°C) + T_0$, unde $T_0 = \frac{1}{\alpha} = 273{,}15$ K este temperatura de topire a gheții sub presiune atmosferică normală. Se vede din relația de mai sus că temperatura absolută nu poate fi decît pozitivă.

Folosind temperatura absolută, putem exprima ecuația (2.23), astfel

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0\left[1 + \frac{1}{273{,}15}(T - 273{,}15)\right] = V_0 \alpha T, \qquad (2.24)$$

adică, într-o transformare izobară, volumul gazului, în orice stare, este direct proporțional cu temperatura absolută.

Din (2.24) rezultă, știind că $\alpha = \frac{1}{T_0}$,

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}, \qquad (2.25)$$

astfel că într-o transformare izobară raportul dintre volum și temperatura absolută în orice stare rămîne constant

$$\frac{V}{T} = \text{const.} \qquad (2.26)$$

Reprezentarea grafică a ecuației izobarei (2.24) este dată în figura 2.19.

2.5.3. **Legea lui Charles sau legea transformării izocore** (V = const., m = const.) se referă la comportarea unui gaz de masă dată cînd este încălzit (răcit) la volum constant. Ea se enunță astfel:

variația relativă a presiunii unui gaz menținut la volum constant este direct proporțională cu temperatura.

Cantitativ, legea se scrie

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \beta t, \qquad (2.27)$$

unde p_0 este presiunea la 0°C iar p — presiunea la temperatura t.

Coeficientul de proporționalitate β se numește *coeficient termic al presiunii*. El caracterizează dependența presiunii gazului de temperatură. Făcînd în (2.27) pe $t = 1$°C, rezultă: coeficientul termic al presiunii este egal cu variația relativă a presiunii gazului cînd acesta este încălzit cu un grad. După cum rezultă din măsurători, β *are aceeași valoare pentru toate gazele egală cu*

$$\beta = \frac{1}{273{,}15}\ \text{grd}^{-1} = 0{,}003661\ \text{grd}^{-1}.$$

Această valoare, obținută din măsurători, arată că valoarea coeficientului mediu al dilatării izobare α este egală cu valoarea coeficientului termic al presiunii β

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273{,}15} = 0{,}003661 \text{ grad}^{-1}.$$

Ecuația (2.27) poate fi scrisă și astfel:

$$p = p_0(1 + \beta t), \tag{2.28}$$

care arată că:

presiunea unui gaz ideal menținut la volum constant crește liniar cu temperatura.

Legea transformării izocore poate fi scrisă și în funcție de temperatura absolută T. Pentru aceasta, procedînd la fel ca la deducerea relației (2.24), se obține

$$p = \beta p_0 T, \tag{2.29}$$

adică, într-o transformare izocoră, presiunea gazului, în orice stare a sa, este direct proporțională cu temperatura absolută. Din (2.29) rezultă, știind că $\beta = \frac{1}{T_0}$,

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

astfel că într-o transformare izocoră raportul dintre presiune și temperatura absolută în orice stare rămîne constant

$$\frac{p}{T} = \text{const.} \tag{2.30}$$

Procesul izocor poate fi reprezentat grafic. Ecuația $V = \text{const.}$, în coordonate p și V, iar ecuațiile (2.28) sau (2.29) în coordonatele p și t, respectiv p și T. Reprezentările grafice sînt date în figura 2.20, *a*, *b*, și *c*.

La temperaturi coborîte, izocorele sînt duse punctat din aceleași considerente pe care le-am arătat la reprezentarea grafică a izobarelor. Înclinarea izocorelor este cu atît mai mare, cu cît presiunea p_0 la 0°C este mai mare (fig. 2.20, *b* și *c*).

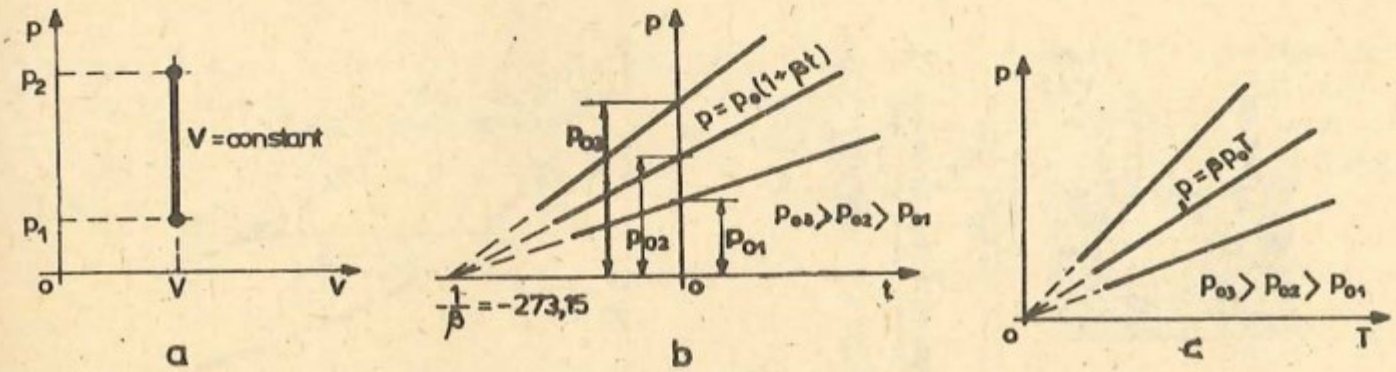


Fig. 2.20.

a) în coordonate p, V procesul izocor este reprezentat printr-o dreaptă paralelă cu axa presiunilor. b) în coordonate p, t, procesul izocor este reprezentat printr-o dreaptă ce intersectează axele în punctele $(0, p_0)$ și $(-1/\beta, 0)$. c) în coordonate p, T, procesul izocor este reprezentat printr-o dreaptă ce trece prin originea axelor.

Experiment. Comportarea unui gaz (aer) de masă dată la încălzire sau răcire sub volum constant se studiază cu ajutorul dispozitivului din figura 2.21.

Balonul de sticlă A comunică cu un manometru cu mercur M. Ramurile manometrului comunică printr-un tub de cauciuc. Pe ramura din stînga a manometrului este gravat un reper R. Tubul din dreapta al manometrului se poate mișca în lungul unei rigle gradate. În vasul B se introduce un amestec de gheață și apă, avînd temperatura $t_0 = 0°C$, măsurată de termometrul T. Se deschide robinetul C. În balon intră aer. Ridicăm brațul mobil al manometrului pînă cînd mercurul ajunge în dreptul reperului R. În acest caz, p_0 este egală cu presiunea atmosferică H. Închidem robinetul C și încălzim vasul B pînă la o temperatură t_1. Aerul din balon se dilată și împinge mercurul în ramura deschisă a manometrului. Pentru a menține volumul constant, se ridică brațul mobil al manometrului pînă cînd mercurul ajunge din nou în dreptul reperului R. Între cele două ramuri ale manometrului apare o denivelare h_1 măsurată pe riglă. Presiunea aerului va fi $p_1 = H + \rho g h_1$. Repetînd măsurătorile la diferite temperaturi și reprezentînd grafic rezultatele (p funcție de t) se obține o dreaptă care este tocmai izocora.

Observație. Gazele reale, cum sînt aerul, azotul, oxigenul, hidrogenul, heliul ș.a. se supun legilor descrise mai sus cînd se află la temperaturi cu mult mai mari decît temperatura lor de lichefiere și la presiuni relativ mici (apropiate ca valoare de presiunea atmosferică). La presiuni ridicate și temperaturi coborîte, gazele reale se abat de la legile de mai sus. *Gazul ideal* se definește ca fiind un gaz care se supune riguros legilor Boyle-Mariotte, Gay-Lussac și Charles în orice condiții de temperatură și presiune.

2.5.4. **Ecuația Clapeyron-Mendeleev.** Din legile obținute pe cale experimentală, amintite mai sus, a fost stabilită o dependență între parametrii de stare ai gazului ideal, aflat într-o stare de echilibru. Expresia matematică a dependenței dintre parametrii de stare ai gazului se numește *ecuația* Clapeyron-Mendeleev. Stabilim această ecuație. Pentru aceasta considerăm un gaz de masă dată, aflat într-o stare inițială *1*, caracterizată de parametrii p_0, V_0, T_0. Considerăm că din starea inițială gazul trece în starea finală *2*, caracterizată de parametrii p, V, T ($T > T_0$) printr-o transformare oarecare (fig. 2.22). Deoarece parametrii de stare nu depind de modul în care sistemul a ajuns în starea dată, putem trece gazul din starea inițială în cea finală printr-o stare intermediară. Fie această stare *1″*, caracterizată de parametrii p_0, V'', T, în care se ajunge din starea inițială în urma unei încălziri

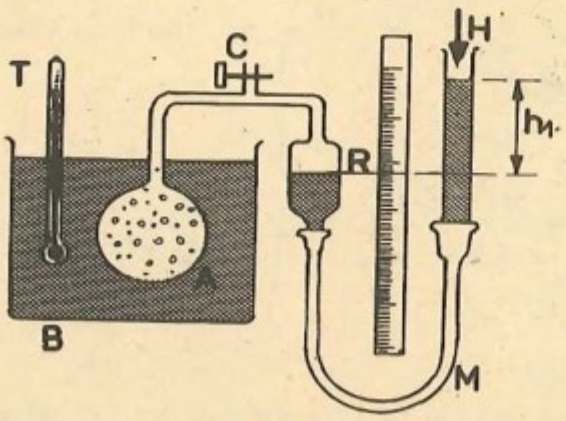


Fig. 2.21. Verificarea legii transformării izocore.

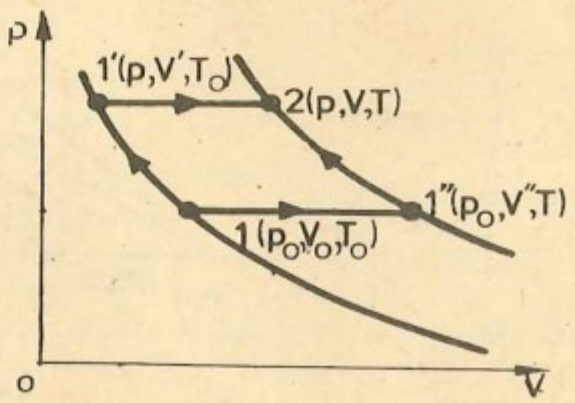


Fig. 2.22. Transformarea oarecare.

izobare de la T_0 la T. Din starea $1''$ se poate ajunge în starea finală prin transformarea izotermă $1'' - 2$. Ecuațiile celor două transformări sînt:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V''}{T} \text{ și } p_0 V'' = pV.$$

După înmulțirea celor două ecuații termen cu termen și simplificare cu V'' se obține

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \text{constant, dacă } m = \text{constant.} \tag{2.31}$$

La același rezultat se ajunge dacă folosim altă stare intermediară, de exemplu starea $1'$, caracterizată de parametrii p, V', T_0, în care se ajunge din starea inițială 1 în urma comprimării izoterme $1 - 1'$ (fig. 2.22). Din starea intermediară $1'$ se ajunge în starea 2 prin încălzirea izobară a gazului de la T_0 la T (la $p = \text{const.}$). Ecuațiile celor două transformări sînt:

$$p_0 V_0 = pV' \text{ și } \frac{V'}{T_0} = \frac{V}{T}.$$

După înmulțirea celor două ecuații termen cu termen și simplificarea cu V' se obține

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \text{constant, dacă } m = \text{constant,} \tag{2.31'}$$

deci același rezultat ca mai sus. Acest rezultat nu trebuie să depindă de stările intermediare prin care a trecut gazul, de aceea pot fi folosite și alte transformări pentru stabilirea lui.

Scriind ecuația (2.31) pentru un mol de gaz, aflat inițial în condiții normale de temperatură și presiune $\left(p_0 = 1 \text{ atm};\ T_0 = 273{,}15 \text{ K};\ V_{\mu_0} = 22{,}42 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}\right)$ ce suferă o transformare oarecare pînă în starea caracterizată de parametrii p, V_μ, T, avem:

$$\frac{pV_\mu}{T} = \frac{p_0 V_{\mu_0}}{T_0}. \tag{2.32}$$

Raportul din partea dreaptă a ecuației (2.32) este o constantă care nu depinde de natura gazului. Această constantă se notează cu R și poartă denumirea de *constanta universală* a gazelor. Ținînd seama că $p_0 = 1$ atm $=$ $= 101\,325$ N/m^2, $V_{\mu_0} = 22{,}42$ m^3/kmol, $T_0 = 273{,}15$ K, obținem valoarea pentru R în SI:

$$R = \frac{101\,325 \text{ N/m}^2 \cdot 22{,}42 \text{ m}^3/\text{kmol}}{273{,}15 \text{ K}} = 8{,}3143 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}.$$

Folosind constanta R, relația (2.32) devine

$$pV_\mu = RT, \tag{2.33}$$

care este ecuația Clapeyron-Mendeleev pentru un kilomol de gaz.

Dacă masa gazului este m, iar masa molară μ, atunci numărul de moli de gaz va fi $\nu = \frac{m}{\mu}$. În acest caz, constanta din partea dreaptă a ecuației (2.31) va fi de ν ori mai mare decît R, astfel că relația (2.31) se poate scrie:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT, \tag{2.34}$$

care este ecuația Clapeyron-Mendeleev pentru o masă m de gaz.

Relația (2.34) stabilește o dependență între parametrii de stare ai gazului aflat într-o stare de echilibru și poartă denumirea de *ecuația de stare termică* a gazului perfect.

Cu ajutorul ecuației de stare se poate exprima densitatea unui gaz, aflat în condiții fizice date. Din definiția densității și ecuația (2.34), rezultă:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \tag{2.35}$$

Dacă notăm cu ρ_0 densitatea gazului, aflat în condiții normale de temperatură și presiune, $\rho_0 = \frac{p_0\mu}{RT_0}$, atunci densitatea gazului, aflat la temperatura T și presiunea p, se exprimă cu ajutorul lui ρ_0 prin relația

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}. \tag{2.36}$$

2.5.5. Scara de temperatură a gazului ideal*. Legea transformării izocore (sau izobare, amîndouă pot fi folosite) ne permite să realizăm o scară de temperatură pentru gazul ideal. Într-adevăr, conform acestei legi, presiunea gazului, menținut la volum constant, depinde numai de temperatură. Acest rezultat a sugerat ideea de a realiza un termometru în care gazul ideal să fie folosit drept corp termometric, iar presiunea sa drept mărime termometrică. Se aduce termometrul pe rînd, în echilibru termic cu apa care fierbe și apoi cu un amestec de apă și gheață în echilibru la presiune normală. Se măsoară presiunea gazului în cele două stări, care se notează cu p_{100}, respectiv cu p_0. Notăm cu 100 și cu 0 temperaturile corespunzătoare. Intervalul $p_{100} - p_0$ se împarte în 100 de părți egale. Scara astfel obținută este denumită *scara de temperatură a gazului ideal*. A suta parte din intervalul $p_{100} - p_0$ este unitatea de temperatură în această scară, denumită *gradul centigrad în scara gazului ideal*. Valoarea lui este $\frac{p_{100} - p_0}{100}$ și în același timp este egală cu gradul Celsius. Temperatura gazului, aflat într-o stare în care are presiunea p, se exprimă prin relația

$$t = \frac{p - p_0}{p_{100} - p_0} \cdot 100(^\circ\text{C}). \tag{2.37}$$

În scara de temperatură a gazului ideal, temperatura de zero absolut (temperatura la care presiunea gazului devine egală cu zero) este egală cu $-273{,}15^\circ$C. Într-adevăr, considerînd în (2.37) $p = 0$, avem

$$t = \frac{-100p_0}{p_{100} - p_0}, \text{ dar din ecuația lui Charles, avem } \frac{p_{100} - p_0}{p_0} = 100\,\alpha, \text{ deci}$$

$$t = -\frac{1}{\alpha} = -273{,}15^\circ\text{C}.$$

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

Scara centigradă de temperatură a gazului ideal coincide practic cu scara absolută de temperatură (scara Kelvin). Deoarece gazele reale, aflate la presiuni scăzute și temperaturi relativ ridicate, pot fi aproximate cu gazul ideal, au fost realizate termometre cu gaz, a căror indicație este independentă de natura gazului (au aceeași scară termometrică). Asemenea termometre (de exemplu cel cu hidrogen) sînt folosite pentru etalonarea celorlalte tipuri de termometre (cu lichid, cu rezistență electrică sau cu termocuplu), astfel ca indicațiile lor să coincidă la orice temperatură.

2.5.6. **Scara termodinamică de temperatură***. Al doilea principiu al termodinamicii arată că se poate introduce o scară de temperatură universală care să nu depindă de proprietățile fizice ale vreunui corp. Ea a primit denumirea de *scara termodinamică* de temperatură. Se constată însă că un termometru cu gaz la volum constant, avînd drept corp termometric hidrogenul (cel mai apropiat gaz real de gazul ideal) are scara de temperatură cea mai apropiată de scara termodinamică. Această asemănare între cele două scări termometrice a impus folosirea termometrului cu hidrogen la volum constant în calitate de termometru etalon.

2.5.7. **Energia internă a gazului ideal.** Experiența arată că energia internă a gazelor reale, aflate în condiții fizice în care se comportă ca un gaz ideal, nu depinde decît de temperatura la care se află gazul și este independentă de volumul gazului. Această proprietate a gazului ideal a fost pusă în evidență pentru prima dată de către J.P. Joule (1818—1889) în anul 1943. Experiența lui Joule se poate realiza cu dispozitivul a cărui schemă este prezentată în figura 2.23. Acesta constă din două recipiente unite între ele cu un tub prevăzut cu robinet, cufundate într-un vas cu apă. La începutul experienței, vasul A este umplut cu aer la o presiune mai mare decît presiunea atmosferică, iar vasul B este vidat. În apa din vas se introduce un termometru T și se notează indicația acestuia. Se deschide apoi robinetul R. Gazul din vasul A se destinde brusc în vid și în final va ocupa volumul celor două vase. Se urmărește indicația termometrului. Se constată că temperatura indicată de termometru nu se modifică în urma destinderii gazului. Deoarece gazul se destinde în vid, $p_{exterior} = 0$, deci în procesul destinderii nu se efectuează lucru mecanic. Faptul că temperatura sistemului nu s-a schimbat în timpul procesului de destindere indică absența schimbului de căldură între sistem și exterior. Dacă gazul nu schimbă nici lucru mecanic, nici căldură cu mediul exterior, atunci energia sa internă nu se modifică. Deci $U_2 = U_1$, adică energia internă a gazului în starea inițială (gazul numai în vasul A) și în starea finală (gazul în ambele vase) este aceeași. La trecerea gazului din starea 1 în starea 2, volumul gazului crește, iar temperatura rămîne constantă, însă această variație de volum nu determină o variație a energiei interne, adică energia internă a gazului nu depinde de volum, ea depinde numai de temperatură. Deoarece aerul poate fi aproximat cu gazul ideal se poate afirma: *energia internă a gazului ideal este funcție numai de temperatură. $U = U(T)$*

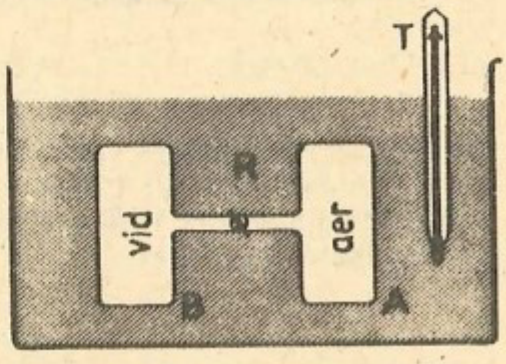


Fig. 2.23. Experiența lui Joule.

Aceasta este ecuația de stare calorică a gazului ideal.

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

PROBLEME REZOLVATE

1. Într-un cilindru cu piston se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Pistonul, de masă neglijabilă și secțiune $S = 200$ cm², se află inițial la distanța $d_1 = 1{,}6$ m de fundul cilindrului, apoi este adus încet la distanța $d_2 = 10$ cm. Să se determine forța F ce acționează asupra pistonului, aflat în poziția finală. Frecările se neglijează.

Rezolvare. Gazul aflat în cilindru suferă o transformare izotermă: $T = \text{const.}$ și $m = \text{const.}$ Scriem legea transformării izoterme $p_1V_1 = p_2V_2$. Dar $p_1 = p_0$, $V_1 = Sd_1$. Presiunea p_2 o aflăm din condiția: $p_2 = p_0 + F/S$, unde F este forța ce acționează asupra pistonului; $V_2 = Sd_2$. Înlocuim în prima relație și obținem

$$p_0Sd_1 = \left(p_0 + \frac{F}{S}\right) Sd_2, \text{ de unde } F = Sp_0\left(\frac{d_1}{d_2} - 1\right) = 30 \text{ kN}.$$

2. O butelie pentru păstrat oxigen comprimat de volum $V = 6$ m³ conține oxigen la presiunea $p = 120$ atm și temperatura $t = 27$°C. Să se afle: a) volumul oxigenului în condiții normale de temperatură și presiune ($p_0 = 1$ atm, $T_0 = 273$ K); b) masa m a oxigenului. Se cunoaște $\mu = 32$ kg/kmol.

Rezolvare. a) Considerăm că oxigenul trece din starea 1, caracterizată de parametrii m, T_0, p_0 și V_0, în starea 2, caracterizată de parametrii m, T, p și V. Deoarece numai $m = \text{const.}$, transformarea este oarecare și putem scrie $\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$, de unde

$$V_0 = \frac{pV}{T}\,\frac{T_0}{p_0} = \frac{1{,}2 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 \cdot 6 \text{ m}^3 \cdot 273 \text{ K}}{300 \text{ K} \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = 655{,}2 \text{ m}^3.$$

b) Masa oxigenului o aflăm din ecuația de stare

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \text{ de unde } m = \frac{32 \text{ kg/kmol} \cdot 1{,}2 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 6 \text{ m}^3}{8{,}31 \cdot 10^3 \text{ J/kmol K} \cdot 300 \text{ K}} = 924 \text{ kg}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Să se afle masa dioxidului de carbon ($\mu = 44$ kg/kmol), aflat într-un balon de volum $V = 40$ l la temperatura $t = 13$°C și presiunea $p = 2{,}7 \cdot 10^6$N/m².

R: $m = \frac{pV\mu}{RT} \approx 2$ kg.

2. La mijlocul unui tub subțire de sticlă, închis la ambele capete, de lungime $l = 1$ m, se află o coloană de mercur de lungime $h = 20$ cm. Cînd tubul este așezat vertical, coloana de mercur se deplasează pe lungimea $\Delta l = 10$ cm. Să se afle presiunea din tub în poziție orizontală.

R: $p = \rho gh\,\frac{\left(\frac{l-h}{2} - \Delta l\right)\left(\frac{l-h}{2} + \Delta l\right)}{\Delta l(l-h)} \simeq 0{,}49 \cdot 10^5$ N/m².

3. O bulă de aer, formată pe fundul unui lac, de adîncime H, se ridică spre suprafața apei. Să se afle dependența razei r a bulei (considerată sferică) de adîncimea h la

care ea se află la un moment dat, dacă volumul ei inițial este V_0. Nu se ține seama de forțele de tensiune superficială. Presiunea atmosferică este p_0.

R: $r = \sqrt[3]{\dfrac{3(p_0 + \rho g H) V_0}{4\pi(p_0 + \rho g h)}}$.

4. Într-un balon de volum $V = 0{,}2$ m³ se află heliu la presiunea $p_1 = 10^5$ N/m² și temperatura $t_1 = 17$°C. După ce în balon a mai fost introdus heliu, presiunea a devenit $p_2 = 3 \cdot 10^5$ N/m² iar temperatura $t_2 = 47$°C. Cu cît a crescut masa heliului din balon? Masa molară a heliului este $\mu = 4$ kg/kmol.

R: $\Delta m = m_2 - m_1 = \dfrac{\mu V}{R}\left(\dfrac{p_2}{T_2} - \dfrac{p_1}{T_1}\right) = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ kg.

5. Un balon de volum $V_1 = 10$ l, în care se află aer la presiunea p_1, este pus în legătură cu un al doilea balon de volum $V_2 = 30$ l în care se află aer la presiunea $p_2 = 10^5$ N/m². Să se determine p_1, dacă presiunea în sistem, după ce baloanele au fost puse în legătură, este $p = 2 \cdot 10^5$ N/m². Temperatura se consideră constantă.

R: $p_1 = \dfrac{p(V_1 + V_2) - p_2 V_2}{V_1} = 5 \cdot 10^5$ N/m².

6. Un balon meteorologic este umplut cu un gaz ușor la presiunea $p_1 = 1{,}05 \cdot 10^5$ N/m² și la temperatura $t_1 = 27$°C. Cînd balonul a ajuns la o anumită altitudine, unde presiunea aerului este $p_0 = 0{,}8 \cdot 10^5$ N/m², volumul balonului a crescut cu $k = 5\%$ iar presiunea gazului din balon diferă de cea a aerului cu $\Delta p = 5 \cdot 10^3$ N/m². Să se afle temperatura aerului la această altitudine, considerînd că gazul din balon se află la temperatura aerului înconjurător.

R: $T_2 = \dfrac{(p_0 + \Delta p)(1 + k) T_1}{p_1} = 255$ K, $t_2 = -18$°C.

7. Într-o butelie se află azot la temperatura $T_1 = 300$ K și presiunea $p_1 = 1{,}5 \cdot 10^7$ N/m². Din butelie s-a consumat azot pentru o experiență. La temperatura $T_2 = 280$ K, presiunea gazului este de $p_2 = 0{,}6 \cdot 10^7$ N/m², iar masa buteliei cu gaz s-a micșorat cu $\Delta m = 3{,}2$ kg. Să se determine: a) numărul de kilomoli de azot în starea inițială; b) masa de azot rămasă în butelie.

R: $\nu_1 = \dfrac{\Delta m}{\mu\left(1 - \dfrac{p_2 T_1}{p_1 T_2}\right)} = 0{,}2$ kmol; $m_2 = \dfrac{\Delta m}{\left(\dfrac{p_1 T_2}{p_2 T_1} - 1\right)} = 2{,}4$ kg.

8. La mijlocul unui tub cilindric orizontal, închis la capete, de lungime $L = 1$ m se află în echilibru un piston foarte subțire, termoizolant, care se poate mișca fără frecări. În partea stîngă, față de piston, temperatura gazului din tub este $t_1 = 100$°C, iar în partea dreaptă $t_2 = 0$°C.
La ce distanță față de capătul din stînga al tubului se va stabili pistonul, dacă întreg gazul din cilindru este adus la temperatura $t_2 = 0$°C?

R: $x = \dfrac{L T_2}{T_1 + T_2} \simeq 42$ cm.

9. Într-un tub cilindric orizontal, deschis la ambele capete, se află două pistoane ușoare, de secțiune $S = 10$ cm², legate printr-un fir întins, care se pot mișca fără frecare. Presiunea și temperatura aerului dintre cele două pistoane și în exterior sînt $p_0 = 10^5$ N/m² și $t = 27$°C. Pînă la ce temperatură t_1 poate fi încălzit aerul, delimitat de cele două pistoane, astfel ca firul ce leagă pistoanele între ele să nu se rupă? Tensiunea maximă suportată de fir este de $F = 30$ N.

R: $T_1 \leqslant \dfrac{F + p_0 S}{p_0 S} T = 390$ K, $t_1 \leqslant 117$°C.

10. Un vas ce conține un gaz este împărțit cu ajutorul unui perete mobil în două părți, avînd raportul volumelor $V_1/V_2 = \frac{2}{3}$. Temperatura gazului de volum V_1 este $t_1 = 177°C$, iar temperatura gazului de volum V_2 este $t_2 = 267°C$. Presiunea în ambele compartimente este aceeași, egală cu p. Care va fi raportul volumelor ocupate de cele două gaze cînd sînt aduse la aceeași temperatură t?

R: $\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} = 0{,}8.$

11. Presiunea hidrogenului dintr-un termometru cu gaz la volum constant V_0 crește de la valoarea p_0 la temperatura $t_0 = 0°C$, la valoarea p_1 la temperatura t_1. Să se determine această temperatură dacă se cunosc: coeficientul de dilatare volumică al vasului γ și coeficientul de dilatare volumică al hidrogenului γ_{H_2}.

R: $t_1 = \frac{p_1 - p_0}{p_0 \gamma_{H_2} - p_1 \gamma}.$

CAPITOLUL 3

PRINCIPIILE TERMODINAMICII

3.1. LEGEA CONSERVĂRII ȘI TRANSFORMĂRII ENERGIEI ÎN PROCESELE MECANICE ȘI TERMICE

În studiul fenomenelor termice intervin corpuri macroscopice aflate în repaus, a căror energie mecanică nu se modifică: în asemenea procese se modifică numai energia internă.

Primul principiu al termodinamicii se referă la modul în care variază energia internă a unui sistem ce interacționează mecanic sau termic cu mediul exterior. Experimental s-a constatat că:

1) energia internă a unui corp, izolat mecanic și termic de alte corpuri, nu se modifică indiferent dacă în interiorul corpului au loc sau nu procese fizice;

2) energia internă a unui corp se modifică numai dacă există schimb de lucru mecanic sau căldură între el și mediu.

Primul principiu al termodinamicii se enunță astfel:

În orice transformare variația ΔU a energiei interne depinde doar de stările inițială și finală ale sistemului fiind independentă de stările intermediare prin care trece sistemul termodinamic

Așadar, variația energiei interne fiind independentă de transformare rezultă că U este o mărime care depinde doar de starea sistemului. Avînd în vedere 2.11, rezultă:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - L. \tag{3.1}$$

Din (3.1) se poate exprima

$$Q = U_2 - U_1 + L = \Delta U + L \tag{3.2}$$

sau:

căldura primită de sistem este egală cu variația energiei interne a sistemului plus lucrul mecanic efectuat de către sistem.

Schematic, această afirmație este reprezentată în figura 3.1. Ecuația (3.1) sau (3.2) reprezintă o expresie matematică a legii de consevare și transformare a energiei, caracteristică pentru termodinamică. Ea se numește *ecuația primului principiu al termodinamicii*. În ecuațiile (3.1) sau (3.2), toate mărimile (ΔU, Q și L) se exprimă în aceleași unități de măsură (Joule).

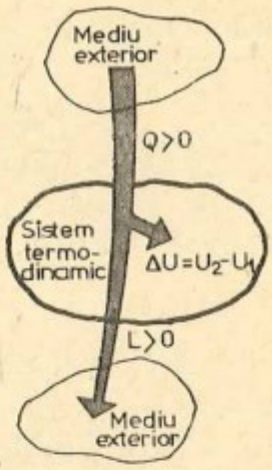


Fig. 3.1. Reprezentarea schematică a conservării energiei.

Din principiul întîi al termodinamicii rezultă cîteva consecințe deosebit de importante în legătură cu posibilitatea unui sistem termodinamic de a efectua lucru mecanic, precum și în legătură cu transformarea căldurii în lucru mecanic*, anume:

1. Din ecuația primului principiu putem exprima pe L sub forma

$$L = Q - (U_2 - U_1). \qquad (3.3)$$

De aici rezultă că un sistem termodinamic poate efectua lucru mecanic asupra mediului exterior ($L \neq 0$ și pozitiv), dacă primește căldură din exterior ($Q > 0$) sau dacă energia internă scade ($\Delta U < 0$).

a) Dacă $Q = 0$ (nu primește căldură), din (3.3) avem $L = -(U_2 - U_1)$. Pentru ca L să fie pozitiv trebuie ca $U_2 - U_1$ să fie negativ. Aceasta înseamnă: *dacă un sistem termodinamic nu primește căldură din exterior, el poate efectua lucru mecanic asupra corpurilor din jur numai pe seama micșorării energiei interne*. Variația energiei interne măsoară lucrul mecanic efectuat.

b) Dacă sistemul efectuează o transformare ciclică, atunci $U_2 - U_1 = 0$ și din (3.3) rezultă că $L = Q$, adică: *un sistem termodinamic poate efectua lucru mecanic într-o transformare ciclică (periodică) numai dacă primește căldură din exterior*.

Astfel, din primul principiu al termodinamicii rezultă că nu poate fi construită o mașină termică (sau de altă natură) care să producă lucru mecanic fără a consuma căldură de la o sursă exterioară. Asemenea mașini care ar produce lucru mecanic fără ca să consume energie din exterior au primit denumirea *de perpetuum mobile de speța I*. Deci, din primul *principiu al termodinamicii rezultă imposibilitatea realizării unui perpetuum mobile de speța I*.

Relativ la procesele ciclice trebuie să facem următoarea observație: din primul principiu rezultă că în cazul unui proces ciclic $L = Q$, adică lucrul mecanic efectuat de către sistem este egal cu căldura primită. Această afirmație rezultă din legea de conservare a energiei, care este de fapt conținutul primului principiu. Însă, primul principiu nu se referă la posibilitatea practică de a realiza într-un sistem un proces ciclic periodic prin care căldura să fie transformată integral în lucru mecanic.

După cum vom vedea mai tîrziu (la principiul al doilea al termodinamicii), în natură nu poate fi realizat în nici un sistem un proces ciclic prin care căldura să fie transformată integral în lucru mecanic: în orice proces ciclic, sistemul primește o cantitate de căldură din exterior, transformă o parte din ea în lucru mecanic, iar o parte o cedează din nou mediului exterior.

---

* Instalațiile care transformă căldura, obținută prin arderea unui combustibil, în lucru mecanic se numesc *motoare* sau *mașini termice*.

Exemple: motorul de automobil sau de avion, turbina de la centralele termoelectrice ș.a.

Şi în acest caz, după cum vom vedea, legea de conservare a energiei este îndeplinită.

2. Primul principiu al termodinamicii conţine legea de conservare a energiei pentru sistemele izolate. Într-adevăr, dacă sistemul este izolat, adică nu schimbă căldură şi nici lucru mecanic cu exteriorul, atunci $L = Q = 0$, iar din relaţia (3.1) rezultă $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$ sau $U_1 = U_2$, adică *energia internă a unui sistem izolat se conservă.*

3.2. APLICAŢII ALE PRIMULUI PRINCIPIU AL TERMODINAMICII

3.2.1. **Coeficienţi calorici.** Cînd un corp primeşte sau cedează căldură, atunci temperatura sa se modifică. Între căldura schimbată de un corp şi variaţia temperaturii sale există o dependenţă care este determinată de *natura corpului* şi de *condiţiile fizice* în care are loc *schimbul de căldură*. Mărimile ce stabilesc o legătură cantitativă între căldura Q primită sau cedată de un corp şi variaţia temperaturii sale ΔT se numesc coeficienţi calorici.

Înainte de a-i defini, amintim că pentru măsurarea căldurii Q se foloseşte în mod curent pe lîngă unitatea de măsură din Sistemul Internaţional — J (Joule) o altă unitate tolerată — caloria (cal) sau un multiplu al ei kilocaloria (kcal). Caloria este definită în legătură cu proprietăţile calorice ale apei, astfel:

caloria de 15° (simbol — cal_{15}) *reprezintă căldura necesară unui gram de apă pură pentru a-şi ridica temperatura cu 1°C* (de la 14,5°C la 15,5°C) *printr-o încălzire izobară* (sub presiunea de o atmosferă).

Între această unitate şi unitatea SI există relaţia de echivalenţă:

$$1\ cal_{15} = 4{,}1855\ J.$$

1. *Capacitatea calorică.* Se constată experimental că pentru a încălzi un corp cu ΔT grade este necesar să transmitem corpului căldura Q. Mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară pentru a creşte (micşora) temperatura unui corp cu un grad se numeşte *capacitatea calorică* a corpului şi se notează, de obicei, prin C. Valoarea sa este dată de expresia

$$C = \frac{Q}{\Delta T}. \tag{3.4}$$

Unitatea de măsură pentru capacitatea calorică se stabileşte scriind relaţia de mai sus pentru unităţile de măsură

$$[C]_{SI} = \frac{[Q]_{SI}}{[\Delta T]_{SI}} = \frac{J}{K}.$$

Capacitatea calorică este o caracteristică termică a corpului, nu a substanţei din care este constituit. Două corpuri, confecţionate din acelaşi material (Cu, de exemplu), de masă diferită, au capacitatea calorică diferită.

2. *Căldura specifică.* Pentru a caracteriza proprietăţile termice ale substanţei din care este făcut corpul sau sistemul, independente de mărimea masei, se foloseşte căldura specifică.

Se numește *căldură specifică* și se notează cu c, căldura necesară pentru a crește (micșora) temperatura unității de masă dintr-un corp cu un grad. Dacă masa corpului este m, atunci căldura specifică are expresia

$$c = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T}. \tag{3.5}$$

Unitatea de măsură pentru c în SI este

$$[c]_{si} = \frac{1}{[m]_{si}} \frac{[Q]_{si}}{[\Delta T]_{si}} = \frac{J}{kg \cdot K}.$$

Din relațiile (3.5) și (3.4) se poate stabili o legătură între capacitatea calorică C și căldura specifică c:

$$C = mc. \tag{3.6}$$

3. *Căldura molară* este căldura necesară pentru a crește (micșora) temperatura unui kilomol dintr-o substanță cu un grad. Dacă ν este numărul de kilomoli, atunci căldura molară va fi:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{Q}{\Delta T}. \tag{3.7}$$

Deoarece căldura molară este de fapt capacitatea calorică a unui kilomol de substanță, am folosit aceeași notație C. Unitatea de măsură pentru căldura molară este:

$$[C]_{si} = \frac{1}{[\nu]_{si}} \frac{[Q]_{si}}{[\Delta T]_{si}} = \frac{J}{kmol \cdot K}.$$

Între căldura molară și căldura specifică se poate stabili relația:

$$C = \mu c. \tag{3.8}$$

Într-adevăr, numărul de kilomoli este $\nu = \frac{m}{\mu}$. Dacă introducem expresia lui ν în (3.7), avem:

$$C = \frac{1}{\frac{m}{\mu}} \frac{Q}{\Delta T} = \mu \cdot \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T} = \mu c. \tag{3.9}$$

Căldura primită sau cedată de un corp cînd temperatura lui variază cu ΔT grade poate fi exprimată: $Q = C\Delta T$ (dacă se cunoaște capacitatea calorică), $Q = mc\Delta T$ (dacă se cunosc masa și căldura specifică a corpului), $Q = \nu C \Delta T$ (dacă se cunosc numărul de kilomoli și căldura molară). Aceste ecuații se obțin din relațiile (3.4), (3.5) și (3.7).

Căldura pe care o absoarbe un corp sau un sistem depinde de condițiile de încălzire (este funcție de proces). Prin urmare și coeficienții calorici depind de condițiile de încălzire sau răcire a corpurilor, astfel că ele trebuie specificate. De obicei se folosesc căldura specifică și căldura molară la volum constant, notate cu c_V și C_V (cînd sistemul schimbă căldura la volum constant) și căldura specifică și căldura molară la presiune constantă, notate cu c_p și

C_p (cînd sistemul schimbă căldura la presiune constantă). La gaze $c_p > c_V (C_p > C_V)$ și este necesar ca în funcție de condițiile de încălzire să fie folosite corespunzător. La solide și lichide $c_p \simeq c_V (C_p \simeq C_V)$, de aceea la solide și lichide nu se face deosebire între căldurile specifice izobare și izocore.

Căldurile specifice ale gazelor, lichidelor și solidelor la temperaturi apropiate de temperatura camerei nu depind de temperatură. La temperaturi joase, căldurile specifice depind de temperatură, și anume: cînd temperatura tinde spre zero absolut, căldurile specifice tind spre zero.

3.2.2. **Relația lui Robert Mayer.** Folosind primul principiu al termodinamicii se poate stabili o relație între căldurile molare C_p și C_V pentru gazul perfect.

Considerăm un kmol de gaz perfect ce absoarbe căldura Q. Conform primului principiu al termodinamicii:

$$Q = \Delta U + L = \Delta U + p\Delta V. \tag{3.10}$$

Dacă gazul este încălzit izocor ($\Delta V = 0$) deci $L = 0$, de aceea $Q_V = \Delta U$. În acest caz, căldura molară izocoră va fi:

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T}. \tag{3.11}$$

Dacă gazul este încălzit izobar, căldura molară izobară C_p va fi:

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{p\Delta V}{\Delta T}. \tag{3.12}$$

Folosind (3.11), avem

$$C_p = C_V + \frac{p\Delta V}{\Delta T}. \tag{3.13}$$

Din relația (3.13) se vede că C_p este mai mare decît C_V cu o valoare egală cu valoarea lucrului mecanic efectuat de sistem la încălzirea sa izobară cu un grad.

Dar, pentru un kmol de gaz, din ecuația de stare avem: $p\Delta V = R\Delta T$. Înlocuind în (3.13), se obține:

$$C_p = C_V + R. \tag{3.14}$$

Relația obținută se numește *ecuația lui R. Mayer*. Deoarece $C_p = \mu c_p$ și $C_V = \mu c_V$, relația lui R. Mayer poate fi scrisă și pentru căldurile specifice:

$$c_p = c_V + \frac{R}{\mu}. \tag{3.15}$$

PROBLEME REZOLVATE

1. Un corp sferic confecționat din oțel cade liber. În momentul ciocnirii cu pămîntul (o suprafață dură), viteza corpului este $v = 41$ m/s. Să se calculeze cu cît crește temperatura corpului, dacă după ciocnire el se ridică la înălțimea $h = 1{,}6$ m. Se presupune că întreaga căldură degajată prin ciocnire este preluată de corp. Se cunosc: căldura specifică a oțelului $c = 460$ J/kg·K și $g = 9{,}81$ m/s². Se neglijează frecarea și schimbul de căldură dintre corp și aer.

Rezolvare. Energia cinetică pe care o are corpul în momentul ciocnirii se transformă în căldură, care determină încălzirea corpului $Q = mc\Delta T$, și în energie potențială $E_p = mgh$. Din legea de conservare a energiei avem:

$$E_c = Q + E_p \text{ sau } \frac{mv^2}{2} = mc\Delta T + mgh,$$

de unde $\Delta T = \frac{v^2 - 2gh}{2c} = \frac{1\,681\ \text{m}^2/\text{s}^2 - 2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}6\ \text{m}}{2 \cdot 460\ \text{J/kg} \cdot \text{K}} = 1{,}8\ \text{K} = 1{,}8°\text{C}.$

2. Să se afle căldurile specifice c_p și c_V ale unui gaz perfect, dacă se cunosc $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1{,}41$ și densitatea gazului în condiții normale $\rho_0 = 1{,}293\ \text{kg/m}^3$.

Rezolvare. Între căldurile specifice există relația lui Mayer $c_p - c_V = \frac{R}{\mu}$. Din ecuația de stare avem pe ρ_0: $\rho_0 = \frac{\mu p_0}{RT_0}$. Înlocuind pe R/μ în ecuația lui Mayer, avem

$$c_V \left(\frac{c_p}{c_V} - 1\right) = \frac{p_0}{\rho_0 T_0}$$

sau

$$c_V = \frac{p_0}{\rho_0 T_0(\gamma - 1)} = \frac{101325\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1{,}293\ \text{kg/m}^3 \cdot 273\ \text{K}(1{,}41 - 1)} = 700\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

Valoarea lui c_p rezultă imediat

$$c_p = \gamma c_V = 987\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Două baloane identice, închise ermetic, în care se află 1 l de apă, respectiv 1 l de aer sînt încălzite, folosind încălzitoare identice. Care dintre vase se va încălzi mai repede? De ce?

2. În ce caz apa dintr-un vas, de masă neglijabilă, se va încălzi mai mult: dacă în apă este introdusă o bucată de porțelan încălzit sau dacă în apă este introdusă o bucată de metal, avînd volumul egal cu volumul porțelanului și încălzit la aceeași temperatură? Raportul dintre căldurile specifice ale porțelanului și metalului este 2/1, iar raportul densităților 2/11.

3. Trei bile confecționate din aluminiu, plumb și fier, avînd aceeași masă, se încălzesc la aceeași temperatură. Apoi bilele sînt puse simultan pe un bloc de ceară. După un timp oarecare se constată că bila de aluminiu este cufundată în ceară mai mult decît bila de fier, care, la rîndul ei, este cufundată mai mult decît cea de plumb. Ce concluzie se poate trage din această experiență?

4. Ce căldură este necesară pentru a încălzi 1 kg de zinc cu 1 K? Dar pentru a încălzi 1 kmol de zinc tot cu 1 K? Se cunosc: $c_{Zn} = 400\ \text{J/kg} \cdot \text{K}$ și $\mu_{Zn} = 30\ \text{kg/kmol}$.

R: 400 J; 12 kJ.

5. Ce căldură se degajă la răcirea unui kilogram de nichel de la 293 K la 19°C? $c_{Ni} = 460\ \text{J/kg} \cdot \text{K}$.

R: 460 J.

6. Căldurile specifice izobară, respectiv izocoră ale unui gaz sînt: $c_p = 5{,}225 \cdot 10^3$ J/kg · K și $c_V = 3{,}135 \cdot 10^3$ J/kg · K. Să se afle masa molară a gazului.

R: $\mu = \dfrac{R}{c_p - c_V} = 3{,}976$ kg/kmol.

7. Un termometru, cufundat într-o cantitate $m_1 = 66$ g de apă, își mărește temperatura de la $t_1 = 17{,}8°C$ la $t_2 = 32{,}4°C$. Să se determine temperatura reală t_x pe care o avea apa înainte de a introduce termometrul în apă. Capacitatea calorică a termometrului este $C = 1{,}9$ J/K, iar căldura specifică a apei $c \simeq 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg · K.

R: $t_x = \dfrac{C(t_2 - t_1)}{m_1 c} + t_2 = 32{,}5°C.$

3.2.3. **Transformările simple ale gazului ideal.** Vom exprima variația energiei interne $\Delta U = U_2 - U_1$, căldura Q și lucrul mecanic L în cazul proceselor simple ale gazelor ideale.

1. *Transformarea izocoră* ($V = \text{const.}$). În acest proces, volumul gazului nu variază, deci $\Delta V = 0$, și din primul principiu avem:

$$Q = \Delta U. \tag{3.16}$$

Ținînd seama de (3.11), avem pentru un kmol de gaz:

$$\Delta U = Q = C_V \Delta T = C_V(T_2 - T_1). \tag{3.17}$$

Deoarece $C_V > 0$ pentru toate substanțele, rezultă că dacă $Q > 0$, atunci $\Delta T > 0$, iar dacă $Q < 0$, atunci $\Delta T < 0$. Adică, temperatura sistemului crește cînd acesta primește căldură ($Q > 0$) și, invers, ea scade cînd sistemul cedează căldură ($Q < 0$).

Pentru o masă oarecare de gaz m, avem:

$$\Delta U = Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = m c_V \Delta T = m c_V (T_2 - T_1). \tag{3.18}$$

Lucrul mecanic efectuat de gaz este:

$$L = 0.$$

2. *Transformarea izobară* ($p = \text{const.}$). Pentru un kmol de gaz, rezultă din definiția căldurii molare izobare: $C_p = \dfrac{Q}{\Delta T}$, de unde:

$$Q = C_p \Delta T = C_p(T_2 - T_1). \tag{3.19}$$

Lucrul mecanic are expresia:

$$L = p(V_2 - V_1). \tag{3.20}$$

Pentru o masă m de gaz, avem:

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p(T_2 - T_1) = m c_p(T_2 - T_1); \quad \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V(T_2 - T_1) =$$

$$= m c_V(T_2 - T_1); \quad L = p(V_2 - V_1).$$

Expresia lucrului mecanic poate fi scrisă și altfel, dacă folosim ecuația de stare și ținem seama că procesul este izobar:

$$L = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Variația energiei interne depinde și în acest caz de C_V și este:

$$\Delta U = Q - L = \nu C_V (T_2 - T_1). \quad (3.21)$$

3. *Transformarea izotermă* ($T = \text{const.}$). Deoarece pentru gazul ideal energia internă depinde numai de temperatura absolută (vezi § 2.5.7.), într-un proces izoterm $\Delta U = 0$. Din primul principiu rezultă:

$$Q = L$$

deci, căldura Q absorbită de sistem este transformată integral în lucru mecanic. După cum am văzut, procesul izoterm se reprezintă grafic în coordonate p, V printr-o hiperbolă echilateră, ce are ecuația $pV = \text{const.}$, numită izotermă.

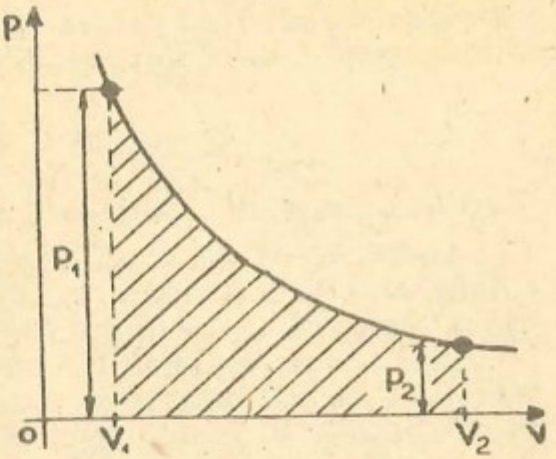


Fig. 3.2. Lucrul mecanic într-un proces izoterm.

Lucrul mecanic efectuat la destinderea izotermă de la volumul inițial V_1 la volumul final V_2 este egal cu aria figurii mărginită de izotermă, de segmentul de pe axa absciselor V_1V_2 și ordonatele punctelor de pe izotermă corespunzătoare volumelor V_1 și V_2 (fig. 3.2).

Se poate arăta că, pentru un kmol de gaz, lucrul mecanic într-o astfel de transformare este

$$L = RT \log_e \frac{V_2}{V_1}, \text{ unde baza } e \text{ este numărul irațional } e = 2{,}718...$$

Știind relația $\log_a A = \log_b A \cdot \log_a b$ și considerînd $a = e$ și $b = 10$; avem

$$\log_e A = \log_{10} A \cdot \log_e 10.$$

Notînd $\log_e A$ prin $\ln A$ și avînd în vedere că $\log_e 10 = 2{,}3$, avem:

$$\ln A = 2{,}3 \lg A. \quad (3.22)$$

Astfel, putem scrie lucrul mecanic sub forma:

$$L = 2{,}3\ RT \cdot \lg \frac{V_2}{V_1}, \quad (3.23)$$

care este expresia analitică a lucrului mecanic efectuat de un kilomol de gaz ideal într-o destindere izotermă de la volumul inițial V_1 la volumul final V_2. Acest lucru mecanic, după cum am văzut, este egal cu căldura Q, absorbită de sistem de la corpurile înconjurătoare.

Dacă avem o masă m de gaz perfect, vom obține:

$$L = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2{,}3 \frac{m}{\mu} RT \lg \frac{V_2}{V_1}. \quad (3.24)$$

În concluzie, pentru procesul izoterm $T = \text{const.}$, variația energiei interne a gazului este egală cu zero ($U = \text{const.}$)

$$\Delta U = 0,$$

iar căldura absorbită de sistem este egală cu lucrul mecanic efectuat de către sistem asupra mediului înconjurător

$$Q = L = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2{,}3 \frac{m}{\mu} RT \lg \frac{V_2}{V_1}, \tag{3.25}$$

T fiind temperatura absolută a gazului în procesul izoterm.

4. *Transformarea adiabatică.* Un proces sau o transformare se numesc adiabatice dacă sistemul termodinamic nu schimbă (nu primește și nu cedează) căldură cu mediul exterior. Aceasta înseamnă că sistemul trebuie să fie izolat termic de mediul exterior cu ajutorul unui înveliș care să nu permită schimbul de căldură între sistem și mediu. Asemenea înveliș se numește *înveliș adiabatic.* Matematic, condiția ca un proces să fie adiabatic se scrie

$$Q = 0. \tag{3.26}$$

Din primul principiu al termodinamicii rezultă

$$L = -\Delta U = -(U_2 - U_1). \tag{3.27}$$

Dacă $L < 0$, adică gazul este comprimat adiabatic, atunci energia lui internă crește, iar gazul se încălzește $T_2 > T_1$. Acest fenomen este folosit în motoarele Diesel cu ardere internă pentru aprinderea combustibilului.

Dacă $L > 0$, adică gazul se destinde adiabatic, atunci lucrul mecanic produs de sistem se efectuează pe seama scăderii energiei interne și gazul se răcește ($L > 0$, rezultă că $\Delta U < 0$, adică $U_2 < U_1$). În tehnică, destinderea adiabatică este folosită pentru obținerea temperaturilor coborîte.

Variația energiei interne a gazului ideal depinde numai de variația ΔT a temperaturii. Conform cu (3.11).

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1), \tag{3.28}$$

care reprezintă expresia pentru variația energiei interne a unui kilomol de gaz ideal într-o transformare adiabatică.

Folosind expresia (3.27), avem pentru lucru mecanic:

$$L = -\Delta U = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2), \tag{3.29}$$

adică, lucrul mecanic efectuat într-un proces adiabatic este direct proporțional cu variația temperaturii gazului. Dacă gazul efectuează lucru mecanic ($L > 0$), atunci $T_2 < T_1$ și gazul se răcește, iar dacă asupra gazului se efectuează lucru mecanic ($L < 0$) $T_2 > T_1$ și gazul se încălzește.

Pentru o masă m de gaz, avem în cazul unui proces adiabatic: $Q = 0$ și

$$L = \frac{m}{\mu} C_V(T_1 - T_2). \tag{3.30}$$

Ecuația transformării adiabatice a fost stabilită în anul 1823 de fizicianul francez Poisson (1781—1840) și mai poartă denumirea de *ecuația lui Poisson.* Ea are forma:

$$pV^\gamma = \text{const.}, \tag{3.31}$$

unde raportul $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ poartă denumirea de *exponent adiabatic.* Folosind ecuația de stare a gazului ideal $pV = RT$, ecuația adiabatei se mai poate scrie:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \tag{3.32}$$

Deoarece $C_p > C_V$, exponentul adiabatei este mai mare decît unu ($\gamma > 1$). Aceasta înseamnă că graficul adiabatei, de ecuație $pV^\gamma = \text{const.}$, în coordonate p, V va fi mai înclinat decît graficul izotermei, de ecuație $pV = \text{const.}$ (fig. 3.3). Deci, pentru aceeași destindere a gazului ΔV, presiunea scade mai repede într-un proces adiabatic decît într-un proces izoterm ($\Delta p_{adiabatic} > \Delta p_{izoterm}$ pentru același ΔV). Aceasta se explică prin faptul că, în procesul adiabatic, în același timp cu destinderea gazului are loc și răcirea sa, iar răcirea face ca presiunea să scadă mai rapid decît în procesul izoterm.

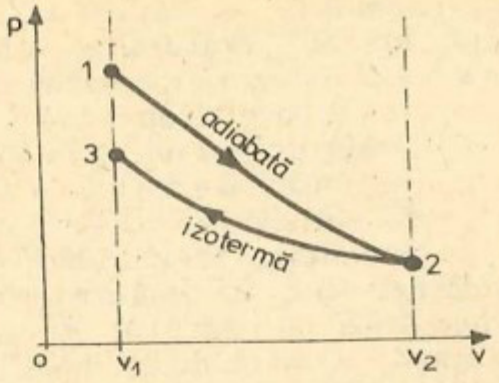


Fig. 3.3. Graficul adiabatei este mai înclinat decît graficul izotermei.

3.2.4. **Măsurări calorimetrice.** Calorimetria se ocupă cu măsurarea căldurii și a căldurii specifice. La baza acestor măsurători stau următoarele consecințe ale echilibrului termic și principiului I:

1) Într-un sistem izolat, format din corpuri cu temperaturi diferite, aflate în contact, după un anumit interval de timp, toate corpurile ajung la aceeași temperatură — spunem că s-a realizat echilibrul termic. Corpurile mai calde cedează căldură, iar cele mai reci primesc căldură.

2) Căldura primită de un corp pentru a-și mări temperatura cu un număr de grade este egală cu căldura cedată de același corp pentru a se *răci cu același număr de grade*. Căldura ce trebuie dată unui corp ca să se topească este egală cu aceea pe care o restituie corpul ca să se solidifice.

3) Fie două corpuri situate într-o incintă adiabatică, admitem că pentru început temperatura unuia este mai mare decît a celuilalt, acestea fiind puse în contact se va produce un transfer de căldură de la sistemul mai cald la cel mai rece. Căldura Q_1 cedată de corpul mai cald este egală cu căldura Q_2 primită de cel mai rece.

$$Q_1 = Q_2. \tag{3.33}$$

Relația (3.33) se numește *ecuația calorimetrică*.

Pentru măsurarea căldurii ca și a căldurii specifice, se folosesc mai multe metode:

— Metoda amestecurilor, care se bazează pe schimburile de căldură dintre corpuri cu temperaturi diferite aduse în contact.

— Metoda bazată pe schimbarea stării de agregare, căldura care se măsoară determină schimbarea stării de agregare a sistemului.

Determinarea căldurii specifice a unui solid. Ca metodă de lucru se va folosi metoda amestecurilor. Se vor folosi următoarele materiale:

— un calorimetru (fig. 3.4) care este un aparat astfel construit încît să permită schimbul de căldură între corpurile introduse în interiorul lui și să împiedice schimburile de căldură cu mediul exterior. Acesta este alcătuit dintr-un vas *(1)*, de obicei din alamă, introdus într-un alt vas *(2)*, cu volum mai mare. Izolația termică dintre aceste vase este asigurată de suporturile de plută (*3*) și de stratul de aer dintre pereți. În interiorul vasului (*1*) se introduce agentul

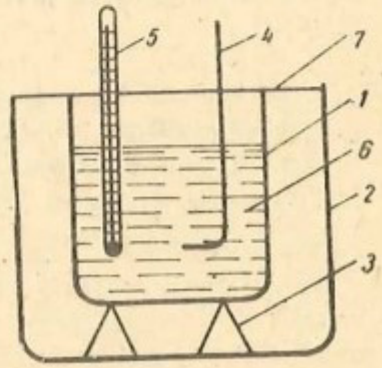


Fig. 3.4. Calorimetrul simplu.

de schimb (*6*), de obicei apă. Omogenizarea amestecului se face cu agitatorul (*4*), iar temperatura se măsoară cu termometrul (*5*). Capacul ce acoperă sistemul de vase este notat cu (*7*);

— un corp A de masă m_A, a cărui căldură specifică trebuie determinată.

Desfășurarea experimentului:

Se cîntărește vasul calorimetric, și masa acestuia se notează cu m_1.

Se cîntărește lichidul, și se notează masa acestuia cu m_2.

Se citește temperatura agentului de schimb înainte de încălzire și se notează cu t. Se încălzește corpul A pînă la o temperatură t_A, după care se introduce în agentul de schimb din calorimetru. Se fac următoarele notații: c_x = căldura specifică a solidului pentru care facem determinarea; c_1 = căldura specifică a vasului calorimetric; c_2 = căldura specifică a agentului de schimb.

Scriind $Q_1 = Q_2$, obținem:

$$m_A c_x (t_A - \theta) = (m_1 c_1 + m_2 c_2)\ (\theta - t)$$ din care rezultă c_x.

PROBLEME REZOLVATE

1. Aerul aflat într-un vas de volum $V = 0{,}2\ \text{m}^3$ la presiunea $p_1 = 2 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2$ este răcit izocor, pierzînd prin răcire căldura $Q = 50\ \text{kJ}$. Să se afle: a) presiunea finală; b) lucrul mecanic efectuat; c) variația energiei interne. Căldura molară izocoră a aerului $C_V = \frac{5}{2} R$ (R — constanta universală a gazelor).

Rezolvare

a) Căldura cedată de aer este:

$$Q = \nu C_V (T_1 - T_2), \qquad (1)$$

unde ν este numărul de kmoli de aer, iar T_1 și T_2 temperaturile inițială, respectiv finală. Datorită răcirii, $T_1 > T_2$. Din ecuațiile de stare avem: $T_1 = \frac{p_1 V}{\nu R}$ și $T_2 = \frac{p_2 V}{\nu R}$. Înlocuind în (1) pe T_1, T_2 și C_V, rezultă:

$$Q = 5/2 \cdot V(p_1 - p_2),$$

de unde:

$$p_2 = p_1 - \frac{2}{5}\frac{Q}{V} = 2 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2 - \frac{2}{5} \cdot \frac{5 \cdot 10^4\ \text{J}}{0{,}2\ \text{m}^3} = 10^5\ \text{N/m}^2.$$

b) Transformarea fiind izocoră $L = 0$.

c) Din primul principiu al termodinamicii rezultă

$$\Delta U = Q = 50\ \text{kJ}.$$

2. O masă $m = 10\ \text{g}$ de oxigen ($\mu = 32\ \text{kg/kmol}$) se află la presiunea $p = 3 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2$ și la temperatura $t = 10°\text{C}$. După încălzirea izobară, gazul ocupă volumul $V_2 = 10\ \text{l}$. Să se afle: a) căldura absorbită de gaz; b) lucrul mecanic efectuat de gaz prin destindere; c) variația energiei interne. Se cunoaște căldura molară izobară $C_p = 7/2 \cdot R$.

Rezolvare: a) Căldura absorbită de gaz va fi:

$$Q_p = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1). \qquad (1)$$

Temperatura T_2 o exprimăm din ecuația de stare $T_2 = \frac{\mu p_2 V_2}{mR}$.

Înlocuim pe T_2 în (1) și obținem:

$$Q_p = \frac{m}{\mu} C_p \left(\frac{\mu p V_2}{mR} - T_1 \right) = 7{,}92 \cdot 10^3 \text{ kg}.$$

b) Transformarea fiind izobară, lucrul mecanic va fi $L = p(V_2 - V_1)$. Folosind ecuația de stare $pV_1 = \nu RT_1$, avem:

$$L = pV_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 = 2{,}265 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

c) Din primul principiu, avem:

$$\Delta U = Q - L = 5{,}655 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

3. O masă $m = 2$ kg de oxigen ocupă volumul $V_1 = 1$ m³ la presiunea $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m². Gazul este încălzit izobar și se destinde pînă la volumul $V_2 = 3$ m³, apoi izocor pînă presiunea devine $p_3 = 5 \cdot 10^5$ N/m². Să se afle: a) variația energiei interne; b) lucrul mecanic efectuat de gaz; c) căldura absorbită de gaz. Se cunoaște $C_V = 5/2 \cdot R$.

Rezolvare

a) Variația energiei interne a gazului la trecerea din starea inițială în cea finală este

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1). \qquad (1)$$

Temperaturile T_1 și T_2 le obținem din ecuațiile de stare:

$$T_1 = \frac{\mu}{m} \frac{p_1 V_1}{R}, \quad T_2 = \frac{\mu}{m} \frac{p_3 V_2}{R}.$$

Înlocuim în (1)

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \frac{\mu}{m} \frac{1}{R} (p_3 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5}{2} (p_3 V_2 - p_1 V_1) = 3{,}25 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

b) Lucrul mecanic total, la trecerea din starea 1 în starea 3, este

$$L = L_{12} + L_{23}. \qquad (2)$$

Dar, $L_{12} = p_1(V_2 - V_1)$, iar $L_{23} = 0$, deoarece transformarea 2—3 este izocoră. Deci,

$$L = L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 0{,}4 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

c) Din primul principiu al termodinamicii, rezultă

$$Q = \Delta U + L = 3{,}25 \cdot 10^6 \text{ J} + 0{,}4 \cdot 10^6 \text{ J} = 3{,}65 \text{ MJ}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. O masă de azot ($\mu = 28$ kg/kmol) $m = 70$ kg este încălzită cu $\Delta T = 150$ K la volum constant. Să se afle: a) căldura Q_V absorbită; b) variația energiei interne ΔU; c) lucrul mecanic efectuat de gaz. Pentru azot $C_V = (5/2)R$.

R: a) $Q_V = \nu C_V \Delta T = 7{,}75$ MJ; b) $\Delta U = Q_V = 7{,}75$ MJ; c) $L = 0$.

2. Într-o incintă de volum $V_1 = 10$ m³ se află hidrogen la presiunea $p_1 = 10^5$ N/m². Gazul este încălzit la volum constant pînă cînd presiunea sa devine $p_2 = 3 \cdot 10^5$ N/m². Să se afle: a) variația energiei interne ΔU a gazului; b) lucrul mecanic efectuat de gaz; c) căldura Q_V absorbită de gaz. Pentru hidrogen $C_V = (5/2)R$.

R: a) $\Delta U = 5$ MJ; b) $L = 0$; c) $Q_V = \Delta U = 5$ MJ.

3. O cantitate de $\nu = 2$ kmol de dioxid de carbon este încălzită la presiune constantă cu $\Delta T = 50$ K. Să se afle: a) variația energiei interne ΔU a gazului; b) lucrul mecanic efectuat de gaz; c) căldura Q_p absorbită. Se cunoaște $C_p = 4R$.

R: a) $\Delta U = 2{,}5$ MJ; b) $L = 831$ kJ; c) $Q_p = 3\,324$ kJ.

4. Un gaz ocupă volumul $V_1 = 5$ l la presiunea $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m² și temperatura $t_1 = 17°C$. Gazul este încălzit izobar și efectuează un lucru mecanic $L = 196$ J. Să se afle cu cît s-a încălzit gazul.

R: $\Delta T = \dfrac{LT_1}{p_1 V_1} = 57$ K.

5. Într-un cilindru cu piston mobil fără frecări se află o masă $m = 1$ kg de azot ($\mu = 28$ kg/kmol). a) Ce căldură absoarbe gazul pentru ca temperatura lui să crească cu $\Delta T = 10$ K? b) Să se afle înălțimea Δh cu care se ridică pistonul după încălzirea gazului. Greutatea pistonului $G = 9{,}8$ N, secțiunea sa $S = 1$ m². Presiunea atmosferică deasupra pistonului $p_0 = 1$ atm. Pentru azot $C_p = (7/2)R$.

R: a) $Q_p = \nu C_p \Delta T = 10{,}4$ kJ; b) $\Delta h = \dfrac{\nu R \Delta T}{Sp_0 + G} \simeq 2{,}7$ cm.

6. O sferă de platină de rază egală cu 5 cm, la 95°C, se cufundă în 2 l apă la 4°C. Care este temperatura de echilibru? ($\rho_{pt.} = 22{,}07$ g/cm³, $c = 120$ J/kg · K.)

R: 18,3°C.

7. Într-un calorimetru ce conține 500 g apă la temperatura de 28°C se introduce o bucată de fier cu masa de 150 g și temperatura 100°C. Temperatura de echilibru este 30°C. Se cere capacitatea calorică a calorimetrului și a accesoriilor. Căldura specifică a fierului este 497 J/kg · K, iar cea a apei 4 180 J/kg · K.

R: 324,375 J/K.

8. În 25,50 kg apă cu temperatura de 12,5°C se pun 6,17 kg dintr-un metal cu temperatura de 80°C. Amestecul ia o temperatură de 14,5°C. Se cere căldura specifică a acestui metal.

R: 528 J/kg · grad.

3.3. PRINCIPIUL AL DOILEA AL TERMODINAMICII

3.3.1. **Lucrul mecanic și căldura în transformări ciclice.** Dacă un sistem termodinamic efectuează o transformare ciclică, atunci conform principiului întîi al termodinamicii $\Delta U = 0$, deci

$$L = Q. \tag{3.34}$$

Egalitatea de mai sus poate fi satisfăcută în următoarele trei cazuri:

a) $L = Q = 0$, deci sistemul nu schimbă cu exteriorul nici lucru mecanic, nici căldură;

b) $L = Q < 0$, adică sistemul primește lucru mecanic și cedează căldură;

c) $L = Q > 0$, deci sistemul primește căldură și cedează lucru mecanic.

Cînd se realizează cazul al treilea, sistemul cedează lucru mecanic în exterior la fiecare repetare a transformării ciclice, un asemenea dispozitiv este numit mașină termică. Principiul întîi al termodinamicii permite atît transformarea *integrală* a lucrului mecanic în căldură, cît și a căldurii în lucru mecanic. Trebuie remarcat că pentru a transforma integral căldura în lucru mecanic, mașina termică ar trebui să preia căldura de la un corp de temperatură dată, fără a mai ceda căldură unui alt corp, deoarece am presupus că

întreaga cantitate de căldură a fost transformată în lucru mecanic. Transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic ar impune deci ca mașina termică să schimbe căldura cu *un singur corp*, sau, cum se mai spune, cu un singur termostat. Experiența ne arată că în realitate nu este posibilă transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic, adică nu este posibilă obținerea de lucru mecanic într-o transformare ciclică în care mașina termică schimbă căldură cu un singur termostat. Într-adevăr, în caz contrar, ar fi fost posibilă construirea unei mașini termice care să transforme în lucru mecanic căldura practic infinită existentă în apa mărilor sau în aerul atmosferei. Transformarea în care sistemul schimbă căldura cu un singur termostat se numește transformare monotermă.

Pentru a exprima imposibilitatea transformării integrale a căldurii în lucru mecanic, trebuie formulat în termodinamică un principiu suplimentar, care este numit principiul al doilea al termodinamicii.

3.3.2. **Principiul al doilea al termodinamicii în formularea lui W. Thomson.** W. Thomson (lord Kelvin) a formulat principiul al II-lea al termodinamicii în modul următor:

Într-o transformare ciclică monotermă, sistemul nu poate ceda lucru mecanic în exterior. Dacă transformarea ciclică monotermă este și ireversibilă, atunci sistemul primește lucru mecanic din exterior.

Deoarece transformarea este presupusă ciclică conform principiului întîi $\Delta U = 0$ și $L = Q$.

Conform principiului al doilea și avînd în vedere convențiile de semn pentru L și Q, rezultă că într-o transformare ciclică monotermă $L \leqslant 0$ și $Q \leqslant 0$. Dacă transformarea este și ireversibilă, atunci $L_{irev} < 0$ și $Q_{irev} < 0$, deci sistemul, primind lucru mecanic, cedează căldura unicului termostat cu care este în contact termic.

Putem demonstra cu ușurință că dacă transformarea ciclică monotermă este reversibilă, atunci $L_{rev} = 0$ și $Q_{rev} = 0$. Pentru demonstrație, să folosim metoda reducerii la absurd, adică să admitem că afirmația nu este adevărată, adică $L_{rev} \neq 0$ și $Q_{rev} \neq 0$. Avînd în vedere principiul al doilea, unica posibilitate este ca $L_{rev} < 0$ și $Q_{rev} < 0$. Transformarea fiind presupusă reversibilă, atunci și parcurgerea ciclului în sens opus este o transformare posibilă. Dar în această ultimă transformare, sistemul schimbă cu exteriorul lucru mecanic $L'_{rev} = -L_{rev}$, deci $L'_{rev} > 0$, adică sistemul cedează lucru mecanic într-o transformare ciclică monotermă, ceea ce contrazice principiul al doilea. Concluzia la care am ajuns este absurdă, deci ipoteza $L_{rev} \neq 0$ care ne-a condus la aceasta este falsă, prin urmare $L_{rev} = 0$. Rezultă imediat că și $Q_{rev} = 0$.

Putem constata cu ușurință valabilitatea principiului al doilea pe cîteva cazuri particulare. Astfel, pentru sistemul format din resortul elastic de masă neglijabilă și talerul de masă M (fig. 2.4) am arătat (ec. 2.4) că în transformarea ciclică ACA, $L_{rev}^{ACA} = 0$. Cum $\Delta U = 0$, rezultă $Q_{rev} = 0$. Pe de altă parte, sistemul fiind în contact doar cu aerul atmosferic a cărui temperatură este aceeași peste tot, este evident că transformarea ciclică reversibilă este monotermă, deci am obținut rezultatele prezise de postulatul lui Thomson. Pentru același sistem, în transformarea ciclică monotermă, ireversibilă, am demonstrat că $L_{irev}^{ACA} < 0$ (ec. 2.8), deci și $Q_{irev}^{ACA} < 0$, deoarece $\Delta U = 0$, și în acest caz am obținut rezultatele prezise de principiul al doilea. Este demn de remarcat, pe exemplul considerat, că $Q_{irev}^{ACA} < 0$, deoarece presupunerea că sistemul se oprește în starea finală deși am adăugat brusc masa m conține în sine presupunerea că în tot cursul transformării reversibile se manifestă forțe de frecare fără de care sistemul nu s-ar fi oprit niciodată, oscilînd la

nesfîrșit ca un pendul elastic. Tocmai datorită existenței acestor forțe de frecare apare căldura Q_{irev}, pe care sistemul o cedează aerului ambiant, pe cînd L_{irev}^{ACA} este primit de sistem de la cîmpul gravitațional.

Principiul al doilea excluzînd posibilitatea ca în transformarea ciclică monotermă să avem cazul $L = Q > 0$ înseamnă că de fapt exclude pentru procesul considerat posibilitatea transformării integrale a căldurii primite Q în lucru mecanic L pe care sistemul să-l furnizeze exteriorului.

Într-o transformare monotermă *neciclică* este însă posibilă transformarea integrală a căldurii primite în lucru mecanic. Ne putem convinge imediat de aceasta considerînd o destindere izotermă a unui gaz ideal, deci o transformare monotermă. Deoarece pentru gazul ideal energia internă depinde doar de temperatură, în transformarea izotermă $\Delta U = 0$, deci $L_{rev} = Q_{rev}$, unde $L_{rev} = 2{,}3\, RT \lg \frac{V_f}{V_i} > 0$, deoarece volumul final V_f este mai mare decît volumul inițial V_i. Înseamnă că sistemul primind căldura Q_{rev}, o transformă integral în lucru mecanic dar transformarea nu este ciclică, deoarece volumul final nu coincide cu cel inițial.

3.3.3. **Lucrul mecanic într-o transformare ciclică bitermă.** Să mai observăm că formularea lui Thomson lasă posibilitatea constatării că se obține lucru mecanic de la un sistem care efectuează o transformare ciclică în care schimbă căldură cu două termostate de temperaturi diferite T_1 și T_2. O transformare în care sistemul schimbă căldură cu două termostate de temperaturi diferite se numește transformare bitermă. Dacă presupunem că $T_1 > T_2$, atunci sistemul primind căldura $Q_1 > 0$ de la termostatul de temperatură mai mare cedează căldura $Q_2 < 0$ termostatului de temperatură mai joasă, transformînd în lucru mecanic diferența valorilor absolute ale acestor cantități de căldură. Într-adevăr, căldura totală schimbată de sistem cu exteriorul este $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$, deci conform principiului întîi

$$\Delta U = Q - L = Q_1 - |Q_2| - L.$$

Dar $\Delta U = 0$, deoarece transformarea este ciclică, deci lucrul mecanic efectuat de sistem este:

$$L = Q_1 - |Q_2| > 0.$$

Evident că în transformarea ciclică bitermă nu se poate ca întreaga cantitate de căldură Q_1 primită de sistem să se transforme în lucru mecanic, ci doar diferența $Q_1 - |Q_2|$.

Randamentul unei mașini termice care efectuează o transformare ciclică bitermă va fi:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1, \qquad (3.35)$$

deoarece întotdeauna $Q_2 \neq 0$.

3.3.4. **Principiul al doilea al termodinamicii în formularea lui R. Clausius.** Experiența ne arată că întotdeauna cînd aducem în contact termic două corpuri aflate la temperaturi diferite, căldura Q schimbată este cedată de corpul mai cald corpului mai rece. Acest schimb se produce *de la sine*, în mod natural, fără nici o intervenție din exterior, în corpurile exterioare neproducîndu-se nici un fel de schimbări. Afirmăm că cedarea de căldură de către corpul cald corpului rece este o transformare care se petrece spontan. În nici

o experienţă *nu* s-a constatat trecerea spontană a căldurii de la un corp rece la unul cald.

Generalizînd aceste fapte experimentale, R. Clausius a formulat principiul al doilea al termodinamicii astfel:

Nu este posibilă o transformare care să aibă ca rezultat trecerea de la sine a căldurii de la un corp cu o temperatură dată la un corp cu temperatură mai ridicată.

Se observă din această formulare că principiul al doilea nu exclude procesul de trecere a căldurii de la un corp de temperatură mai scăzută (corpul rece) la unul de temperatură mai ridicată (corpul cald) dacă se intervine din exterior, se afirmă doar că acest proces nu poate decurge spontan, adică de la sine (fără o intervenţie din exterior).

Se poate demonstra că formularea lui Thomson a principiului al doilea este o consecinţă a formulării lui Clausius. Pentru aceasta trebuie să arătăm că din formularea lui Clausius rezultă:

„Într-o transformare ciclică monotermă sistemul nu poate ceda lucru mecanic în exterior".

Pentru demonstraţie să aplicăm metoda reducerii la absurd, deci să presupunem că afirmaţia de mai sus nu ar fi adevărată. Înseamnă atunci că ar exista posibilitatea de a realiza o maşină termică care, în urma unui proces ciclic monoterm să transforme integral în lucru mecanic căldura Q prelùată de la un singur termostat de temperatură T_1. Lucrul mecanic L obţinut în acest mod ar putea fi folosit, de exemplu, pentru a ridica un corp (*1*) la o anumită înălţime h deasupra solului. Lăsăm apoi acest corp să cadă liber şi să ciocnească plastic un alt corp (*2*) aflat la suprafaţa pămîntului şi care poate avea o temperatură T_2 mai mare decît temperatura T_1 a corpului care a cedat căldura Q. În urma ciocnirii, corpul (*1*) cedează energia sa cinetică sub formă de căldură corpului (*2*), totodată corpul (*1*) revenind la starea iniţială. Prin urmare, unicul rezultat al transformării ciclice monoterme considerate este cedarea căldurii Q de la un corp de temperatură T_1 unui corp de temperatură T_2 mai ridicată. Dar această concluzie este în contradicţie cu principiul al doilea în formularea lui Clausius, deci presupunerea făcută ne-a condus la o absurditate, deci ea nu este adevărată. Rezultă atunci că în transformarea ciclică monotermă, sistemul nu poate ceda lucru mecanic, adică rezultă formularea lui Thomson a principiului al doilea.

3.3.5. **Echivalenţa formulărilor lui Thomson şi Clausius ale principiului al doilea al termodinamicii.** Pentru a arăta echivalenţa formulărilor lui Thomson şi Clausius ale principiului al doilea trebuie demonstrat că presupunerea că formularea lui Thomson nu ar fi adevărată conduce la concluzia că nici formularea lui Clausius nu este adevărată, şi invers, presupunerea că formularea lui Clausius nu ar fi valabilă ar avea drept consecinţă că nici formularea lui Thomson nu este valabilă. Cum prima parte a demonstraţiei a fost făcută la sfîrşitul paragrafului precedent este suficient de a demonstra ultima parte a afirmaţiei de mai sus. Pentru aceasta, să ne reamintim mai întîi că formularea lui Thomson ne conduce la concluzia că un sistem poate furniza un lucru mecanic $L = Q_1 - |Q_2|$ în transformarea ciclică bitermă în care Q_1 este căldura primită de la termostatul de temperatură T_1 mai mare, iar Q_2 este căldura cedată termostatului de temperatură $T_2 < T_1$. Dacă formularea lui Clausius nu ar fi valabilă, atunci ar fi posibil ca în mod spontan cantitatea de căldură Q_2, cedată de sistem în transformarea ciclică bitermă termostatului de temperatură mai joasă T_2, să fie transportată de la acesta la termostatul de temperatură mai mare $T_1 > T_2$. Deoarece în această situaţie termostatul de temperatură T_2 primeşte şi cedează aceeaşi căldură Q_2, înseamnă că global cantitatea de căldură schimbată de sistem

cu acest termostat este nulă. Rezultă că sistemul ar ceda lucru mecanic într-o transformare ciclică în care schimbul de căldură se face doar cu termostatul de temperatură T_1, adică într-o transformare ciclică monotermă. Aceasta contrazicînd formularea lui Thomson, rezultă că ipoteza care contrazicea formularea lui Clausius nu este adevărată, deci formularea lui Clausius este valabilă.

3.4. MAȘINI TERMICE

3.4.1. **Ciclul Carnot** este o transformare ciclică cvasistatică formată din două izoterme și două adiabate. El a fost propus de Carnot (de aici și denumirea) care căuta să îmbunătățească randamentul motoarelor termice. S-a constatat că acest ciclu nu poate fi realizat în nici un motor real, că este deci un ciclu teoretic, un ciclu ideal, al cărui studiu a jucat însă un rol însemnat în dezvoltarea teoriei motoarelor termice.

Pentru a studia un ciclu Carnot vom folosi drept substanță de lucru ν kilomoli de gaz ideal închis într-un cilindru cu piston mobil. Pereții cilindrului și pistonul sînt confecționați dintr-un material perfect termoizolant (înveliș adiabatic) care nu permit schimbul de căldură între gaz și exterior, iar fundul cilindrului este confecționat dintr-un material termoconductor ideal. Fie T_1, p_1 și V_1 parametrii gazului în starea inițială. Aducem cilindrul cu gaz pe un încălzitor (fig. 3.5, *a*) a cărui temperatură este tot timpul constantă și egală cu T_1 și care constituie deci un termostat. Gazul va absorbi de la termostatul care constituie sursa caldă — căldura Q_1 și se va destinde izoterm și cvasistatic de la volumul V_1 la V_2, efectuînd lucrul mecanic L_1. În coordonate V, p, transformarea este reprezentată prin izoterma *1—2*. Aducem cilindrul cu gaz pe o suprafață termoizolatoare (fig. 3.5, *b*) și lăsăm gazul să se destindă adiabatic pînă la volumul V_3, efectuînd lucrul mecanic L_2. Grafic, procesul este reprezentat de adiabata 2—3. În urma destinderii adiabatice, gazul se răcește astfel că în starea *3* va avea temperatura $T_2 < T_1$. Aducem acum cilindrul cu gaz în contact cu sursa rece care constituie un termostat aflat la temperatura T_2. Comprimăm izoterm și cvasistatic gazul de la volumul V_3 la V_4 (izoterma *3—4*). În decursul comprimării izoterme, gazul cedează sursei reci căldura Q_2, primind lucrul mecanic L_3. Apoi aducem cilin-

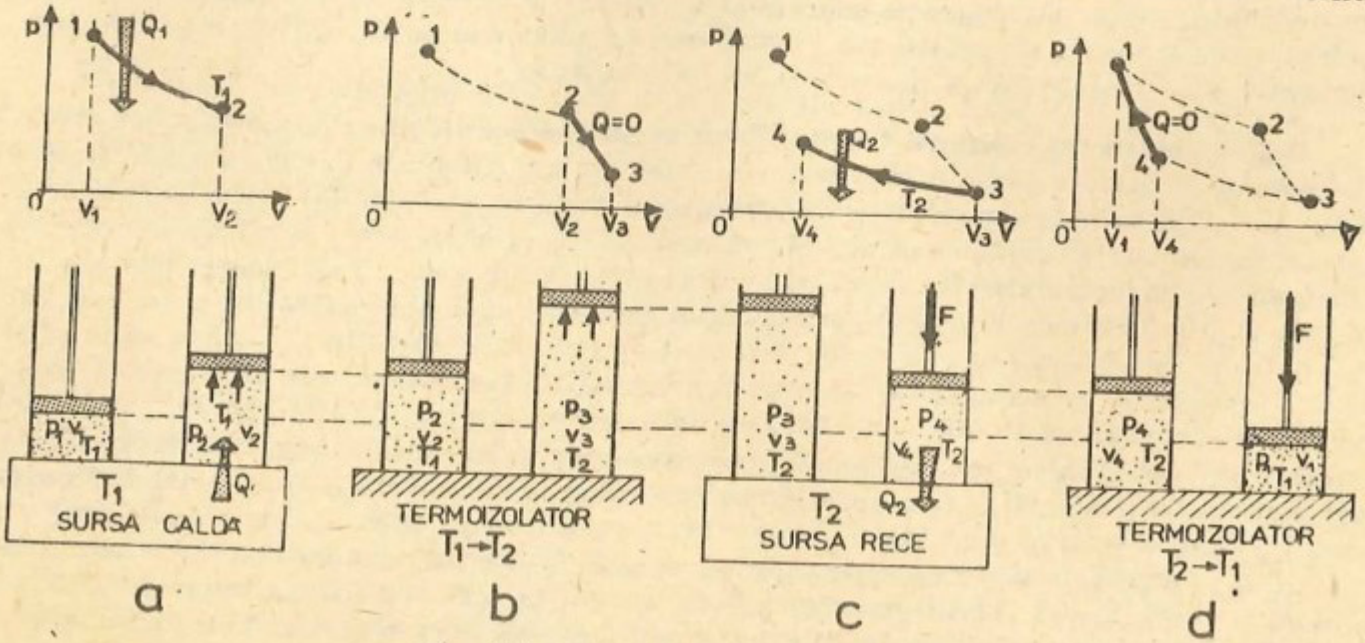


Fig. 3.5. Studiul ciclului Carnot.

drul cu gaz pe suprafața termoizolatoare și comprimăm adiabatic gazul de la V_4 la V_1. În urma acestei comprimări, temperatura lui va crește de la T_2 la T_1 și gazul primind lucrul mecanic L_4 revine în starea inițială (adiabata *4—1*). Dacă reprezentăm cele patru transformări succesive pe un singur grafic, în coordonate V, p obținem o transformare ciclică, reversibilă care este tocmai ciclul Carnot (fig. 3.5). Randamentul ciclului Carnot se calculează pe baza formulei $\eta = \frac{L}{Q_1}$. În cazul nostru, $L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$, unde, conform ecuației 3.24, pentru un kilomol $L_1 = 2{,}3\, RT_1 \lg \frac{V_2}{V_1}$, $L_3 = 2{,}3\, RT_2 \lg \frac{V_4}{V_3}$ pe cînd, conform ecuației 3.29, $L_2 = C_V(T_1 - T_2)$ și $L_4 = C_V(T_2 - T_1)$, deci

$$L = 2{,}3\, R\left(T_1 \lg \frac{V_2}{V_1} + T_2 \lg \frac{V_4}{V_3}\right). \tag{3.36}$$

Dar, $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ și $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$, stările *2* și *3* fiind pe o adiabată, iar stările *4* și *1* pe altă adiabată. Împărțind membru cu membru se obține

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}; \tag{3.37}$$

deci

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \tag{3.38}$$

Din ecuațiile (3.36) și (3.38) se obține $L = 2{,}3\, R(T_1 - T_2) \lg V_2/V_1$. Dar din transformarea izotermă $1 - 2$, $Q_1 = L_1 = 2{,}3\, RT_1 \lg \frac{V_2}{V_1}$, deci randamentul mașinii termice care funcționează după un ciclu Carnot este

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1, \tag{3.39}$$

deoarece $T_2 \neq 0$. Așadar randamentul mașinii termice nu poate fi egal cu 1 nici în condițiile de funcționare ideală, cum rezultă și din (3.35). Analizînd ciclul reversibil, pot fi formulate două concluzii esențiale pentru studiul motoarelor termice:

1. Randamentul ciclului Carnot (reversibil) nu depinde de substanța de lucru, ci numai de temperaturile celor două surse de căldură (termostate).

2. Randamentul unei mașini termice care funcționează după un ciclu ireversibil între două termostate de temperaturi date este mai mic decît randamentul unei mașini ideale care ar funcționa după un ciclu Carnot reversibil între aceleași termostate.

3.4.2. **Tipuri de motoare termice** (principiul de funcționare). Căldura, pe care motoarele termice o transformă parțial în lucru mecanic, se obține prin arderea în motor a unui combustibil (cărbune, păcură, benzină, motorină, hidrogen ș.a.). Această căldură este transmisă substanței de lucru (aer, abur, gaze de ardere) care își mărește presiunea și apasă pe pistonul mobil al unui cilindru (sau pe o paletă în cazul turbinelor) punîndu-l în mișcare. Se produce în acest fel lucru mecanic. În funcție de construcția motorului, combustibilul arde în exteriorul cilindrului cu piston mobil sau în interiorul său. După acest criteriu, motoarele termice se împart în două grupe: 1) motoare

termice cu ardere externă (de exemplu: locomotiva cu aburi, turbina cu aburi ș.a.) — și 2) motoare termice cu ardere internă (de exemplu: motoarele cu aprindere prin scînteie, motoarele Diesel, motoarele cu reacție ș.a.). Deoarece motoarele termice cu ardere internă sînt cele mai răspîndite în ultimul timp, vom analiza modul de funcționare a două tipuri de motoare din această categorie: motorul cu aprindere prin scînteie (motorul Otto) și motorul Diesel.

Motorul Otto folosește drept combustibil vapori de benzină amestecați cu aer. Acest amestec este absorbit într-un cilindru cu piston și aprins cu ajutorul unei scîntei electrice, produsă de bujii (de aici și denumirea de motor cu aprindere prin scînteie). Prin arderea combustibilului rezultă gaze de ardere la temperatură și presiune ridicate. Acestea apasă asupra pistonului și îl pun în mișcare. La piston este legată o bielă și de bielă o manivelă, prin intermediul cărora mișcarea rectilinie alternativă a pistonului este transformată în mișcare circulară continuă. În mișcarea următoare a pistonului, în sens invers, gazele de ardere destinse sînt eliminate din cilindru, după care se aspiră o nouă cantitate de amestec de vapori de benzină cu aer și ciclul se repetă din nou. Succesiunea de transformări la care participă substanța de lucru (gazele de ardere) reprezintă *ciclul* de funcționare al motorului, iar perioada corespunzătoare deplasării pistonului, de la un capăt la celălalt al cilindrului (mai exact între punctul mort superior și punctul mort inferior) poartă denumirea de *timp*. Motorul Otto este un motor în patru timpi, iar ciclul de funcționare este format din două adiabate și două izocore. Să vedem cum se realizează acest ciclu în motor și ce înseamnă cei patru timpi de funcționare ai motorului.

Timpul 1 — aspirația. Pistonul coboară în cilindru (fig. 3.6, *a*). În momentul începerii acestei mișcări, supapa de admisie se deschide și, datorită

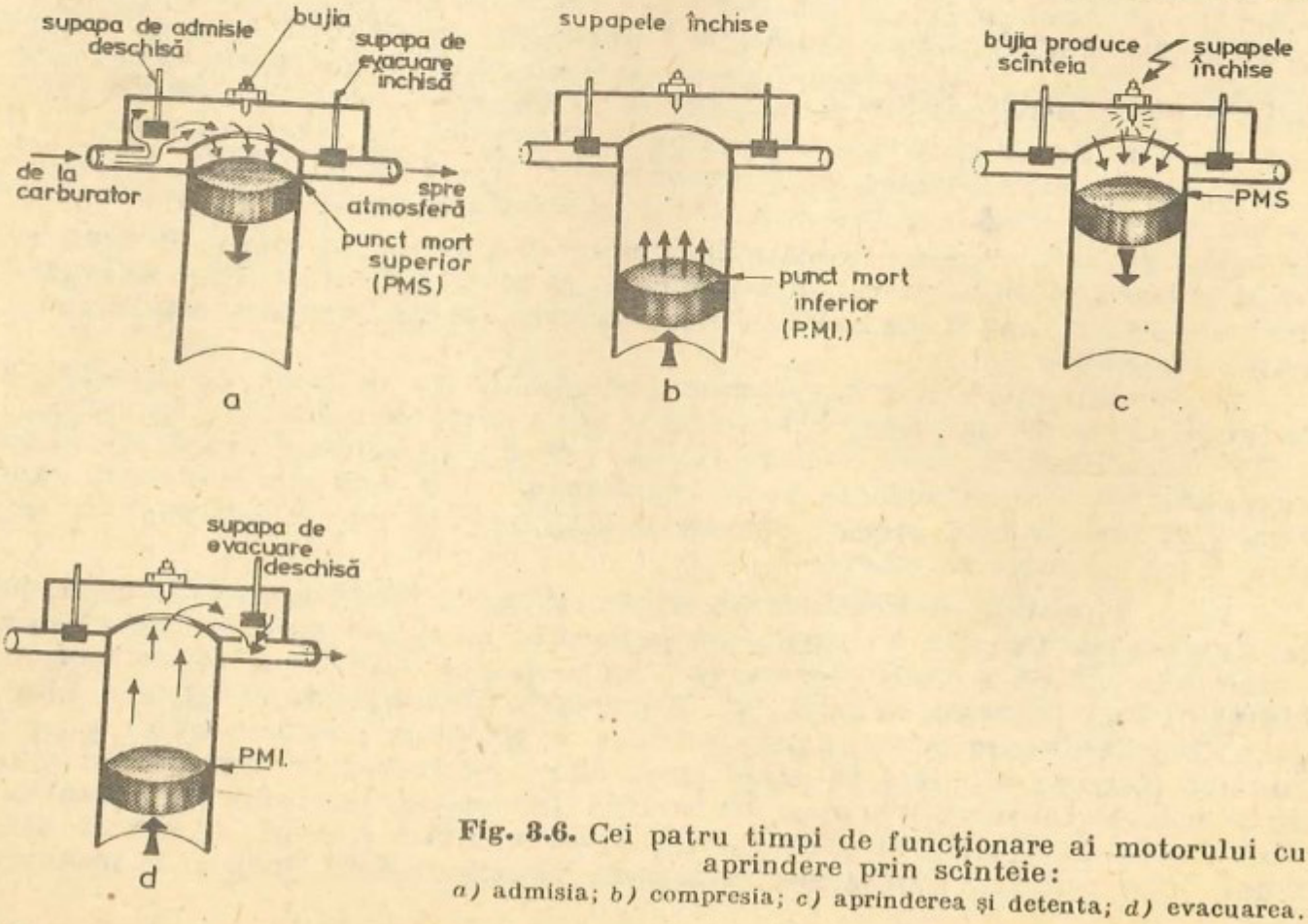


Fig. 3.6. Cei patru timpi de funcționare ai motorului cu aprindere prin scînteie:
a) admisia; *b)* compresia; *c)* aprinderea și detenta; *d)* evacuarea.

depresiunii care se formează, amestecul de vapori de benzină cu aer, format în carburator, este absorbit în cilindru la presiune constantă p_1 (presiunea atmosferică). În coordonatele p și V, absorbția este reprezentată prin izobara $A - 1$ ($p_1 = \text{const}$. fig. 3.7). Aspirația amestecului are loc în tot intervalul de timp în care pistonul se mișcă de la punctul mort superior la punctul mort inferior.

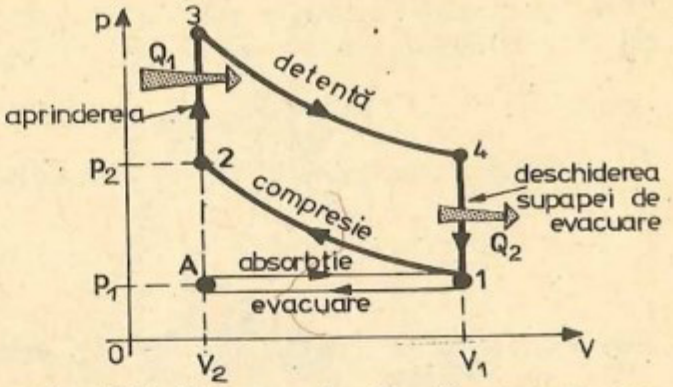


Fig. 3.7. Schema de funcționare a motorului Otto.

Timpul 2 — compresia. În momentul în care pistonul a ajuns la punctul mort inferior, ambele supape se închid, iar pistonul se mișcă spre punctul superior (fig. 3.6, *b*) comprimînd amestecul carburant. Comprimarea se face de la presiunea p_1 pînă la presiunea p_2. Deoarece mișcarea pistonului este rapidă, comprimarea este adiabatică. Acest proces este reprezentat în diagrama p, V prin adiabata 1—2 (fig. 3.7). Comprimarea are loc în timpul mișcării pistonului la punctul mort superior.

Timpul 3 — aprinderea și detenta. La sfîrșitul compresiei, cînd pistonul a ajuns la punctul mort superior și ambele supape sînt închise, se produce o scînteie electrică între electrozii bujiei (fig. 3.6,*c*). Scînteia aprinde amestecul carburant, care începe să ardă progresiv, în toată masa lui. Temperatura gazelor rezultate prin ardere crește brusc la cca 2 000°C, iar presiunea la aproximativ 25 atm. Datorită inerției, pistonul nu este pus imediat în mișcare, astfel că acest proces al substanței de lucru este izocor (procesul 2—3, diagrama p, V). În timpul arderii combustibilului se degajă căldura Q_1, care reprezintă căldura primită de motor. Gazele produc o forță mare de apăsare asupra pistonului și îl împing în jos spre punctul mort inferior, efectuînd lucru mecanic. Pe măsură ce pistonul coboară, gazele se destind — are loc detenta gazelor. Destinderea gazelor este adiabatică și procesul este reprezentat grafic prin adiabata *3—4*. Cînd pistonul ajunge aproape de punctul mort inferior se deschide supapa de evacuare, care face legătura între cilindru și aerul exterior. Presiunea scade brusc, pînă la valoarea presiunii atmosferice p_1 (acest proces este reprezentat prin izocora 4—1, pe diagrama p, V). În acest proces, substanța de lucru cedează în exterior cantitatea de căldură Q_2.

Timpul 4 — evacuarea. Supapa de evacuare este deschisă (fig. 3.6, *d*). Pistonul ajunge la punctul mort inferior, se mișcă în sus, spre punctul mort superior, și împinge afară, în atmosferă (la presiune constantă p_1) gazele arse și destinse (dreapta *1-A* din diagrama p, V). Cînd pistonul ajunge la punctul mort superior, timpul 4 se termină și motorul reîncepe un alt ciclu cu aspirația amestecului carburant.

Din cei patru timpi de funcționare ai motorului, numai în unul singur (timpul trei) se produce lucru mecanic.

Vom calcula randamentul motorului Otto, presupunînd că este cunoscut raportul de compresie al motorului $\varepsilon = \dfrac{V_1}{V_2}$.

Din definiție, randamentul este:

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

Dar, motorul primește căldura Q_1 în procesul izocor *2—3* și cedează căldura Q_2 în procesul izocor *4—1* (fig. 3.7), astfel că:

$$Q_1 = \nu C_V(T_3 - T_2); \quad |Q_2| = \nu C_V(T_4 - T_1).$$

Înlocuind în expresia randamentului, se obține:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Stările *1* și *2* se găsesc pe aceeași adiabată, deci putem scrie:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ sau } \frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{\gamma-1}, \text{ de unde } T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}.$$

Stările *3* și *4* se găsesc și ele pe aceeași adiabată (alta decît aceea pe care se găsesc stările 1 și 2), deci $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$ sau $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1}$. Dar $V_4 = V_1$ și $V_3 = V_2$, astfel că $T_3 = T_4 \varepsilon^{\gamma-1}$. Înlocuind pe T_3 și T_2 în expresia randamentului, se obține:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}},$$

care este tocmai randamentul motorului Otto, exprimat prin raportul de compresie.

Motorul Diesel sau motorul cu aprindere prin compresie este asemănător prin construcție cu motorul cu aprindere prin scînteie. Locul sistemului de aprindere, însă, este luat de o pompă de injecție care injectează în cilindrul motorului combustibil (motorină) la presiune ridicată. Modul de funcționare al unui motor Diesel în *4* timpi este următorul:

Timpul 1 — aspirația. În cilindru se aspiră aer din atmosferă la presiunea p_1, prin supapa de admisie, în timp ce pistonul se deplasează în jos, de la punctul mort superior spre punctul mort inferior. Supapa de evacuare este închisă (fig. 3.8, *a*). În coordonate p, V, procesul este reprezentat prin izobara *A—1* din figura 3.9.

Timpul 2 — compresia. În momentul în care pistonul a ajuns la punctul mort inferior se închide și supapa de admisie. Pistonul începe mișcarea spre punctul mort superior și comprimă adiabatic aerul absorbit în timpul *1* (fig. 3.8, *b*). Compresia, la aceste motoare, este mult mai mare decît la cele cu aprindere prin scînteie. La sfîrșitul compresiei, cînd pistonul ajunge la punctul mort superior, presiunea aerului p_2 este de cca 35—50 atm., iar temperatura de cca 700—800°C. Procesul este reprezentat prin adiabata 1—2 în figura 3.9.

Timpul 3 — arderea și detenta (fig. 3.8, *c*). Cînd a încetat compresia (pistonul la punctul mort superior), pompa de injecție pulverizează picături extrem de mici (ca o ceață) de motorină în cilindru. Pe măsură ce pătrund în aerul comprimat, încălzit la 700°C, fiecare picătură se încălzește, se aprinde și arde, degajînd căldură și gaze de ardere. Procesul de ardere este izobar, deoarece arderea este lentă (ea se face pe măsură ce combustibilul este

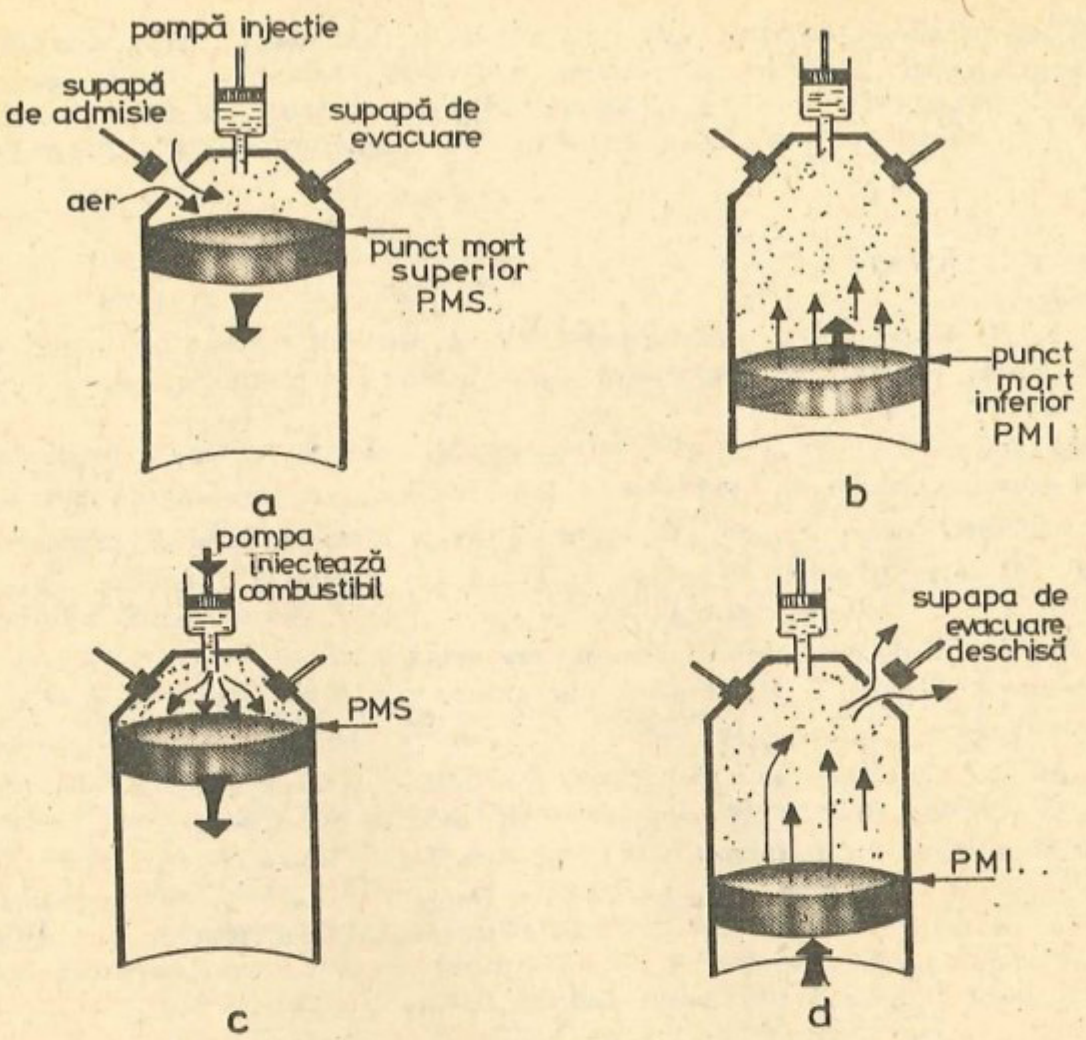


Fig. 3.8.
Cei patru timpi de funcționare ai unui motor Diesel:
a) absorbția; *b)* compresia; *c)* injecția, aprinderea și detenta; *d)* evacuarea.

injectat) și pistonul reușește să se deplaseze. Arderea este reprezentată prin izobara 2—3. Prin arderea combustibilului se produce o mare cantitate de căldură Q_1. Aceasta mărește presiunea gazelor de ardere, care apasă puternic pe piston, care produce lucru mecanic în mișcarea sa spre punctul mort inferior. Timpul 3 este timp mort. Efectuînd lucru mecanic, gazele se destind adiabatic, curba 3—4 (fig. 3.9).

Timpul 4 — evacuarea (fig. 3.8, *d*). Cu puțin înainte ca pistonul să ajungă la punctul mort inferior, se deschide supapa de evacuare. Presiunea scade brusc la valoarea presiunii atmosferice, la volum constant și sistemul cedează în exterior căldura Q_2. Pistonul începe să se miște spre punctul mort superior și evacuează gazele de ardere. Cînd a ajuns la capătul cursei se deschide supapa de absorbție și ciclul se repetă.

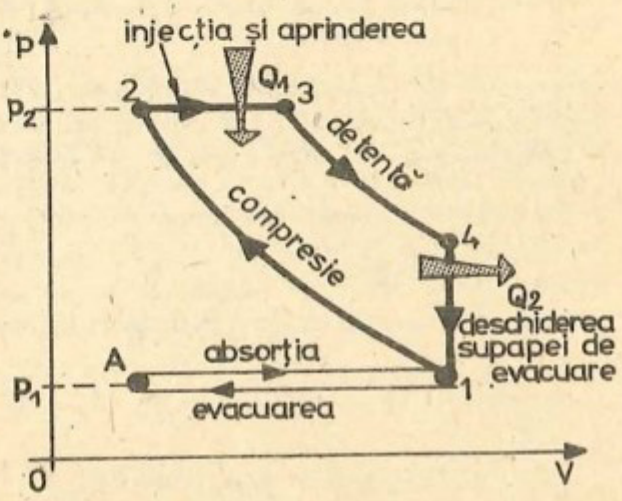


Fig. 3.9. Ciclul de funcționare a motorului Diesel.

Randamentul motorului Diesel este superior randamentului motorului cu aprindere prin scînteie. Deoarece motorul Diesel foloseşte combustibil ieftin (motorină), se caută în ultimul timp ca motoarele cu aprindere prin scînteie, folosite în special la automobile, să fie înlocuite treptat cu motoare Diesel.

PROBLEME REZOLVATE

1. Un sistem A efectuează o transformare ciclică bitermă reversibilă primind căldura Q_{1rev} de la un termostat de temperatură T_1 şi cedînd căldura Q_{2rev} unui termostat de temperatură $T_2 < T_1$.

Un al doilea sistem B efectuează tot o transformare ciclică bitermă reversibilă, în care, primind lucrul mecanic din exterior şi căldura $Q'_{2rev} = -Q_{2rev}$ de la termostatul de temperatură mai joasă T_2, cedează căldura Q_{1rev} termostatului de temperatură mai înaltă T_1. Să se stabilească ce relaţie există între lucrurile mecanice L_{rev} şi L'_{rev} schimbate cu exteriorul de sistemele A şi, respectiv, B, precum şi între căldurile Q_{1rev} şi Q'_{1rev} schimbate de aceleaşi sisteme cu termostatul T_1.

Rezolvare. Sistemul A schimbă cu exteriorul lucrul mecanic $L_{rev} = Q_{1rev} + Q_{2rev} = Q_{1rev} - |Q_{2rev}|$, iar sistemul B lucrul mecanic $L'_{rev} = Q'_{1rev} + Q'_{2rev} = Q'_{1rev} + |Q_{2rev}|$. Să considerăm acum sistemul total $A + B$ format din reuniunea celor două sisteme considerate. Sistemul total va efectua tot o transformare ciclică reversibilă în care va schimba lucrul mecanic $L_{rev} + L'_{rev}$ cu exteriorul, căldura $Q_{1rev} + Q'_{1rev}$ cu termostatul T_1 şi căldura $Q_{2rev} + Q'_{2rev} = 0$ cu termostatul T_2. Aceasta înseamnă că de fapt sistemul total schimbă căldură doar cu termostatul T_1, deci transformarea este monotermă. Rezultă atunci că atît lucrul mecanic, cît şi căldura schimbată de sistemul total cu exteriorul sînt nule, deci

$$L_{rev} = -L'_{rev} \quad \text{şi} \quad Q_{1rev} = -Q'_{1rev}.$$

2. Aceeaşi problemă pentru cazul în care transformarea ciclică bitermă a sistemului B este ireversibilă.

Rezolvare. În acest caz, transformarea ciclică a sistemului total, compusă dintr-o transformare reversibilă şi una ireversibilă, este o transformare ireversibilă. Justificînd ca la problema *1* că sistemul total schimbă căldură doar cu termostatul T_1, rezultă că pentru sistemul total, transformarea este ciclică, monotermă şi ireversibilă, deci conform principiului al doilea $L_{rev} + L'_{irev} < 0$ şi $Q_{1rev} + Q_{1irev} < 0$, adică $-L'_{irev} > L_{rev} > 0$ şi $-Q_{1irev} > Q_{1rev} > 0$.

3. Un motor ideal, ce funcţionează după un ciclu Carnot, absoarbe căldura $Q_1 = 2\,508$ J de la sursa caldă într-un ciclu. Temperatura sursei calde este $T_1 = 400$ K, iar temperatura sursei reci $T_2 = 300$ K. Să se afle: a) lucrul mecanic efectuat într-un ciclu; b) căldura Q_2 cedată sursei reci. Se cunoaşte raportul $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1{,}4$.

Rezolvare

a) Din definiţia randamentului avem $\eta = \frac{L}{Q_1}$, dar pentru ciclul Carnot $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, astfel $L = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 2\,508 \text{ J} \frac{400 \text{ K} - 300 \text{ K}}{400 \text{ K}} = 627 \text{ J}$.

b) Exprimăm randamentul η cu ajutorul căldurilor schimbate: $\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}$, de unde $|Q_2| = Q_1(1 - \eta) = 1\,881$ J.

4. Un mol de gaz ideal participă la o transformare ciclică formată din două izocore, de ecuații $V_1 = 12{,}3 \cdot 10^{-3}$ m³ și $V_2 = 24{,}6 \cdot 10^{-3}$ m³, și două izobare, de ecuații $p_1 = 2$ atm și $p_2 = 3$ atm. Să se determine: a) temperatura gazului în stările 1, 2, 3 și 4; b) randamentul ciclului. Se dă $\gamma = 1{,}4$.

Rezolvare

a) Temperatura gazului în starea 1 (p_1, V_1, T_1) se determină din ecuația de stare $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \; 12{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{10^{-3} \text{ kmol} \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ J/kmol} \cdot \text{K}} = 296$ K. Transformarea 1 — 2 (p_2, V_1, T_2) este izocoră, pentru care scriem $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, de unde $T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 296 \text{ K} \; \frac{3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = 444$ K. Transformarea 2 — 3 (p_2, V_2, T_3) este izobară, pentru care scriem $\frac{V_1}{T_2} = \frac{V_2}{T_3}$, deci $T_3 = T_2 \frac{V_2}{V_1} = 444 \text{ K} \; \frac{24{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{12{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 888$ K. Transformarea 4(p_1, V_2, T_4) — 1 este izobară, deci $T_4 = T_1 V_2 / V_1 = 592$ K.

b) Randamentul ciclului îl scriem $\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$, unde Q_1 este căldura primită de la sursa caldă într-un ciclu, iar Q_2 căldura cedată. Se observă că: $Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$ iar $Q_2 = Q_{34} + Q_{41}$. Căldura Q_{12} este primită de gaz în procesul izocor 1 — 2. Ea se exprimă prin relația $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1)$. Căldura Q_{23} este primită de gaz în transformarea izobară 2 — 3 și se exprină $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2)$. Căldura totală primită va fi $Q_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2)$. În același mod se află căldura cedată de gaz Q_2 în procesul izocor 3 — 4 și în procesul izobar 4 — 1: $|Q_2| = \nu C_V (T_3 - T_4) + \nu C_p (T_4 - T_1)$. Înlocuim pe Q_1 și Q_2 în expresia randamentului

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{\nu C_V (T_3 - T_4) + \nu C_p (T_4 - T_1)}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2)}.$$

Prin împărțire și la numărător și la numitor prin νC_V, avem:

$$\eta = 1 - \frac{(T_3 - T_4) + \gamma (T_4 - T_1)}{(T_2 - T_1) + \gamma (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(888 - 592)\text{K} + 1{,}4(592 - 296)\text{K}}{(444 - 296)\text{K} + 1{,}4(888 - 444)\text{K}} = 8{,}1\%.$$

3.5. ENTROPIA*

3.5.1. **Variația entropiei unui sistem termodinamic.** După cum am văzut în paragrafele precedente, este principial imposibil de a transforma integral căldura în lucru mecanic, într-o transformare ciclică. Din acest motiv o mașină termică nu poate funcționa după o transformare ciclică monotermă; ea trebuie să schimbe căldura cu cel puțin două termostate. În transformarea ciclică, bitermă, reversibilă, adică în cazul ciclului Carnot, mașina termică preia căldura Q_1 de la termostatul cu temperatura T_1 mai mare și cedează căldura $Q_2 = |Q_2|$ termostatului cu temperatura $T_2 < T_1$. S-a demonstrat în paragraful precedent că randamentul mașinii Carnot este independent de natura gazului ideal care suferă transformarea ciclică și s-a stabilit relația:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}. \qquad (3.40)$$

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

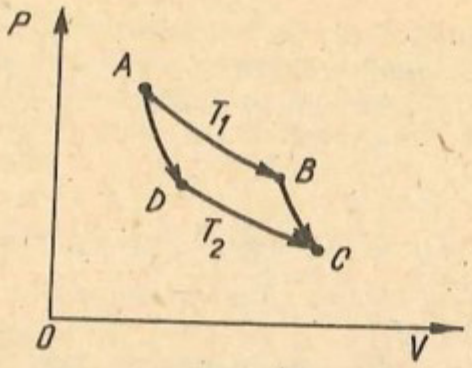


Fig. 3.10. Ciclul Carnot.

Să considerăm ciclul Carnot (fig. 3.10) și să analizăm transformările de la A la C pe drumurile ABC și ADC. Căldura primită de sistem în prima transformare este $Q_{ABC} = Q_1$, iar în a doua $Q_{ADC} = -Q_2 = |Q_2|$. Relația (3.40) ne permite să stabilim egalitatea

$$\frac{Q_{ABC}}{T_1} = \frac{Q_{ADC}}{T_2} \tag{3.41}$$

egalitate care este adevărată oricare ar fi natura gazului care efectuează ciclul Carnot. Se poate afirma că raportul dintre căldura Q_{rev} schimbată de sistem într-o transformare reversibilă cu un *singur* termostat și temperatura T a acestuia are aceeași valoare, atît în transformarea ABC, cît și în transformarea ADC, adică nu depinde de transformare, ci numai de stările inițială și finală. Aceasta sugerează că raportul Q_{rev}/T (unde Q_{rev} este căldura schimbată cu un singur termostat) poate fi interpretat ca variație a unei mărimi de stare, numită *entropie*. Entropia se notează cu litera S, iar variația ei este

$$\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T} \tag{3.42}$$

unde Q_{rev} este căldura schimbată cu un singur termostat, într-o transformare reversibilă.

Deoarece egalitatea (3.41) este consecința faptului că nici Q_1 și nici Q_2 nu pot fi zero, fapt care, la rîndul său, este o consecință a formulării lui Thomson a principiului al doilea al termodinamicii, se poate trage concluzia că existența entropiei ca mărime de stare este consecința imposibilității transformării integrale a căldurii în lucru mecanic. În mod echivalent, dacă se reformulează principiul al doilea al termodinamicii, postulînd că entropia este o mărime de stare a cărei variație într-o transformare reversibilă este egală cu raportul q_{rev}/T, se poate demonstra că formularea lui Thomson este o consecință a acestui postulat. Se obțin astfel trei formulări echivalente ale celui de-al doilea principiu al termodinamicii: formulările lui Thomson și Clausius, precum și postulatul entropiei ca mărime de stare.

Se poate spune că, așa cum principiul întîi al termodinamicii afirmă că energia internă a unui sistem termodinamic este o mărime de stare, principiul al doilea al termodinamicii afirmă că entropia oricărui sistem este, de asemenea, o mărime de stare.

Ca și energia internă, entropia este o mărime aditivă.

Să considerăm un sistem termodinamic oarecare, aflat în stare de echilibru, la temperatura termodinamică T_1. Dacă sistemul considerat este adus în contact termic cu un termostat aflat la temperatura T arbitrar de apropiată de temperatura inițială T_1 a sistemului, atunci are loc un schimb de căldură pînă cînd sistemul capătă temperatura termostatului. Să considerăm că transformarea termodinamică pe care o efectuează sistemul, pînă cînd atinge temperatura T, este reversibilă. Deoarece variația $\Delta T = T - T_1$ a temperaturii sistemului este presupusă arbitrar de mică, căldura schimbată de sistem cu termostatul, notată q_{rev}, este și ea arbitrar de mică.

Conform definiției (3.42) pentru variația de entropie,

$$\Delta S = \frac{1}{T} q_{rev}. \tag{3.43}$$

Dacă un sistem termodinamic ajunge dintr-o stare inițială A într-o stare finală B printr-o transformare adiabatică reversibilă, atunci $q_{rev} = 0$ și, conform relației (3.43), variația entropiei este zero. Rezultă că în orice *transformare adiabatică reversibilă entropia sistemului rămîne constantă.*

Se poate scrie relația:

$$\Delta S_{adiabatic,\ reversibil} = 0. \tag{3.44}$$

3.5.2. **Entropia gazului ideal.** În general, sîntem interesaţi să cunoaştem variaţia entropiei unui sistem termodinamic între două stări de echilibru oarecare, unite printr-o transformare în care căldura schimbată de sistem cu exteriorul poate să fie oricît de mare. Pentru aceasta să considerăm mai întîi un caz deosebit de simplu, cel al două stări ale unui gaz ideal, situate pe o aceeaşi izotermă de temperatură T. Deoarece entropia este o mărime de stare, variaţia ei între cele două stări considerate nu depinde de transformarea prin care se ajunge din starea iniţială de temperatură T şi volumul V_i în starea finală de temperatură T şi volum V_f. Din acest motiv să considerăm transformarea cea mai convenabilă, care este chiar transformarea izotermă prin care se poate atinge starea finală. Această transformare izotermă poate fi considerată ca o succesiune de N transformări izoterme la temperatura T, în care volumul variază arbitrar de puţin, căldura $(q_k)_{rev}$, $k = 1, 2, \ldots, N$, schimbată în oricare din aceste transformări fiind arbitrar de mică. Variaţia entropiei într-o singură transformare este:

$$\Delta S_k = \frac{1}{T}(q_k)_{rev}, \qquad k = 1, 2\ldots, N.$$

Variaţia totală a entropiei, în transformarea izotermă la temperatura T, este suma variaţiilor entropiei din succesiunea de transformări izoterme, adică

$$\Delta S_{izot} = \sum_{k=1}^{N} \Delta S_k = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{T}(q_k)_{rev}.$$

Deoarece temperatura T este constantă, ea poate fi trecută la stînga sumei din membrul drept:

$$\Delta S_{izot} = \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{N}(q_k)_{rev}.$$

Dar $\sum_{k=1}^{N}(q_k)_{rev}$ este egală cu căldura totală Q_{rev} schimbată de sistem în transformarea izotermă considerată, deci

$$\Delta S_{izot} = \frac{1}{T}Q_{rev}. \tag{3.45}$$

După cum se ştie de la transformarea izotermă, $Q_{rev} = L_{rev} = \nu RT \cdot \ln(V_f/V_i)$, deci avem:

$$\Delta S_{izot} = \nu R \ln(V_f/V_i). \tag{3.46}$$

Se poate arăta că variaţia entropiei între două stări de echilibru aflate pe o izocoră, pentru ν moli de gaz ideal, stările de echilibru considerate avînd temperaturile termodinamice T_i şi T_f arbitrare, este dată de relaţia

$$\Delta S_{izocor} = \nu C_V \ln(T_f/T_i), \tag{3.47}$$

unde C_V este căldura molară la volum constant a gazului considerat. Demonstrarea relaţiei (3.47) este mai dificilă decît în cazul în care stările iniţială şi finală se află pe aceeaşi izotermă şi din acest motiv nu o vom prezenta.

Pentru a calcula variaţia entropiei gazului ideal între două stări oarecare notate cu A şi B (fig. 3.11), situate pe izotermele diferite $T = T_A$

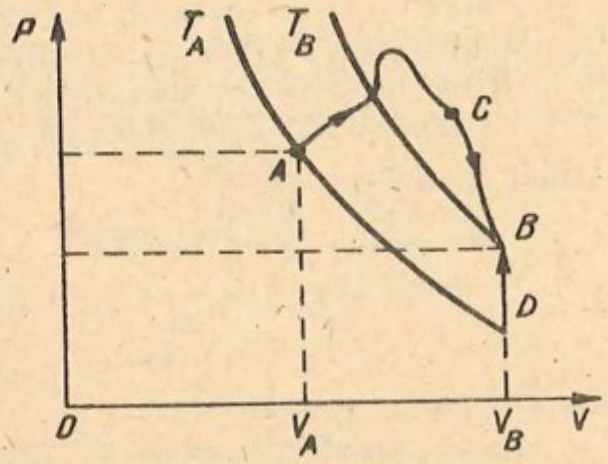


Fig. 3.11. Variaţia entropiei nu depinde de drum.

și $T = T_B$, și pe izocorele diferite $V = V_A$ și $V = V_B$, trebuie să avem în vedere, din nou, că entropia este o mărime de stare, a cărei variație nu depinde de transformările care unesc stările inițială și finală. Astfel, variația $\Delta S_{AB} = S_B - S_A$ este aceeași, atît pe drumul ACB, cît și pe drumul format de izoterma AD și izocora DB. Evident, pentru calcul este mai avantajoasă această ultimă succesiune de două transformări, așa că vom scrie:

$$\Delta S_{AB} = \Delta S_{AD} + \Delta S_{DB}.$$

Conform relațiilor (3.46) și (3.47), $\Delta S_{AD} = \nu R \ln(V_B/V_A)$, iar $\Delta S_{DB} = \nu C_V \ln(T_B/T_A)$, deci variația entropiei a ν moli de gaz ideal, între două stări oarecare, este

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = \nu[R \ln(V_B/V_A) + C_V \ln(T_B/T_A)]. \tag{3.48}$$

Din relația de mai sus se observă că variația de entropie se mai poate scrie

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = \nu(C_V \ln T_B + R \ln V_B) - \nu(C_V \ln T_A + R \ln V_A)$$

de unde, prin identificare, rezultă expresia entropiei a ν moli de gaz ideal:

$$S = S(T, V) = \nu(C_V \ln T + R \ln V). \tag{3.49}$$

Relația (3.49) arată că entropia gazului ideal este o funcție crescătoare de temperatură și de volum.

PROBLEME REZOLVATE

1. Considerînd că entropia este o mărime de stare, să se găsească expresia randamentului mașinii termice ideale care funcționează după ciclul Carnot.

Rezolvare. Entropia fiind o mărime de stare, în orice transformare ciclică variația ei este zero. Deoarece variația de entropie este nulă într-o transformare adiabatică reversibilă, rezultă că suma algebrică a variațiilor ΔS_1 și ΔS_2 ale entropiei pe izotermele de temperatură T_1 și respectiv T_2 este zero:

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = 0.$$

Conform relației (3.45), $\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1}$ și $\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2} = -\frac{|Q_2|}{T_2}$, prin urmare $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$, sau $\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$.

Randamentul η al mașinii termice este

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

2. Folosind relația (3.48) pentru variația entropiei gazului ideal, să se demonstreze că, într-adevăr, într-o transformare adiabatică reversibilă entropia rămîne constantă.

Rezolvare. Într-o transformare adiabatică reversibilă are loc relația $TV^{\gamma-1} = \text{constant}$, deci $\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$.

Din relația (3.48) rezultă:

$$\Delta S = \nu[R - C_V(\gamma - 1)] \ln V_B/V_A = \nu\left[R - C_V\left(\frac{C_p}{C_V} - 1\right)\right] \ln V_B/V_A =$$

$$= \nu(R + C_V - C_p) \ln V_B/V_A = 0,$$

deci entropia nu se modifică.

3.5.3. **Variația entropiei în transformări ireversibile.** Deoarece entropia este o mărime de stare, variația ei între două stări arbitrare A și B este aceeași, independent de caracterul reversibil sau ireversibil al transformării prin care sînt legate cele două

stări considerate. Astfel, pentru gazul ideal, variația entropiei este dată de relația (3.48) și în cazul în care se ajunge de la starea inițială A la starea finală B printr-o transformare ireversibilă.

Dacă sistemul evoluează de la o aceeași stare inițială, o dată printr-o transformare reversibilă, și altă dată printr-o transformare ireversibilă, în ambele transformări variația unui parametru de stare, să zicem volumul, fiind aceeași, variația celorlalți parametri de stare este diferită în cele două transformări. Din acest motiv, stările finale în care ajunge sistemul sînt diferite, deci variația de entropie este diferită într-un proces reversibil de cea dintr-un proces ireversibil, chiar dacă starea inițială și variația unuia dintre parametrii de stare sînt aceleași.

Pentru a înțelege mai bine acest lucru, să considerăm un proces ireversibil care constă din destinderea adiabatică, în vid, a unui gaz ideal (fig. 3.12). Prin deschiderea robinetului R gazul își dublează volumul, fără a schimba căldură cu exteriorul, deoarece am izolat adiabatic ambele incinte. Dacă presupunem că deschiderea robinetului se poate face fără frecare, înseamnă că gazul nu schimbă nici lucru mecanic cu exteriorul, deoarece nu se deplasează punctul de aplicație al vreunei forțe exterioare. Conform primului principiu al termodinamicii, energia internă a sistemului nu se modifică, deci temperatura T a gazului rămîne aceeași. Trebuie remarcat că relația $TV^{\gamma-1} = \text{constant}$ nu este adevărată decît în transformările adiabatice cvasistatice (reversibile).

Destinderea în vid a unui gaz este un proces necvasistatic, deoarece parametrii de stare variază brusc și ireversibil, iar prin schimbarea semnului de variație a unuia sau mai multor parametri de stare este imposibil ca gazul să se „strîngă" de la sine numai într-unul din recipiente. Conform relației (3.48), cu $V_B = 2V_A = 2V$ și $T_B = T_A = T$,

$$\Delta S_{ad.\ irev.} = \nu R \ln 2 > 0. \tag{3.50}$$

Se observă că într-o transformare adiabatică *ireversibilă* considerată variația de entropie este pozitivă, deci entropia *crește*.

Dacă sistemul pleacă din aceeași stare inițială, printr-o destindere adiabatică reversibilă în urma căreia volumul se dublează, temperatura gazului scade, deoarece în transformarea adiabatică reversibilă considerată sistemul efectuează lucrul mecanic, presiunea exterioară fiind în permanență diferită de zero și aproximativ egală cu presiunea gazului. Temperatura finală este $T'_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = 2^{1-\gamma} T_A < T_A$, deci starea finală este *diferită* de starea finală atinsă prin transformarea adiabatică ireversibilă. Variația entropiei este zero în transformarea adiabatică reversibilă, diferită de valoarea dată de relația (3.50).

Se poate demonstra că *în orice transformare adiabatică ireversibilă entropia crește.* Este o proprietate generală a proceselor din natură care implică sisteme termodinamice *finite*, și care sînt întotdeauna ireversibile, ca să se desfășoare, de la sine, astfel încît entropia sistemelor fizice care interacționează să crească. Desigur, se poate întîmpla ca entropia unui anumit sistem fizic să scadă datorită interacțiunii cu alte sisteme, dar entropia acestora din urmă crește mai mult, astfel încît entropia totală crește.

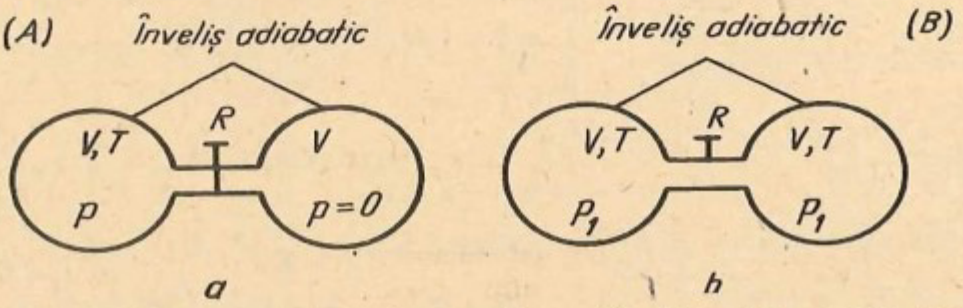


Fig. 3.12. Destinderea adiabatică a unui gaz ideal în vid: proces ireversibil.

Deoarece în orice transformare adiabatică ireversibilă căldura schimbată de sistem cu exteriorul este zero, $q_{irev} = 0$, relaţia (3.50) ne arată că are loc inegalitatea:

$$\Delta S > \frac{1}{T} q_{irev}. \tag{3.51}$$

Se poate demonstra că în *orice* transformare ireversibilă variaţia entropiei satisface inegalitatea (3.51).

În particular, în cazul unui sistem izolat, dacă toate procesele care au loc în interiorul sistemului, ca o consecinţă a interacţiunilor dintre diferitele părţi ale sistemului, ar fi reversibile, atunci entropia sistemului izolat ar rămîne constantă în tot timpul evoluţiei acestuia către starea de echilibru. Este suficient însă ca o singură transformare, pe care o efectuează sistemul izolat, să fie ireversibilă pentru ca entropia sistemului izolat *să crească*. Creşterea entropiei are loc pînă cînd se atinge starea de echilibru. Prin urmare, ca o consecinţă importantă a principiului al doilea al termodinamicii, rezultă că există o mărime fizică, numită entropie, a cărei valoare, în decursul evoluţiei către echilibru a unui sistem izolat, nu poate decît *să crească*. Desigur, entropia anumitor *părţi* ale sistemului izolat poate să scadă, dar creşterea entropiei altor părţi este mai importantă, astfel că, pentru întregul sistem, entropia creşte.

Pentru orice sistem, entropia sa este maximă în momentul atingerii echilibrului termodinamic. Într-adevăr, numai astfel se explică de ce o stare de echilibru nu poate fi starea iniţială a unei transformări provocată *numai* de acţiunea forţelor interne (condiţiile exterioare rămînînd neschimbate): entropia nu poate să mai crească, ea fiind deja maximă.

PROBLEMĂ REZOLVATĂ

Doi cilindri orizontali sînt închişi la cîte un capăt şi sînt prevăzuţi cu pistoane de suprafeţe diferite, S_1 şi $S_2 = 2S_1$ (fig. 3.13). În ambii cilindri se află aer la aceeaşi presiune şi temperatură, volumul aerului fiind V_1 şi $V_2 = 2V_1$, pistoanele fiind blocate. Ulterior, pistoanele sînt deblocate, iar aerul din cei doi cilindri este menţinut la aceeaşi temperatură. După aceea, aerul din primul cilindru este încălzit pînă cînd temperatura lui creşte de două ori, iar aerul din cel de-al doilea cilindru este menţinut la temperatura iniţială. Să se calculeze variaţia entropiei aerului din cele două compartimente, înainte şi după încălzirea primului compartiment, considerîndu-se presiunea exterioară nulă şi ştiind că în primul compartiment se află un mol de gaz.

Rezolvare. Deoarece iniţial $F_2 = 2F_1$, după ce sînt deblocate, pistoanele se vor deplasa necvasistatic spre stînga. În starea finală de echilibru $F_1' = F_2'$ deci $p_1' = 2p_2'$. Temperatura în stare finală de echilibru fiind aceeaşi ca în starea iniţială, se poate scrie $pV_1 = p_1'V_1'$ şi $pV_2 = p_2'V_2'$ de unde rezultă $V_2' = 4V_1'$. Pe de altă parte, datorită rigidităţii tijei, deplasarea x a pistoanelor este aceeaşi, există deci relaţiile $V_1 - V_1' = S_1x$ şi $V_2' - V_2 = S_2x$ sau $V_2' - V_2 = 2(V_1 - V_1')$. Avînd în vedere că $V_2' = 4V_1'$, se obţine $V_1' = \frac{2}{3} V_1$ şi $V_2' = \frac{4}{3} V_2$. Variaţia entropiei în fiecare cilindru este dată de relaţia (3.48), cu $V_1 = 1$ mol şi $V_2 = 2V_1$. Rezultă:

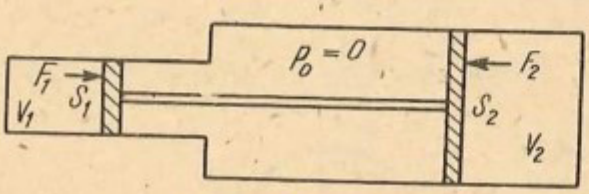


Fig. 3.13.

$$\Delta S_1 = R \ln \frac{2}{3} \text{ şi } \Delta S_2 = 2R \ln \frac{4}{3} \text{ deci}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = R \ln \frac{32}{27} > 0.$$

După încălzirea primului compartiment pistoanele se deplasează spre dreapta, iar în starea finală de echilibru, $p_1'' = 2p_2''$. Se pot scrie relaţiile $\frac{pV_1}{T_1} = \frac{p_1''V_1''}{2T_1}$ şi $pV_2 = p_2''V_2''$.

Împărțind membru cu membru ultimele două relații se obține $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1''}{V_2''}$ sau $V_2'' = 2V_1''$, adică pistoanele revin în poziția inițială. Înseamnă că entropia aerului din compartimentul al doilea rămîne constantă, $\Delta S_2' = 0$, iar pentru primul compartiment $\Delta S_1 = R \ln 2 > 0$.

EXERCIȚII, PROBLEME

1. Un gaz participă la o transformare ciclică în timpul căreia primește căldura $Q_1 = 4$ kJ de la o sursă caldă. Să se determine lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă randamentul ciclului este $\eta = 0{,}1$.

   R: $L = \eta Q_1 = 400$ J.

2. Să se calculeze randamentul unui motor cu reacție care funcționează după un ciclu format din două adiabate și două izobare, dacă se cunoaște raportul de compresie $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 5$, iar substanța de lucru este aerul, pentru care $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1{,}4$.

   R: $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 0{,}475$, $\eta = 47{,}5\%$.

3. Să se calculeze randamentul motorului Diesel, în funcție de rapoartele de compresie $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ și $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ (vezi fig. 3.9). Aplicație numerică: $\varepsilon = 10$, $\rho = 2$, $\gamma = 1{,}4$.

   R: $\eta = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)} = 53\%$.

4*. Două incinte de volume $V_1 = 5$ l și respectiv $V_2 = 10$ l, umplute cu același gaz monoatomic, pot comunica între ele printr-un tub de volum neglijabil, închis inițial cu un robinet, și sînt izolate adiabatic de exterior. În prima incintă presiunea gazului este $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m², iar temperatura este $T_1 = 300$ K, în incinta a doua presiunea este $p_2 = 10^5$ N/m² iar temperatura este $T_2 = 330$ K. Să se determine presiunea și temperatura în starea finală precum și variația entropiei sistemului după deschiderea robinetului.

   R: $T = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1} T_1T_2 = 317$ K, $p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2} = 1{,}33 \cdot 10^5$ N/m²;

   $$\Delta S = \nu_1 \left(R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} + C_V \ln \frac{T}{T_1} \right) + \nu_2 \left(R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2} + C_V \ln \frac{T}{T_2} \right),$$

   cu $\nu_1 = p_1V_1/RT_1$, $\nu_2 = p_2V_2/RT_2$ și $C_V = 3R/2$.

CAPITOLUL 4

TEORIA CINETICO-MOLECULARĂ

4.1 STUDIUL GAZULUI IDEAL

4.1.1. **Haosul molecular și legile statistice.** După cum am văzut, mișcarea moleculelor în cazul gazelor este complet dezordonată, haotică, datorită interacțiilor slabe dintre molecule, acestea se mișcă aproape liber (cvasiliber) în toate direcțiile, fără a exista o direcție privilegiată de mișcare. Se presupune că mișcarea lor se supune legilor mecanicii clasice. Astfel s-a născut ideea că,

studiind mișcarea fiecărei molecule constituente a unui ansamblu molecular (corp macroscopic) se pot stabili proprietățile fizice ale ansamblului, folosind legile mecanicii clasice. O asemenea problemă nu poate fi practic rezolvată. În primul rînd, nu cunoaștem exact forțele de interacție dintre molecule (expresia lor) și, în al doilea rînd, sînt imposibil de scris și de rezolvat ecuațiile de mișcare pentru toate moleculele din sistem. Numai într-un cm^3 de gaz, în condiții normale, se află cca $2{,}687 \cdot 10^{19}$ molecule. Este evident că un asemenea număr imens de ecuații nici nu poate fi scris, dar să mai fie și rezolvat.

Se constată că nici nu este necesar să studiem mișcarea fiecărei molecule în parte, deoarece proprietățile sistemelor moleculare nu se reduc la proprietățile particulelor constituente. Cînd moleculele formează un ansamblu macroscopic, acesta se deosebește *calitativ* de fiecare moleculă și este caracterizat de mărimi fizice noi, cu ajutorul cărora nu este posibil de descris mișcarea fiecărei molecule în parte. Într-un astfel de sistem apar legi deosebite, care nu sînt proprii sistemelor mecanice simple: aceste legi au primit denumirea de *legi statistice*.

Comportarea calitativ deosebită a sistemelor moleculare, în ansamblu, este determinată de mișcarea absolut haotică a moleculelor, în care factorul întîmplare are un rol determinant (ciocnirile moleculelor sînt întîmplătoare, direcția de mișcare după ciocnire este întîmplătoare, viteza după ciocnire are valoare întîmplătoare etc.). Legile statistice, plecînd de la noțiunea de probabilitate (specifică fenomenelor ce se repetă de un număr mare de ori, deci ansamblurilor), stabilesc o dependență univocă între mărimile macroscopice și valorile medii ale mărimilor ce caracterizează mișcarea moleculară.

Ținînd seama de caracterul probabilistic al legilor statistice, se constată că rezultatele prezise de ele nu sînt singurele posibile, însă ele sînt cele mai probabile.

Proprietățile sistemelor moleculare sînt descrise cu ajutorul unor mărimi fizice ale căror valori depind de valorile medii ale mărimilor ce caracterizează mișcarea moleculelor (viteza medie, energia medie etc.), denumite *mărimi statistice*. Ele caracterizează proprietățile calitativ noi ce apar în sistemele moleculare. Mărimile statistice se referă *numai* la ansamblurile moleculare și nu au sens pentru sistemele formate dintr-un număr mic de particule. Exemple de mărimi statistice sînt presiunea și temperatura.

4.1.2. **Modelul gazului ideal.** Cel mai simplu model cinetico-molecular, folosit pentru gaze, este *modelul gazului ideal*.

Caracteristicile principale ale acestui model sînt:

1. Gazul este format dintr-un număr foarte mare de particule identice (molecule).

2. Dimensiunile moleculelor sînt mici în comparație cu distanțele dintre ele, astfel că ele pot fi considerate puncte materiale.

3. Moleculele se află într-o mișcare haotică continuă; mișcarea fiecărei molecule, luată separat, se supune legilor mecanicii clasice.

4. Forțele intermoleculare se neglijează: moleculele se mișcă liber, traiectoriile lor fiind linii drepte.

5. Ciocnirile dintre molecule și pereții vasului sînt perfect elastice.

4.1.3. **Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare** *(sau expresia cinetico-moleculară a presiunii)*.

Considerăm un gaz ideal, închis într-un vas, aflat la echilibru termodinamic. În urma ciocnirilor dintre moleculele gazului și pereții vasului, gazul va exercita o presiune asupra pereților. Această presiune este determinată de

forța medie cu care moleculele acționează în procesul ciocnirilor asupra unei suprafețe a peretelui, de arie egală cu unitatea, în direcție normală la această suprafață. Pentru a calcula această forță, vom considera la început ciocnirea dintre o singură moleculă și perete. Oricare ar fi direcția de mișcare a moleculei ce se ciocnește cu peretele, vectorul viteză $\vec{v}$ poate fi descompus în trei componente: componenta $\vec{v}_z$ perpendiculară pe perete și componentele $\vec{v}_x$ și $\vec{v}_y$, paralele cu peretele (fig. 4.1, *a*). După cum este cunoscut din mecanică, în procesul ciocnirii perfect elastice dintre moleculă și perete, numai componenta vitezei după direcția perpendiculară pe perete ($\vec{v}_z$) își modifică sensul, păstrîndu-și modulul constant. Componentele $\vec{v}_x$ și $\vec{v}_y$ nu-și modifică nici sensul, nici valoarea (fig. 4.1, *b*). Variația impulsului moleculei în procesul ciocnirii va fi egală cu variația componentei impulsului după axa *Oz*. Deci, alegînd axa *Oz* ca în figura 4.1, *b*, avem:

$$\Delta H' = H'_{z2} - H'_{z1} = m(-v_{z2} - v_{z1}) = -2mv_z, \qquad (4.1)$$

unde indicele 1 indică mărimile înaintea ciocnirii, indicele 2 aceleași mărimi după ciocnire, iar m este masa moleculei.

Delimităm pe unul din pereții incintei cu gaz o suprafață de arie ΔS. Această suprafață va fi ciocnită în unitatea de timp de un număr N de molecule. La început considerăm că toate moleculele au aceeași valoare a componentei vitezei v_z. Variația în unitatea de timp a impulsului total al celor N molecule va fi

$$\Delta H = N\Delta H' = -2mv_zN. \qquad (4.2)$$

Dacă impulsul celor N molecule se modifică, conform legii a II-a a dinamicii, asupra moleculelor acționează din partea peretelui o forță F' egală cu variația impulsului moleculelor în unitatea de timp, deci $F' = -2mv_zN$. Această forță are direcția normalei la perete (direcția *Oz*) și este îndreptată dinspre perete spre interiorul gazului. Conform legii a III-a a dinamicii, asupra peretelui va acționa o forță egală dar de sens contrar $\vec{F} = -\vec{F}'$, avînd modulul $F = 2mv_zN$. În unitatea de timp, vor ciocni suprafața ΔS toate moleculele

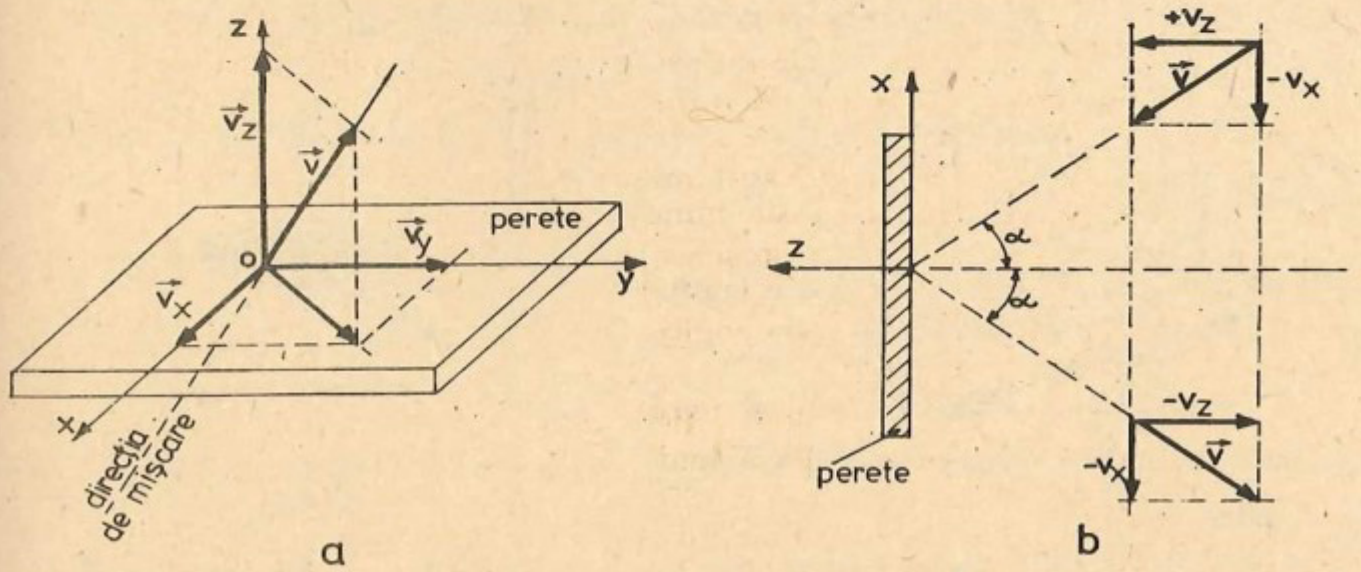


Fig. 4.1. Descompunerea vitezei unei molecule.

care se află față de ΔS la o depărtare mai mică decît $|\vec{v}|$ ($|\vec{v}|$ este spațiul parcurs în unitatea de timp) și sînt cuprinse într-un cilindru cu aria bazei egală cu ΔS, iar generatoarea egală cu $|\vec{v}|$. Volumul acestui cilindru va fi $v_z \Delta S$ (fig. 4.2, *a*). Notăm cu n numărul de molecule cuprinse în unitatea de volum. Numărul total de molecule din cilindru va fi $nv_z \cdot \Delta S$. Datorită haosului molecular perfect, jumătate din aceste molecule se vor mișca spre perete, iar jumătate dinspre perete, astfel că numărul de molecule care ciocnesc suprafața ΔS în unitatea de timp va fi egal cu jumătate din numărul total de molecule cuprins în cilindru, adică

$$N = \frac{1}{2} nv_z \Delta S. \tag{4.3}$$

Forța exercitată asupra suprafeței de perete de arie ΔS, de către cele N molecule, va fi

$$F = 2mv_z N = nmv_z^2 \Delta S,$$

iar presiunea

$$p = \frac{F}{\Delta S} = nmv_z^2. \tag{4.4}$$

Aceasta ar fi presiunea gazului, dacă toate moleculele lui ar avea aceeași valoare a componentei v_z a vitezei. În realitate, moleculele se mișcă cu viteze diferite, deci au și componenta v_z diferită. De aceea, în continuare, vom calcula presiunea ținînd seama de diversitatea vitezelor moleculare. Pentru aceasta considerăm că din cele n molecule din unitatea de volum, un număr n_1 au viteza v_1, un număr n_2 au viteza v_2 ș.a.m.d. Este clar că $n_1 + n_2 + \ldots = \sum n_i = n$. Notăm cu v_{1x}, v_{1y}, v_{1z}; v_{2x}, v_{2y}, v_{2z}, ; ... componentele vitezelor $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ... caracteristice grupurilor de molecule n_1, n_2, ...

Vom calcula presiunea gazului, exercitată pe o suprafață de perete de arie ΔS, aflată perpendicular pe axa Oz (fig. 4.2, *b*).

Presiunea p_z va fi egală cu suma presiunilor exercitate pe suprafața dată de către fiecare grup de molecule în parte. Conform cu relația (4.4), avem

$$p_z = n_1 m v_{1z}^2 + n_2 m v_{2z}^2 + \ldots = m \sum n_i v_{iz}^2.$$

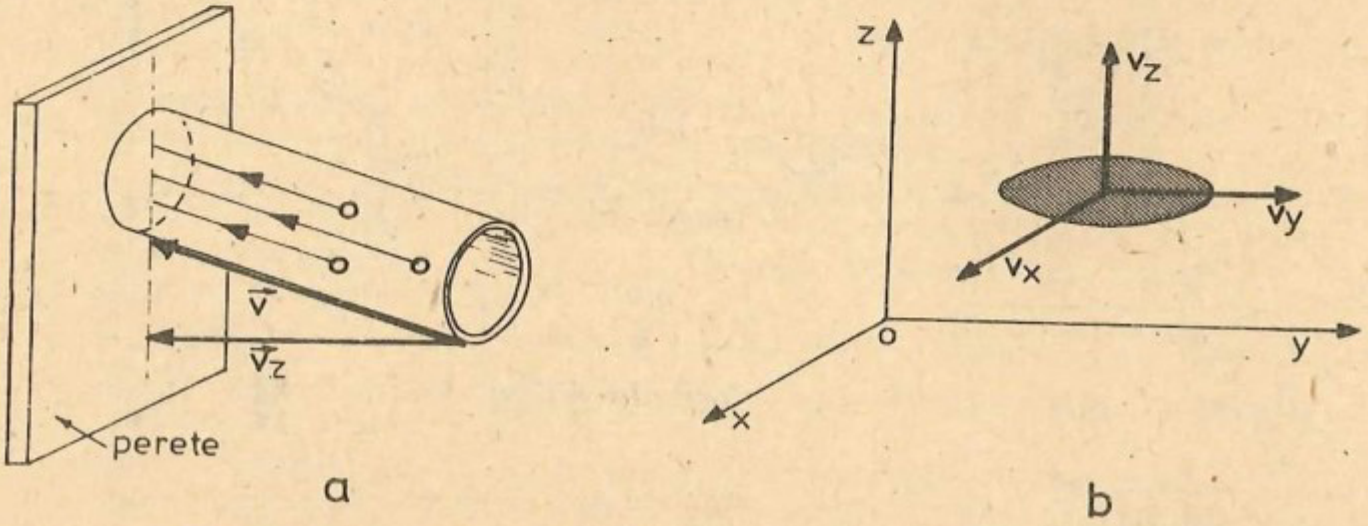


Fig. 4.2. Ciocnirea moleculelor cu o suprafață ΔS a peretelui.

În mod asemănător se află presiunea exercitată pe o suprafață oarecare de perete, aflată perpendicular pe una din axele Ox, Oy:

$$p_x = n_1 m v_{1x}^2 + n_2 m v_{2x}^2 + \ldots = m \sum n_i v_{ix}^2;$$

$$p_y = n_2 m v_{1y}^2 + n_2 m v_{2y}^2 + \ldots = m \sum n_i v_{iy}^2.$$

Datorită haosului molecular nu avem nici o direcție privilegiată de mișcare, astfel că cele trei presiuni trebuie să fie egale între ele și egale cu presiunea gazului:

$$p_x = p_y = p_z = p.$$

Adunăm termen cu termen ultimele trei relații și avem:

$$p_x + p_y + p_z = 3p = m \sum n_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2). \tag{4.5}$$

Dar $v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2 = v_i^2$, astfel că relația (4.5) se scrie

$$3p = m \sum n_i v_i^2. \tag{4.6}$$

Expresia $\sum n_i v_i^2 = n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \ldots$ nu putem să o calculăm, deoarece nu cunoaștem vitezele v_1, v_2,... ale moleculelor. Dacă, însă, cunoaștem valoarea medie a pătratului vitezei ($\overline{v^2}$), atunci lucrurile se simplifică. Într-adevăr, $\overline{v^2}$ reprezintă o medie ponderată, adică

$$\overline{v^2} = \frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots} = \frac{\sum n_i v_i^2}{\sum n_i}$$

sau

$$\overline{v^2} = \frac{\frac{N_1}{V} v_1^2 + \frac{N_2}{V} v_2^2 + \ldots}{\frac{N_1}{V} + \frac{N_2}{V} + \ldots} = \frac{N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \ldots}{N_1 + N_2 + \ldots} = \frac{\sum N_i v_i^2}{N},$$

unde N_1 este numărul total de molecule din volumul V considerat, ce au viteza v_1, N_2 — numărul total de molecule cu viteza v_2 ș.a.m.d., iar N este numărul total de molecule conținute în volumul dat.
De aici, pentru $\sum n_i v_i^2$, obținem:

$$\sum n_i v_i^2 = \overline{v^2} \sum n_i = n \overline{v^2}. \tag{4.7}$$

Folosind expresiile (4.6) și (4.7), obținem expresia presiunii

$$p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}. \tag{4.8}$$

Înmulțind și împărțind cu 2 în partea dreaptă a relației (4.8), se obține pentru presiune expresia

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \overline{v^2}}{2}. \tag{4.9}$$

Ecuația (4.9) poartă denumirea de *formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare a gazelor*.

Mărimea $\varepsilon_t = \frac{m \overline{v^2}}{2}$ este *energia cinetică medie* a unei molecule în mișcarea de translație (aceeași pentru toate moleculele).

Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare arată că presiunea gazului este proporțională cu numărul de molecule din unitatea de volum și cu energia cinetică medie a unei molecule: *presiunea gazului este numeric egală cu două treimi din energia cinetică medie a tuturor moleculelor de gaz cuprinse în unitatea de volum.*

Din punctul de vedere cinetico-molecular, presiunea gazului, ca o proprietate macroscopică a sistemului molecular, este un parametru obținut în urma unei medieri efectuată pe tot ansamblul de molecule: presiunea este proporțională cu energia cinetică medie și cu numărul de molecule din unitatea de volum.

De aici rezultă caracterul statistic al presiunii. El rezultă, de asemenea, din presupunerea unei mișcări absolut haotice a moleculelor și din sumarea forțelor cu care moleculele ciocnesc peretele.

Dacă formula (4.9) este adevărată sau nu, dacă modelul de gaz folosit este adevărat sau nu, ne putem convinge numai din experiență. Într-unul din paragrafele viitoare vom vedea cum se verifică experimental unele consecințe ce decurg din (4.9).

4.1.4. **Interpretarea cinetico-moleculară a temperaturii.** În termodinamică am definit temperatura ca fiind un parametru intern ce caracterizează starea de echilibru termodinamic. În teoria cinetico-moleculară, temperatura trebuie să fie definită cu ajutorul unor mărimi microscopice, caracteristice sistemului molecular.

Pentru a stabili această dependență, să ne imaginăm două experiențe:

1. Aducem în contact termic două corpuri aflate la temperaturi diferite, T_1 și T_2. Între corpuri are loc un schimb de energie și sistemul va ajunge după un anumit timp la echilibru termic, cînd amîndouă corpurile vor avea aceeași temperatură, T. În momentul atingerii echilibrului, schimbul de energie dintre corpuri încetează. Deci, la echilibru nu există transfer macroscopic (măsurabil) de energie de la un corp la altul și amîndouă corpurile se caracterizează printr-o mărime comună — temperatura de echilibru.

2. Să aducem în contact două gaze ce au energia cinetică medie a moleculelor diferită: să zicem $\frac{1}{2} m_1 \overline{v_1^2} > \frac{1}{2} m_2 \overline{v_2^2}$. Moleculele celor două gaze se vor ciocni între ele. Dar în toate ciocnirile, moleculele gazului *1*, care sînt mai „rapide", vor „accelera" moleculele gazului *2*, care sînt mai „lente", cedînd acestora o parte din energia lor. Are loc, în acest fel, un transfer macroscopic de energie de la gazul 1 spre gazul 2. Însă, după ciocnire, moleculele gazului 1 se vor mișca mai încet, iar moleculele gazului 2, mai repede decît înainte de ciocnire. În felul acesta, schimbul de energie, datorat ciocnirilor, duce la egalarea energiilor cinetice medii a moleculelor celor două gaze, și schimbul de energie macroscopic (dinspre gazul 1 spre gazul 2) încetează, iar cele două gaze se vor afla la echilibru.

Deci, la echilibru încetează transferul macroscopic de energie de la un gaz la altul, iar energia cinetică medie corespunzătoare unei molecule din ambele gaze are aceeași valoare.

Din aceste considerente, rezultă că cele două mărimi, temperatura și energia cinetică medie a moleculelor, au o comportare identică, anume: cînd aducem în contact două corpuri, aceste mărimi devin egale și între corpuri se stabilește echilibru termic.

Pe baza acestui comportament identic s-a stabilit că între cele două mărimi trebuie să existe o dependență directă. Se consideră că energia cinetică medie a mișcării de translație a moleculelor unui gaz aflat la echilibru este o măsură a temperaturii sistemului, și invers:

temperatura unui gaz ideal este o măsură a intensității mișcării termice a moleculelor din care este constituit.

4.2. GRADE DE LIBERTATE. TEOREMA ECHIPARTIȚIEI ENERGIEI

4.2.1. **Grade de libertate.** După cum se știe din mecanică, poziția în spațiu a unui punct material este complet determinată de raza sa vectoare $\vec{r}$, ale cărei componente coincid cu cele trei coordonate carteziene x, y, z, ale punctului material considerat. Pentru determinarea poziției unui sistem mecanic de N puncte materiale este necesar să cunoaștem raza vectoare r_k ($k = 1, 2, ..., N$) a fiecărui punct material în parte, în total un număr de N raze vectoare, adică $3N$ coordonate carteziene (fig. 4.3).

Orice parametru independent, care trebuie indicat pentru a determina în mod univoc poziția în spațiu a unui sistem mecanic, se numește *grad de libertate* al sistemului respectiv.

Numărul parametrilor independenți, necesari pentru precizarea univocă a poziției unui sistem mecanic în spațiu, se numește *numărul gradelor de libertate* al sistemului.

Astfel, un sistem mecanic compus din N puncte materiale are $3N$ grade de libertate.

Dacă un punct material se rotește mereu pe un cerc de rază r, atunci poziția sa pe cerc este univoc determinată dacă se cunoaște fie lungimea arcului de cerc $\widehat{OA} = s$, care precizează poziția punctului material față de un punct convențional ales ca reper pe cerc, fie mărimea unghiului la centru, θ, descris de raza vectoare r a punctului material (fig. 4.4, *a*). Se observă că poziția pe cerc a punctului material poate fi descrisă printr-un singur grad de libertate, care poate fi ales convenabil; fie lungimea s a arcului de cerc, fie unghiul la centru θ, descris de raza vectoare. Prin urmare, gradele de libertate nu sînt neapărat coordonate carteziene, ele pot fi și unghiuri. Poziția în spațiu a punctului care se rotește pe un cerc nu este însă cunoscută decît dacă se precizează și planul în care se găsește cercul după care se efectuează rotația. Orientarea în spațiu a unui plan este convenabil redată de versorul $\vec{n}$ al normalei la planul respectiv; adică de indicarea direcției perpendiculare pe plan, care nu înseamnă altceva decît cunoașterea direcției axei de rotație. După cum se știe din geometria în spațiu, orice direcție în spațiu este complet precizată dacă se indică două unghiuri față de paralelele la două axe de coordonate, cel de-al treilea unghi

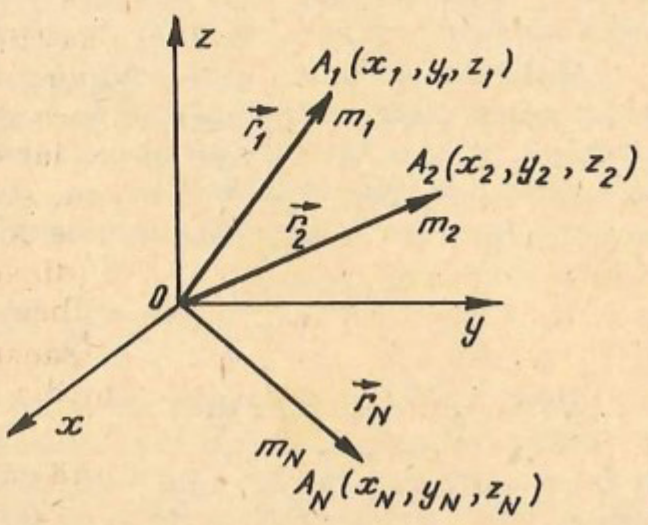


Fig. 4.3. Determinarea poziției unui sistem de N puncte materiale.

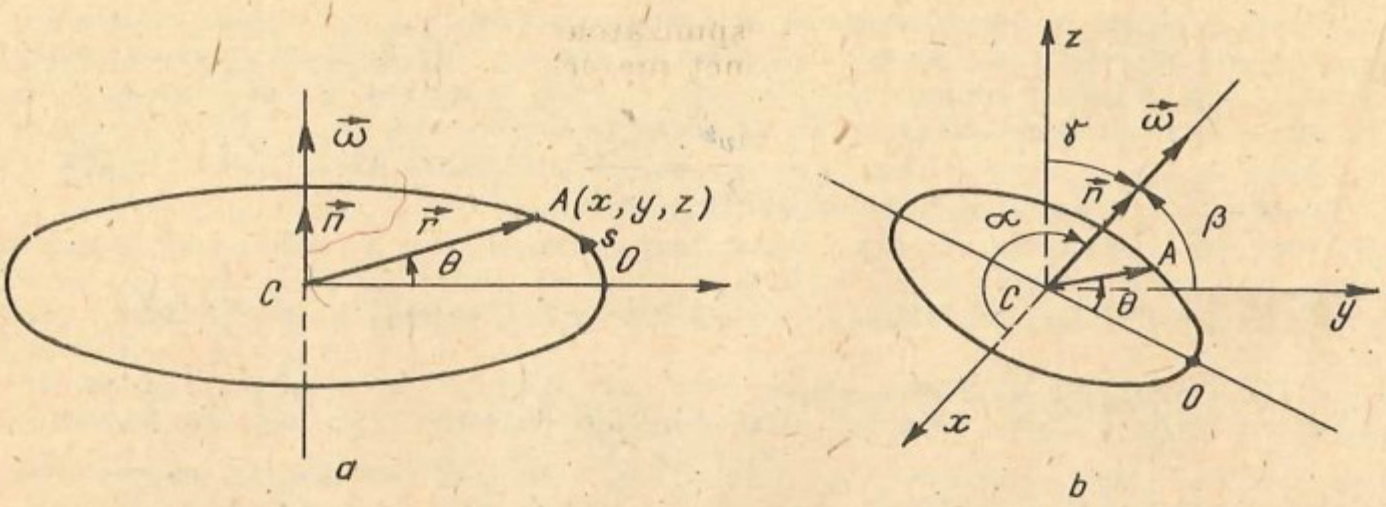


Fig. 4.4. Precizarea poziției unui punct pe cerc.

rezultînd din relația $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ (fig. 4.4, *b*), deci direcția axei de rotație este cunoscută cu ajutorul a doi parametri. În total, mișcarea de rotație pe cerc are trei grade de libertate, care sînt toate unghiuri: două unghiuri, să zicem α și β, pentru direcția axei de rotație și un unghi (θ) pentru indicarea poziției punctului material de cerc. Desigur, pentru descrierea mișcării de rotație ar putea fi folosite și cele trei coordonate carteziene x, y, z ale punctului material, dar este mai comod de a alege ca grade de libertate cele trei unghiuri: θ, α și β.

Cunoașterea numai a gradelor de libertate ale sistemului nu este totuși suficientă pentru a determina starea mecanică a sistemului la un moment dat, în sensul că aceasta nu ne permite să prevedem poziția sistemului în momentul următor. Pentru valori date ale coordonatelor de poziție sau ale unghiurilor, un sistem poate să aibă viteze arbitrare și în funcție de valorile acestora va rezulta noua poziție a sistemului, la un moment ulterior de timp. Experiența ne arată că simultana cunoaștere a coordonatelor și vitezelor determină complet starea mecanică a sistemului și permite, în principiu, prevederea stării sale viitoare. Variațiile în timp ale celor trei coordonate carteziene, x, y, z, împărțite la intervalul de timp Δt, în care s-au produs, determină componentele v_x, v_y și v_z ale vitezei unui punct material.

Molecula, datorită dimensiunilor sale extrem de mici, poate fi asimilată cu un punct material în care este concentrată întreaga sa masă. Molecula monoatomică, imaginată ca un punct material în care se află întreaga masă a unicului atom cu care se identifică, are trei grade de libertate, iar unica mișcare pe care poate să o aibă este mișcarea de translație cu energia cinetică

$$\varepsilon_{tr} = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \qquad (4.10)$$

Dacă în descrierea stării mecanice a unui punct material, care se rotește, se folosesc unghiuri, atunci variațiile în timp ale acestor unghiuri, raportate la intervalul de timp în care s-au produs, definesc viteze unghiulare. Astfel, raportul $\omega_\theta = \Delta\theta/\Delta t$, cînd $\Delta t \to 0$, definește viteza unghiulară ω_θ a punctului material aflat în rotație pe un cerc al cărui plan este presupus fix. Ea se exprimă în funcție de viteza tangențială v prin relația $\omega_\theta = v/r$.

Rezultă că energia cinetică corespunzătoare mișcării pe un cerc (al cărui plan nu este în mișcare) a unui punct material este o funcție pătratică de viteza unghiulară:

$$\varepsilon_{rot} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} r^2 \omega_0^2. \qquad (4.11,\ a)$$

Dacă planul care conține cercul de rază r (fig. 4.4, *b*) se află și el în mișcare, unghiurile α și β se modifică, iar variațiile lor nu mai sînt nule. Apar și vitezele unghiulare $\omega_\alpha = \Delta\alpha/\Delta t$ și $\omega_\beta = \Delta\beta/\Delta t$ iar energia cinetică a mișcării de rotație se scrie în acest caz

$$\varepsilon_{rot} = \frac{m}{2} r^2(\omega_0^2 + \omega_\alpha^2 + \omega_\beta^2), \qquad (4.11,\ b)$$

relație în care apare suma pătratelor celor trei viteze unghiulare.

4.2.2. **Molecula diatomică*.** Molecula diatomică este un sistem de două puncte materiale, de mase m_1 și m_2, care în particular sînt egale ($m_1 = m_2 = m$) dacă atomii sînt presupuși identici (fig. 4.5). Conform celor discutate molecula diatomică are șase grade de libertate, cele șase coordonate carteziene ale celor doi atomi. În cazul cel mai general, mișcarea moleculei diatomice se descompune în mișcarea de translație a centrului de masă C, în care este concentrată întreaga masă $2m$ a moleculei, o mișcare de rotație în jurul unei axe de rotație care trece prin C și este perpendiculară pe dreapta care unește cei doi atomi și o mișcare de oscilație după dreapta care unește atomii. Pentru moleculele de oxigen și azot, la temperaturi sub 4 000°C, iar pentru hidrogen la temperaturi sub 6000°C, mișcarea de oscilație nu se produce, adică distanța l dintre atomi rămîne fixă. În această situație molecula diatomică este asimilată cu o halteră rigidă de lungime l fixată. Această condiție suplimentară impune o relație între cele șase coordonate carteziene, deci vom avea în total numai cinci parametri independenți, deci numai cinci grade de libertate. Aparent am ajuns la o contradicție deoarece, după cum am mai spus, atît mișcării de translație cît și mișcării de rotație le revin cîte trei grade de libertate, deci în total ar fi șase grade de libertate. În situația particulară în care axa de rotație trebuie să rămînă perpendiculară pe linia care unește cei doi atomi, orientarea planului în care are loc rotația moleculei nu mai este arbitrară și din cele trei unghiuri α, β și γ numai *unul* este independent. Pentru a înțelege acest lucru, să alegem axa Oz după direcția care unește cei doi atomi și să alegem originea axelor în centrul de masă C (fig. 4.6). Se observă din figura 4.6 că unghiul $\gamma = \pi/2$ iar

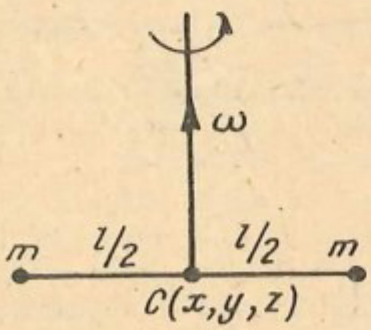


Fig. 4.5. Molecula diatomică ($m_1 = m_2 = m$).

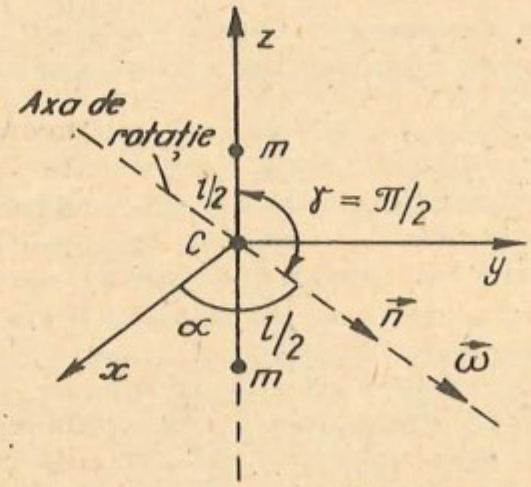


Fig. 4.6. Gradele de libertate ale moleculei diatomice.

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

$\alpha + \beta = \pi/2$, deci numai unul din unghiuri, să zicem unghiul α, este independent. Înseamnă că, în cazul particular considerat, rotația moleculei diatomice este descrisă numai de două grade de libertate, θ și α, astfel că în această mișcare de rotație intervin numai două viteze unghiulare, ω_θ și ω_α, aceleași pentru ambii atomi. Corespunzător acestui fapt, energia cinetică de rotație a moleculei diatomice este dublul energiei cinetice de rotație a unui singur atom, care se rotește cu viteza $v_{rot}^2 = \frac{l^2}{4}(\omega_\theta^2 + \omega_\alpha^2)$:

$$\varepsilon_{rot} = 2\frac{mv_{rot}^2}{2} = 2\frac{ml^2}{8}(\omega_\theta^2 + \omega_\alpha^2) = \frac{ml^2}{4}(\omega_\theta^2 + \omega_\alpha^2). \tag{4.12}$$

Ca o consecință a faptului că molecula diatomică, ai cărei atomi nu oscilează, are numai cinci grade de libertate, energia cinetică totală a acesteia este:

$$\varepsilon_{cin} = \frac{2m}{2}(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \frac{ml^2}{4}(\omega_\theta^2 + \omega_\alpha^2), \tag{4.13}$$

unde V_x, V_y și V_z sînt componentele vitezei centrului de masă al moleculei, în care este concentrată întreaga masă $2m$ a acesteia.

Dacă gazul diatomic se află la o temperatură ridicată, atunci atomii moleculelor încep să oscileze după direcția care îi unește și atunci molecula are șase grade de libertate. Pentru unele molecule diatomice, de exemplu pentru molecula de clor Cl_2, această situație se realizează chiar la temperaturi obișnuite.

Să notăm cu $l + z$ distanța dintre atomi, deci z reprezintă abaterea față de distanța l de echilibru dintre atomi. Fiecare moleculă are o energie ε_{osc} suplimentară, datorită mișcării oscilatorii, care se adună la energiile mișcării de translație și de rotație. Să ne imaginăm, pentru simplitate, că unul dintre atomi este în repaus, iar celălalt s-a depărtat cu z față de poziția de echilibru. Energia unei molecule, corespunzătoare mișcării oscilatorii, este

$$\varepsilon_{osc} = \frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{m\omega^2}{2}z^2, \tag{4.14}$$

unde v_z este viteza oscilatorului, ω este pulsația lui iar $m\omega^2 = k$ este constanta elastică. Energia totală a unei molecule diatomice care are și mișcare de vibrație a atomilor care o alcătuiesc, este

$$\varepsilon = \varepsilon_{tr} + \varepsilon_{rot} + \varepsilon_{osc} = \frac{2m}{2}(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \frac{ml^2}{4}(\omega_\theta^2 + \omega_\alpha^2) + \frac{m}{2}v_z^2 + \frac{kz^2}{2}. \tag{4.15}$$

4.2.3. **Teorema echipartiției energiei***. Să considerăm un sistem oarecare aflat în echilibru termodinamic la temperatura absolută T a termostatului cu care se află în contact termic.

Se poate demonstra în cadrul teoriei cinetico-moleculare următoarea teoremă generală, numită *teorema echipartiției*.

Dacă un sistem este în echilibru termodinamic la temperatura absolută T, fiecare termen pătratic independent care apare în expresia energiei sistemului are o valoare medie egală cu $kT/2$, unde k este o constantă universală, numită constanta lui Boltzmann.

Demonstrarea teoremei echipartiției, care constituie una dintre cele mai importante rezultate ale teoriei cinetico-moleculare, depășește cu mult cadrul manualului. Din acest motiv o vom admite fără demonstrație. În continuare vom aplica teorema echipartiției la studiul gazului ideal; atragem însă atenția că, așa cum rezultă și din enunț, ea este adevărată pentru orice sistem termodinamic care ascultă de legile mecanicii clasice. Valoarea constantei lui Boltzmann se obține, după cum vom vedea, folosind legile empirice ale gazului ideal.

---

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

4.2.4. **Energia internă a gazului ideal monoatomic.** Să presupunem că sistemul aflat în echilibru termodinamic la temperatura T este un gaz ideal, alcătuit din N molecule care nu interacţionează între ele. Energia cinetică a mişcării de translaţie a tuturor moleculelor este

$$E_{tr} = \sum_{j=1}^{N} \varepsilon_j = N\bar{\varepsilon}_{tr}, \tag{4.16}$$

unde ε_j este energia cinetică a mişcării de translaţie a moleculei „j" iar $\bar{\varepsilon}_{tr} = \frac{1}{N} E_{tr}$ este, prin definiţie, *energia cinetică medie a mişcării de translaţie* a unei molecule.

Conform relaţiei (4.10),

$$\bar{\varepsilon}_{tr} = \frac{m}{2}\overline{v_x^2} + \frac{m}{2}\overline{v_y^2} + \frac{m}{2}\overline{v_z^2}. \tag{4.17}$$

După cum se observă din relaţia (4.17), energia nu depinde de nici una dintre cele trei coordonate carteziene ale moleculei, deci de nici unul din cele trei grade de libertate. În expresia energiei apar însă toate cele trei viteze, v_x, v_y, v_z, date de variaţiile în timp ale celor trei coordonate carteziene. Făcînd abstracţie de constante, fiecare termen din suma din (4.17) este *pătratic în viteză*, deci se poate aplica teorema echipartiţiei. Pentru valorile medii din membrul drept al relaţiei (4.17) obţinem:

$$\frac{m\overline{v_x^2}}{2} = \frac{1}{2}kT,$$

$$\frac{m\overline{v_y^2}}{2} = \frac{1}{2}kT, \tag{4.18}$$

$$\frac{m\overline{v_z^2}}{2} = \frac{1}{2}kT.$$

Energia cinetică medie a mişcării de translaţie a *unei* molecule este întotdeauna

$$\bar{\varepsilon}_{tr} = \frac{3}{2}kT, \tag{4.19}$$

mărime independentă de masa moleculei sau de dimensiunile recipientului în care se află. Singura condiţie care trebuie îndeplinită este ca molecula considerată să aparţină unui sistem în echilibru termodinamic.

Din relaţiile (4.16) şi (4.19) se obţine

$$E_{tr} = \frac{3NkT}{2}. \tag{4.20}$$

În cazul gazului ideal monoatomic energia cinetică totală este egală cu energia cinetică a mişcării de translaţie a tuturor moleculelor, deci pentru un sistem de molecule monoatomice care nu interacţionează între ele, expresia (4.20) reprezintă energia internă U a gazului monoatomic:

$$U = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}\nu N_A kT. \tag{4.21}$$

Din relația (4.21) rezultă că energia internă a gazului ideal este direct proporțională cu temperatura termodinamică și cu numărul de moli de gaz, dar nu depinde de volumul sau de presiunea gazului.

4.2.5. **Ecuația termică de stare a gazului ideal.** Relația $p = p(V, T)$ care exprimă presiunea gazului ideal în funcție de volum și temperatură, într-o stare de echilibru termodinamic se numește *ecuația termică de stare*. Această ecuație se poate obține pentru gazul ideal din relația (4.9), paragraful 4.1.3,

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} n\bar{\varepsilon}_{tr},$$

unde energia cinetică medie a mișcării de translație a unei molecule este $\bar{\varepsilon}_{tr} = (3/2)kT$. Înlocuind în expresia presiunii pe $\bar{\varepsilon}_{tr}$, se obține

$$p = nkT. \tag{4.22}$$

Deoarece numărul de molecule din unitatea de volum (sau concentrația moleculelor) este $n = N/V$, unde N este numărul total de molecule din volumul V ocupat de gaz, din relația (4.22) rezultă

$$pV = NkT. \tag{4.23, a}$$

Numărul total de molecule se poate exprima în funcție de numărul de moli și de numărul lui Avogadro: $N = \nu N_A$. Atunci, se obține relația

$$pV = \nu N_A kT \tag{4.23, b}$$

care reprezintă *ecuația termică de stare* a gazului ideal. Comparînd această relație cu ecuația Clapeyron-Mendeleev, $pV = \nu RT$, obținută pe baza legilor empirice ale gazelor, se determină constanta lui Boltzmann:

$$k = R/N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}. \tag{4.24}$$

Este de remarcat că teorema echipartiției energiei permite *demonstrarea* ecuației termice de stare a gazului ideal, numai valoarea numerică a constantei lui Boltzmann fiind obținută pe baza rezultatelor empirice.

4.2.6. **Ecuația calorică de stare a gazului ideal monoatomic.** Energia internă a unui gaz ideal monoatomic, dată de relația 4.21, poate fi transcrisă dacă înlocuim constanta lui Boltzmann:

$$U = \frac{3}{2} \nu RT. \tag{4.25}$$

Această relație, care exprimă dependența energiei interne de temperatură, se numește *ecuația calorică de stare* a gazului ideal. Dacă avem în vedere relația termodinamică

$$U = \nu C_V T, \tag{4.26}$$

rezultă că toate gazele monoatomice au aceeași căldură molară la volum constant:

$$C_V = \frac{3}{2} R, \tag{4.27}$$

care este independentă de temperatură.

4.2.7. **Viteza termică.** Prin definiție, viteza termică v_T este dată de relația

$$v_T = \sqrt{\overline{v_{tr}^2}} = \sqrt{\frac{\overline{2\varepsilon_{tr}}}{m}} .$$

Dar $\bar{\varepsilon}_{tr} = 3/2 \cdot kT$, deci

$$v_T = \sqrt{\frac{\overline{3\,kT}}{m}} = \sqrt{\frac{\overline{3\,RT}}{N_A m}},$$

unde am avut în vedere relația $k = R/N_A$. Dar masa molară $\mu = N_A m$; prin urmare,

$$v_T = \sqrt{\frac{\overline{3\,RT}}{\mu}} . \qquad (4.28)$$

Viteza termică este proporțională cu rădăcina pătrată a temperaturii și invers proporțională cu rădăcina pătrată a masei molare.

4.2.8. **Energia internă a gazului ideal diatomic*.** Pentru un sistem de N molecule diatomice, aflat în echilibru termodinamic la temperatura T, presupusă nu foarte ridicată, astfel încît oscilația atomilor nu are loc, energia cinetică totală a tuturor moleculelor este dată de suma dintre energia cinetică a mișcării de translație E_{tr} și energia cinetică a mișcării de rotație E_{rot} a tuturor moleculelor:

$$E_{cin} = E_{tr} + E_{rot} = N\bar{\varepsilon}_{tr} + N\bar{\varepsilon}_{rot}, \qquad (4.29)$$

unde $\bar{\varepsilon}_{rot}$ este energia cinetică medie de rotație a unei molecule.

Pentru valoarea energiei medii a mișcării de translație a unei molecule rezultatul este deja cunoscut, conform relației (4.19). Valoarea energiei medii a mișcării de rotație a unei molecule este, conform relației (4.12),

$$\bar{\varepsilon}_{rot} = \frac{ml^2}{4}\overline{\omega_\theta^2} + \frac{ml^2}{4}\overline{\omega_\alpha^2}. \qquad (4.30)$$

Nici în expresia energiei cinetice de rotație nu apar gradele de libertate θ și α care descriu mișcarea, ci doar pătratele vitezelor unghiulare corespunzătoare variațiilor $\Delta\theta$ și $\Delta\alpha$ ale acestora. Aplicînd din nou teorema echipartiției, rezultă

$$\frac{ml^2}{4}\overline{\omega_\theta^2} = \frac{1}{2}kT, \qquad \frac{ml^2}{4}\overline{\omega_\alpha^2} = \frac{1}{2}kT, \qquad (4.31)$$

deci energia cinetică medie de rotație a unei molecule diatomice este

$$\bar{\varepsilon}_{rot} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT. \qquad (4.32)$$

Energia cinetică totală a N molecule diatomice este, conform relațiilor (4.29) și (4.32)

$$E_{cin} = \frac{3}{2}NkT + NkT = \frac{5}{2}NkT, \qquad (4.33)$$

iar energia cinetică medie a unei molecule diatomice, ai cărei atomi nu oscilează, este

$$\bar{\varepsilon}_{cin} = \frac{5}{2}kT. \qquad (4.34)$$

---

* Obligatoriu pentru matematică - fizică.

Deoarece pentru gazul ideal energia potențială de interacțiune dintre molecule este zero, rezultă că energia internă a gazului ideal diatomic coincide cu energia cinetică totală a celor N molecule, dată de relația (4.33). Așadar,

$$U = \frac{5}{2} NkT = \frac{5}{2} \nu N_A kT = \frac{5}{2} \nu RT, \tag{4.35}$$

de unde rezultă pentru căldura molară la volum constant a oricărui gaz diatomic, la temperaturi nu foarte înalte,

$$C_V = \frac{5}{2} R. \tag{4.36}$$

Dacă gazul diatomic se află la o temperatură ridicată, atunci atomii moleculelor încep să oscileze după direcția care îi unește și atunci molecula are șase grade de libertate.

Să notăm cu $l + z$ distanța dintre atomi, deci z reprezintă abaterea față de distanța l de echilibru dintre atomi. Fiecare moleculă are o energie ε_{osc} suplimentară datorită mișcării oscilatorii, care se adună la energiile mișcărilor de translație și de rotație. Să ne imaginăm, pentru simplitate, că unul dintre atomi este în repaus iar celălalt s-a depărtat cu z față de poziția de echilibru. Energia unei molecule corespunzătoare mișcării oscilatorii este

$$\varepsilon_{osc} = \frac{1}{2} m v_z^2 + \frac{m\omega^2}{2} z^2, \tag{4.37}$$

unde v_z este viteza oscilatorului, ω este pulsația lui iar $m\omega^2 = k$ este constanta elastică. Energia medie de oscilație $\bar{\varepsilon}_{osc}$ a unei molecule este

$$\bar{\varepsilon}_{osc} = \frac{m}{2} \overline{v_z^2} + \frac{m\omega^2}{2} \overline{z^2}. \tag{4.38}$$

Aplicînd teorema echipartiției energiei relației (4.38), se obține:

$$\frac{m}{2} \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT, \quad \frac{m\omega^2}{2} \overline{z^2} = \frac{1}{2} kT \tag{4.39}$$

deci

$$\bar{\varepsilon}_{osc} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT. \tag{4.40}$$

Energia de oscilație a tuturor moleculelor este

$$E_{osc} = N\bar{\varepsilon}_{osc} = NkT. \tag{4.41}$$

Este interesant de remarcat că, deși mișcarea oscilatorie are un singur grad de libertate, energia medie corespunzătoare mișcării oscilatorii este egală cu de două ori valoarea $kT/2$. Aceasta se datorește faptului că în expresia (4.37) a energiei oscilatorului apar doi termeni pătratici în variabilele independente z și v_z.

Energia totală a N molecule diatomice ai căror atomi execută și mișcări oscilatorii, egală cu energia internă, este

$$U = E_{tr} + E_{rot} + E_{osc} = \frac{3}{2} NkT + NkT + NkT = \frac{7}{2} NkT \tag{4.42}$$

sau

$$U = \frac{7}{2} \nu RT. \tag{4.43}$$

Căldura molară la volum constant a gazului diatomic, la temperaturi ridicate, de mii de grade, este

$$C_V = \frac{7}{2} R. \tag{4.44}$$

La temperaturi extrem de joase, mișcarea de rotație a moleculelor diatomice nu mai are loc. Din acest motiv, la temperaturi joase energia unei molecule diatomice este dată numai de energia cinetică a mișcării de translație. Energia internă a gazului diatomic are atunci valoarea $U = \frac{3}{2}\nu RT$, deci

$$C_V = \frac{3R}{2}. \qquad (4.45)$$

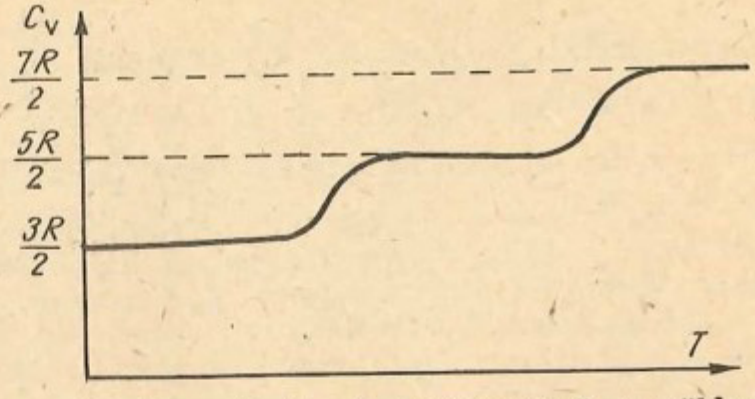


Fig. 4.7. Dependența de temperatură a căldurii molare la volum constant, C_V, pentru gazul ideal diatomic.

Conform relațiilor (4.36), (4.44) și (4.45), căldura molară a gazului diatomic depinde de temperatură.

În figura 4.7 este reprezentată grafic dependența de temperatura termodinamică a căldurii molare la volum constant C_V a gazului ideal diatomic.

4.3. FORȚELE INTERMOLECULARE

Atomul și molecula sînt sisteme complicate, foarte stabile, formate din particule purtătoare de sarcină electrică: electronii și nucleele atomilor. În condiții obișnuite, suma sarcinii electrice pozitive este egală cu suma sarcinilor electrice negative, astfel că molecula sau atomul sînt neutre electric. Deși există această compensare a sarcinii, între molecule, aflate la distanțe mici între ele, acționează forțe electrostatice însemnate.

Deoarece moleculele conțin purtători de sarcină electrică de semne diferite, între ele acționează în același timp atît forțe de atracție, cît și forțe de respingere. Forța rezultantă, egală în valoare cu diferența dintre modulele celor două forțe, poartă denumirea de forță *intermoleculară*. Valoarea ei este

$$F = F_{atracție} - F_{respingere}.$$

Se constată că atît forța de atracție $F_{atracție}$, cît și forța de respingere $F_{respingere}$, depind de distanța dintre molecule, dar, numeric, variația cu distanța a celor două forțe este diferită. În figura 4.8 este prezentată dependența de distanța dintre molecule a forței de respingere (curba 1), a forței de atracție (curba 2) și a forței rezultante sau intermoleculare (curba 3).

Modulul lui $\vec{F}$ pentru o distanță r între molecule se obține scăzînd din valoarea lui $F_{atracție}$ valoarea lui $F_{respingere}$ pentru aceeași valoare a lui r. La construcția graficului s-a considerat molecula A fixă, iar poziția moleculei B (mobilă) este dată

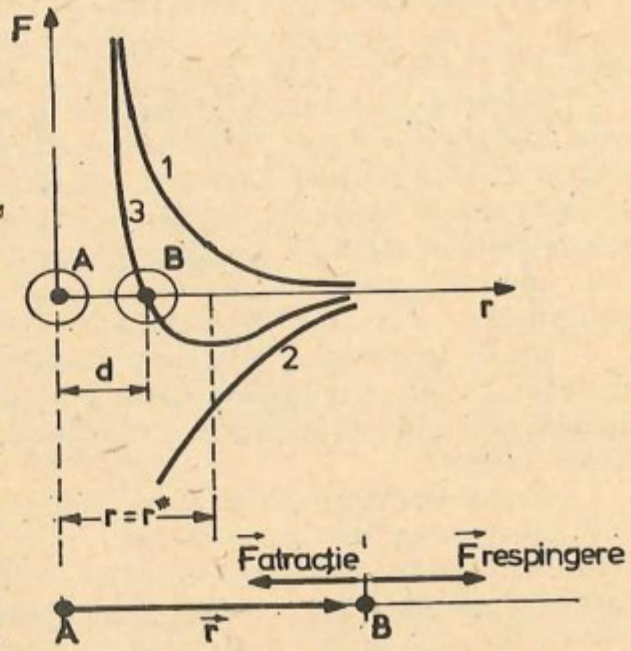


Fig. 4.8. Reprezentarea grafică a forțelor de interacție dintre molecule.

de vectorul de poziție $\vec{r}$, ce are originea în A (vezi partea de jos a figurii). Din această cauză, forța $F_{atracție}$ are sens opus vectorului $\vec{r}$ și proiecția sa pe axa r are valoare negativă (curba 2), în timp ce $\vec{F}_{respingere}$ are același sens cu $\vec{r}$ și proiecția sa pe axa r are valoarea pozitivă (curba 1). Graficul forței rezultante, obținut prin însumarea algebrică a ordonatelor curbelor 1 și 2 pentru diferite valori ale lui r, prezintă un minim caracteristic.

Din graficul 3 se vede că începînd cu o anumită distanță d dintre centrele moleculelor ce se apropie, forțele de respingere cresc brusc și moleculele se resping puternic. Distanța la care se manifestă brusc și foarte puternic respingerea dintre molecule poartă denumirea de *diametru eficace* al moleculei. Cînd între centrele moleculelor se află o distanță egală cu d, forța de atracție este egală cu forța de respingere și forța intermoleculară F este egală cu zero. Această distanță este caracteristică pentru fiecare pereche de molecule ce interacționează, deci depinde de natura moleculelor aflate în interacțiune. În punctul $r = d$ forța intermoleculară își schimbă semnul: pentru $r > d$ moleculele se atrag ($F < 0$), iar pentru $r < d$ se resping ($F > 0$). Pentru valoarea $r = r^*$, forța intermoleculară dintre molecule este de atracție și are valoarea maximă. Dacă distanța r dintre molecule crește, $r > r^*$, această forță scade și tinde spre zero cînd r atinge valori egale cu de 3 pînă la 4 ori diametrul eficace d. Distanța R, de la care între molecule iau naștere forțe de atracție, se numește *rază de acțiune moleculară*.

4.4. MODELE CINETICO-MOLECULARE ALE STĂRILOR DE AGREGARE**

În teoria cinetico-moleculară, care își propune să studieze și să explice proprietățile și comportarea corpurilor pe baza mișcării și interacțiilor dintre molecule, se folosesc modele care descriu modul în care moleculele interacționează între ele. Molecula este reprezentată ca o sferă rigidă ce are diametrul egal cu diametrul eficace d.

Pentru studiul gazelor se folosește așa-numitul *model mecanic* al gazelor. Conform cu acest model, gazul este considerat ca fiind format dintr-o mulțime foarte mare de molecule sferice care se mișcă dezordonat (haotic) și care se ciocnesc elastic între ele și cu pereții vasului în care se află.

Deoarece în condiții obișnuite (presiunea atmosferică și temperatura camerei) densitatea gazelor este relativ mică, distanțele dintre moleculele gazului sînt mari (aproximativ de zece ori mai mari decît diametrul moleculei),astfel că forțele de atracție dintre molecule sînt foarte mici. În aceste condiții se consideră că între două ciocniri succesive moleculele se mișcă liber și traiectoria lor este o linie dreaptă. În momentul ciocnirii, direcția de mișcare se schimbă brusc. Traiectoria unei molecule este o linie frîntă, formată dintr-un număr foarte mare de segmente inegale, orientate dezordonat în spațiu (fig. 4.9, *a*).

Forțele de atracție slabe dintre molecule nu sînt capabile să mențină moleculele una lîngă alta, astfel că gazul este expansibil. El nu are nici formă,nici volum propriu. Gazele pot fi păstrate numai în recipiente al căror volum îl ocupă în întregime și în care se distribuie omogen.

Pentru descrierea stării lichide se folosește alt model. Moleculele lichidelor se află mult mai aproape una de alta decît moleculele gazelor. Aceasta rezultă din măsurători: densitatea unui lichid este de aproape 1 000 de ori mai mare decît densitatea vaporilor săi în aceleași condiții fizice. Deoarece distanțele dintre molecule sînt mici (mai mici decît dimensiunile moleculei), forțele de interacțiune sînt relativ mari și fiecare moleculă se

** Obligatoriu pentru matematică-fizică.

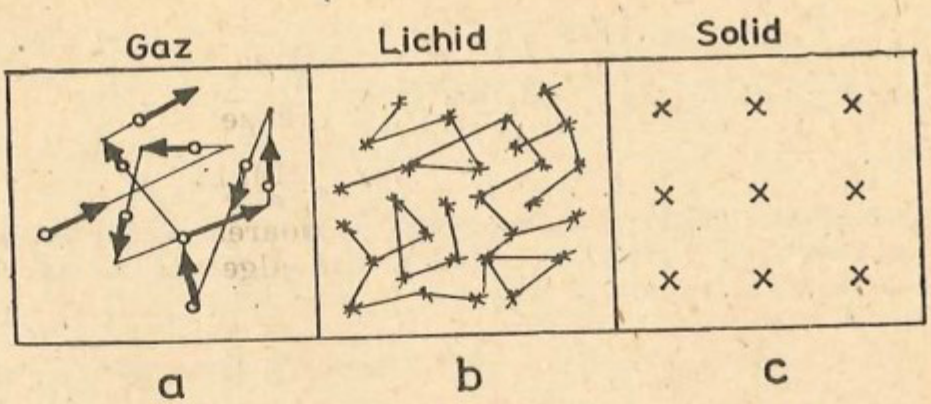


Fig. 4.9. Modele moleculare:
a) gaz; b) lichid; c) solid.

comportă altfel decît în gaze. Molecula în lichid este „forțată" să se miște în interiorul unei „celule" formată de moleculele vecine, mișcarea ei fiind o oscilație dezordonată în jurul unei poziții de echilibru. Deoarece și moleculele vecine oscilează dezordonat, molecula are posibilitatea, după un anumit timp, să părăsească celula, însă, imediat, nimerește într-o celulă vecină. În această nouă celulă, molecula va efectua, ca și mai înainte, oscilații dezordonate, rămînînd practic „captivă" pînă cînd în apropiere nu se va forma întîmplător o altă celulă, pe care o va ocupa ș.a.m.d. Deoarece în timpul saltului dintr-o celulă în alta asupra moleculei acționează forțele intermoleculare, traiectoria în această mișcare va fi curbă.

Prin urmare, mișcarea moleculelor în interiorul lichidului constă dintr-o oscilație dezordonată (direcția de oscilație și amplitudinea se modifică aleator de la un moment la altul) în interiorul celulei și din tranziții (salturi) întîmplătoare dintr-o celulă în alta (fig. 4.9, *b*).

În starea solidă, moleculele interacționează între ele mult mai puternic decît în cazul lichidelor. Ele sînt dispuse mult mai aproape una de alta. De aceea, ele nu pot „rupe" legătura cu vecinele cele mai apropiate și oscilează haotic (dezordonat) în jurul unei poziții de echilibru fixe (fig. 4.9, *c* și 6.1), numită nodul rețelei cristaline (acest model este adevărat pentru un corp solid ideal).

PROBLEMĂ REZOLVATĂ

1. Presiunea aerului rarefiat dintr-un tub Roentgen este egală cu $p = 10$ torri, iar temperatura $t = 15°C$. Să se afle: a) concentrația moleculelor din tub; b) viteza medie pătratică (termică) a moleculelor. Se cunosc: $\mu = 29$ kg/kmol; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K; $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ J/kmol · K.

Rezolvare

a) Din ecuația de stare, care leagă parametrii între ei, avem

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1{,}33 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 288 \text{ K}} = 3{,}35 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}.$$

b) $$v_T = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ J/kmol} \cdot \text{K} \cdot 288 \text{ K}}{29 \text{ kg/kmol}}} = 4{,}97 \cdot 10^2 \text{ m/s}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Cîte molecule conține un metru cub de gaz, aflat în condiții normale de temperatură și presiune?

R: $n_0 = \frac{N_A}{V_{\mu_0}} = 2{,}7 \cdot 10^{25}$ molec./m³ (numărul lui Loschmidt).

2. Un gaz oarecare, aflat la presiunea $p = 80$ atm. și temperatura $t = 91°C$, are densitatea $\rho = 5{,}4$ kg/m³. Să se afle masa unei molecule m_0 de gaz. Se cunoaște numărul lui Loschmidt ($n_0 = 2{,}7 \cdot 10^{25}$ m^{-3}).

R: $m_0 = \dfrac{p_0 \rho T}{n_0 p T_0} \simeq 3{,}33 \cdot 10^{-26}$ kg.

3. Agregatele moderne pentru obținerea vidului permit realizarea unei presiuni într-un vas egală cu $p = 10^{-12}$ torri. Cîte molecule de gaz se află într-un volum $V = 1$ cm³ la presiunea amintită și temperatura $t = 48°C$?

R: $n = \dfrac{pN_A}{RT} = 3 \cdot 10^4$ cm$^{-3} = 3 \cdot 10^{10}$ m^{-3}.

4. Să se afle concentrația n a moleculelor de azot și densitatea azotului, dacă presiunea este $p = 56 \cdot 10^3$ N/m², iar viteza termică $v_T = 600$ m/s.

R: $n = \dfrac{3pN_A}{\mu v_T^2} \approx 1 \cdot 10^{25}$ m^{-3}; $\rho = \dfrac{3p}{v_T^2} = 0{,}467$ kg/m³.

5. Încălzind un gaz cu $\Delta T = 100$ K, viteza termică a moleculelor a crescut de la $v_{T_1} = 400$ m/s la $v_{T_2} = 500$ m/s. Să se afle masa molară a gazului.

R: $\mu = \dfrac{3R\Delta T}{v_{T_2}^2 - v_{T_1}^2} = 28$ kg/kmol (aer).

CAPITOLUL 5

STUDIUL LICHIDELOR

5.1. STRUCTURA LICHIDELOR. MIȘCAREA TERMICĂ ÎN LICHIDE

Lichidele, ca sisteme fizice prezente în natură, se manifestă printr-o serie de proprietăți ce ne permit să le deosebim net de gaze și solide, dar totodată să le putem situa ca stare tranzitorie între acestea. Lichidele au volum propriu, fiind practic incompresibile, curg și nu au formă proprie. Ele iau întotdeauna forma vasului în care sînt puse, nu au tendința de expansiune a gazelor, ci ocupă un volum limitat de pereții vasului și de o suprafață liberă, aproape orizontală. Evidențierea acestor proprietăți mecanice reliefează și alte adevăruri mai puțin evidente, și anume:

a) existența volumului propriu, pe care gazele nu-l au, evidențiază faptul că densitatea sistemului în stare lichidă e mai mare ca a sistemului fizic în stare gazoasă;

b) fluiditatea sistemului în stare lichidă conduce la ideea unei libertăți de deplasare a moleculelor sistemului în stare lichidă mai pronunțată decît libertatea de deplasare a particulelor ce compun starea solidă.

Toate aceste proprietăți de structură își găsesc o singură explicație, aceea că între moleculele sistemului în stare lichidă se manifestă forțe de interacțiune mai mari ca între moleculele sistemului în stare gazoasă, dar mai mici ca între particulele componente ale sistemului în stare solidă. Din această cauză, moleculele sistemului în stare lichidă coexistă la distanțe mai mici unele de altele, în comparație cu moleculele sistemului în stare gazoasă.

Pentru sistemele în stare lichidă se poate vorbi de o ordine locală, adică de existența unor zone în care moleculele execută mișcări relativ ordonate în jurul unor poziții fixe. Aceste regiuni au însă dimensiuni prea mici, de ordinul a cîtorva diametre moleculare, ca să poată fi stabile. Ele apar și dispar continuu. În lichide, existența forțelor de interacțiune moleculară, pe de o parte, îngrădește libertatea de mișcare a moleculelor, iar pe de altă parte, avînd intensități prea mici, nu favorizează fixarea unor configurații moleculare spațiale stabile.

Proprietățile sistemelor în stare lichidă se modifică o dată cu schimbarea condițiilor externe, în special cu temperatura și foarte puțin cu presiunea.

O imagine exactă a stării lichide nu există pînă în prezent, deci nici o teorie pe deplin satisfăcătoare. În concepția actuală, starea lichidă este formată din molecule al căror volum nu poate fi neglijat. Între molecule există forțe de interacțiune de care nu se poate face abstracție. Se poate vorbi de o ordine locală, adică de existența unor zone în care moleculele efectuează mișcări relativ ordonate în jurul unor poziții fixe. Dimensiunile mici ale acestor configurații le conferă o viață foarte scurtă (10^{-9} s). Agitația termică nu permite moleculelor de lichid formarea unor structuri mai mari și mai stabile. În interiorul sistemului lichid există goluri care permit moleculelor unei unități structurale să migreze în altă unitate structurală.

5.2. DILATAREA LICHIDELOR

Sistemul lichid este format din molecule în continuă mișcare și interacțiune.

Ca o măsură a tuturor mișcărilor și interacțiunilor interne am definit în § 2.2.6 energia internă U.

Variația energiei interne prin schimb de căldură poate fi însoțită și de modificarea dimensiunilor geometrice ale sistemului, fenomen cunoscut în fizică sub numele de dilatare termică.

Spunem despre un sistem material că suferă o dilatare termică, atunci cînd variația energiei sale interne se realizează numai prin schimb de căldură între corp și mediu, reflectată prin modificarea temperaturii și a dimensiunilor sale geometrice.

Aceasta înseamnă că un sistem material care schimbă căldură cu mediul ambiant își poate modifica, o dată cu temperatura, și dimensiunile sale geometrice (lungime, lățime, înălțime). Nu toate și nu întotdeauna aceste modificări sînt perceptibile cu organele noastre de simț.

Ajutîndu-ne de instrumente corespunzătoare, orice proces de dilatare termică manifestat pe o direcție poate fi pus în evidență, iar mărimile ce-l caracterizează pot fi măsurate.

Lichidele fiind sisteme materiale care nu au formă proprie, fenomenul de dilatare va fi cel corespunzător modificării volumului lor.

Dilatarea lichidelor se caracterizează cu ajutorul coeficientului:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t}, \tag{5.1}$$

în care: γ este coeficientul de dilatare termică în volum; $\Delta V = V - V_0$; V_0 este volumul corespunzător temperaturii inițiale; V este volumul corespun-

zător temperaturii finale; $\Delta t = t - t_0$; t_0 este temperatura inițială a sistemului: t este temperatura finală a sistemului, iar ΔV reprezintă variația reală a volumului de lichid datorată variației temperaturii de la t_0 la t.

Mențiunea „variația reală a volumului" atrage atenția asupra faptului că, atunci cînd se măsoară dilatarea unui lichid, trebuie ținut seama și de dilatarea vasului ce conține lichidul.

Coeficientul de dilatare al lichidelor este mai mic decît al gazelor, dar mai mare decît al solidelor, prezentînd și el variații cu temperatura. Pe intervale mici de temperatură, coeficientul de dilatare γ poate fi considerat constant și înlocuit cu valoarea sa medie pe domeniul respectiv.

În aceste condiții, în vecinătatea lui 0°C, relația (5.1) devine:

$$V = V_0(1 + \gamma t), \tag{5.2}$$

în care: V este volumul lichidului la temperatura t°C, iar γ reprezintă coeficientul de dilatare termică al lichidului.

Deoarece volumul unei mase m de lichid variază cu temperatura, rezultă că și densitatea $\rho = m/V$ se va modifica cu temperatura.

Avînd în vedere relația (5.2), se obține:

$$\rho = \frac{m}{V_0(1 + \gamma t)} = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t}. \tag{5.3}$$

în care, $\rho_0 = m/V_0$ este densitatea lichidului la 0°C.
Dacă în procesul de dilatare a lichidului identificăm și separăm dilatarea simultană a vasului de cea a lichidului, atunci relația:

$$\gamma_a = \frac{\Delta V_a}{V_0 \Delta t} \tag{5.4}$$

definește coeficientul de dilatare aparentă a lichidului. În această relație, ΔV_a definește creșterea aparentă a volumului de lichid (include creșterea volumului de lichid ΔV cît și a volumului vasului ce-l conține ΔV_s, deci $\Delta V_a = \Delta V - \Delta V_s$), V_0 este volumul inițial al lichidului, iar Δt reprezintă variația temperaturii.

Dacă se notează cu γ_s coeficientul de dilatare volumică al vasului ce conține lichidul, caracterizat prin coeficientul de dilatare termică γ, atunci între γ, γ_s și γ_a se poate scrie relația:

$$\gamma = \gamma_s + \gamma_a. \tag{5.5}$$

Anomalia dilatării termice a apei. Este bine cunoscut, din natură, faptul că lichidele, în majoritatea lor, își măresc volumul o dată cu creșterea temperaturii. Pentru apă se constată o anomalie care constă în aceea că, în intervalul de temperatură (0°C; 4°C), volumul apei se micșorează o dată cu creșterea temperaturii; apa are, pe acest interval, densitatea maximă la temperatura de 3,98°C.

Această anomalie se explică prin asocierea moleculelor de apă, asociere care duce la formarea de molecule complexe. Se știe că apa este un amestec de molecule de forma: H_2O; $(H_2O)_2$; $(H_2O)_3$, care au diferite volume specifice.

Concentrația diverselor grupe de molecule variază cu temperatura și acest fapt duce la anomalia constatată.

5.3. FENOMENE SUPERFICIALE

Fenomenele legate de suprafața de separație dintre sistemul lichid și mediul ce-l înconjură poartă numele de fenomene superficiale.

La fenomenele superficiale participă moleculele care se găsesc la suprafața de separație dintre lichid și un alt mediu, cum ar fi: vaporii proprii, amestecul dintre vaporii proprii și aer, un alt lichid, pereții vasului în care se află lichidul etc.

Dintre acestea mai importante sînt:

a) fenomenele legate de suprafața de separație a lichidului de mediul gazos de deasupra acestuia, cunoscute sub numele de fenomene de suprafață;

b) fenomenele legate de suprafața de separație a lichidului și pereții vasului în care se găsește lichidul, cunoscute sub numele de adeziune și capilaritate.

5.3.1. **Fenomene de suprafață.** Suprafața de separație a lichidului de mediul gazos constituie suprafața liberă a lichidului.

În cîmp gravitațional, suprafața liberă a lichidului aflat în echilibru, ca și suprafața de separație dintre două lichide — nemiscibile — aflate în echilibru, este plană și orizontală.

Suprafața liberă a lichidului prezintă proprietatea de a ocupa o arie minimă, pentru un volum dat, și această proprietate poate fi pusă în evidență prin experiențe simple:

a) într-un vas ce conține o soluție de alcool și apă, într-o anumită proporție, turnăm puțin ulei. Constatăm că în interior se formează particule de ulei ce au formă sferică și plutesc (fig. 5.1);

b) pe o sticlă plană sau orice altă suprafață plană și foarte netedă, turnăm mercur. Observăm că mercurul formează mici sfere.

Experiențele de mai sus vin să confirme proprietatea caracteristică suprafeței libere, și anume că, aceasta tinde să ocupe o arie minimă, pentru un volum dat (condiție îndeplinită numai de o formă sferică).

Această proprietate se poate explica pe baza forțelor de atracție dintre molecule, forțe intermoleculare. Intensitatea acestor forțe scade repede cu creșterea distanței, devenind neglijabilă la o distanță egală cu raza de acțiune moleculară (10^{-9} m) (vezi paragraful 4.3).

Este interesant de urmărit interacțiunea moleculară numai pe această distanță, mai ales fenomenele legate de suprafața liberă a lichidului. Fie vasul din figura 5.2, în care s-a turnat un lichid. Moleculele lichidului se pot situa la un anumit moment, față de suprafața liberă a acestuia, în una din zonele:

— zona caracterizată prin $d \geqslant r$;

— zona caracterizată prin $d < r$, unde: d este distanța dintre centrul de greutate al moleculei și suprafața liberă a lichidului, iar r este raza de acțiune moleculară. Spațiul din jurul unei molecule în care aceste forțe își manifestă acțiunea asupra altor molecule se numește *sferă de acțiune moleculară*. Raza acestei sfere poartă numele de *rază de acțiune moleculară*.

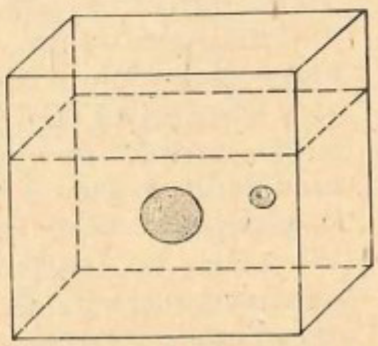


Fig. 5.1. O picătură de ulei în echilibru în soluție de alcool și apă.

Oricare moleculă aflată în prima zonă este în echilibru, rezultanta sistemului de forțe ce acționează asupra ei este nulă. Pe orice direcție posibilă am examina interacția, o moleculă este supusă acțiunii

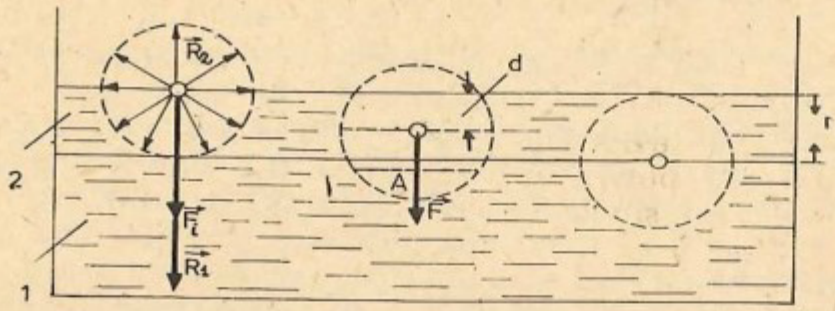


Fig. 5.2. Raza de acțiune moleculară, ca măsură a stratului superficial.

a două forțe egale în mărime, orientate pe aceeași direcție și în sens contrar. Pentru aceasta spunem că moleculele, din această primă zonă, sînt în echilibru.

Examinînd moleculele din a doua zonă, putem constata că fiecare moleculă este supusă acțiunii unei forțe rezultante diferită de zero. Aceasta se datorește faptului că $\rho_{gaz} < \rho_{lichid}$, fapt ce determină ca pentru orice direcție considerată, forța de interacțiune moleculară gaz-lichid să fie mai mică decît forța de interacțiune moleculară lichid-lichid. Datorită distribuției constante în spațiu atît a moleculelor de gaz, cît și a celor de lichid, fiecare moleculă de lichid din a doua zonă va fi supusă acțiunii unei forțe rezultante orientată perpendicular pe suprafața liberă și către lichid.

În această situație, ansamblul acestor molecule din a doua zonă exercită o presiune asupra moleculelor din prima zonă — cunoscută sub numele de *presiune internă*. Totalitatea moleculelor ce participă la realizarea presiunii interne (cele din a doua zonă) formează *pătura superficială* a lichidului sau stratul superficial.

Din cauza forțelor de interacție (lichid-lichid) mari, presiunea internă exercitată de stratul superficial asupra lichidului este foarte mare, atingînd valori de mii și chiar zeci de mii de atmosfere $\left(1 \text{ atm} \approx 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$. Astfel, stratul superficial al apei, a cărui grosime este de cca $5 \cdot 10^{-5}$ m, exercită o presiune internă de aproximativ $11 \cdot 10^8$ N/m^2.

Așa se explică de ce lichidele sînt practic incompresibile, acestea fiind, de la început, puternic comprimate de stratul superficial.

Pentru a crea o comprimare observabilă, lichidele trebuie supuse unor presiuni comparabile cu presiunea internă produsă de stratul superficial. Pe de altă parte, dacă această intervenție exterioară este satisfăcută, moleculele lichidului nu se pot apropia peste o anumită limită, datorită forțelor de respingere care apar, care cresc cu micșorarea distanței dintre molecule. De aceea, lichidele sînt și perfect elastice.

Urmărind figura 5.2, observăm că moleculele de lichid, din stratul superficial, care în mișcarea lor complet dezordonată se deplasează spre interiorul lichidului în sensul forței rezultante, efectuează lucrul mecanic ($L_s > 0$). Dar cînd moleculele părăsesc stratul superficial, suprafața acestuia se micșorează.

Deci, efectuarea lucrului mecanic este legată de micșorarea suprafeței stratului superficial. În cazul invers, cînd moleculele din lichid vin în stratul superficial, împotriva forței rezultante, asupra lor se efectuează lucrul mecanic ($L_s < 0$). În acest proces crește numărul moleculelor din stratul superficial și, deci, suprafața acestuia. Astfel, creșterea suprafeței stratului superficial este legată de efectuarea lucrului mecanic asupra ei. Rezultă deci că lucrul

mecanic superficial este proporțional cu variația suprafeței stratului superficial și se poate exprima prin relația:

$$L_s = -\sigma \Delta S, \tag{5.6}$$

unde coeficientul de proporționalitate σ se numește *coeficient de tensiune superficială* a lichidului în contact cu vaporii săi. Deoarece $\sigma > 0$, semnul (—) reflectă legătura dintre lucrul mecanic și variația suprafeței stratului superficial.

Datorită interacției dintre moleculele stratului superficial cu moleculele lichidului și cu moleculele mediului extern, acesta va avea o energie potențială superficială E_{ps}. De la mecanică știm că variația energiei potențiale este măsurată de lucrul mecanic. Deci în cazul nostru putem scrie:

$$L_s = -\Delta E_{ps}. \tag{5.7}$$

Combinînd relațiile (5.6) și (5.7), rezultă:

$$\Delta E_{ps} = \sigma \Delta S. \tag{5.7'}$$

Cînd stratul superficial se află în stare de echilibru, energia sa potențială trebuie să fie minimă și din (5.7') rezultă că variația suprafeței lui trebuie să fie minimă. De aici rezultă că suprafața de separare lichid — mediul extern se curbează tinzînd să devină sferică la echilibru. Dar o suprafață se menține curbă dacă acționează niște forțe tangente în fiecare punct al ei și perpendiculare pe contur. *Acestea se numesc forțe superficiale.*

Din această cauză, stratul superficial se comportă ca o membrană elastică, bine întinsă, care caută să micșoreze suprafața liberă a lichidului.

De aceea, picăturile de lichid iau formă sferică.

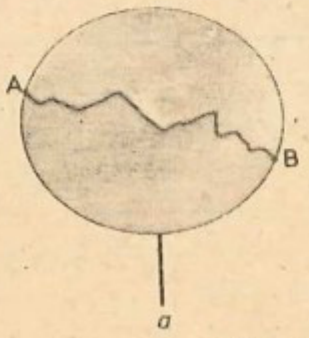
Așa se explică și forma picăturilor mari de ulei ce se formează în amestecul de alcool și apă, precum și forma sferică a micilor particule de mercur obținute în experimentele anterioare.

Existența forțelor superficiale, precum și proprietățile stratului superficial pot fi ilustrate experimental și cu ajutorul lichidului gliceric (un amestec de săpun, glicerină, zahăr și apă).

Cu ajutorul acestui lichid se pot realiza experiențe simple de pun în evidență proprietățile stratului superficial.

a) Introducem în soluția glicerică un inel de sîrmă, la marginile căruia prindem un fir de ață, neîntins (fig. 5.3, *a*). Observăm cum pe inel se prinde o membrană subțire și persistentă. Spărgînd membrana de o parte a firului se constată că firul ia forma unui arc de cerc (fig. 5.3, *b*). Aceasta evidențiază că forțele superficiale acționează în planul peliculei.

b) Dacă pe membrana glicerică formată pe un inel metalic se așază un ochi de ață (fig. 5.4, *a*) și străpungem apoi membrana în interiorul ochiului,



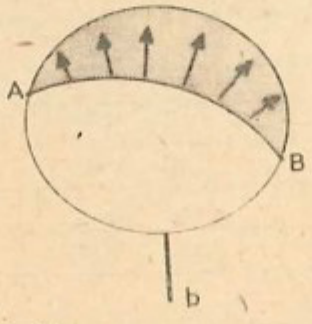


Fig. 5.3, a, b:
a) Firul de ață pe peliculă. b) Firul de ață întins într-o parte de pelicula stratului superficial.

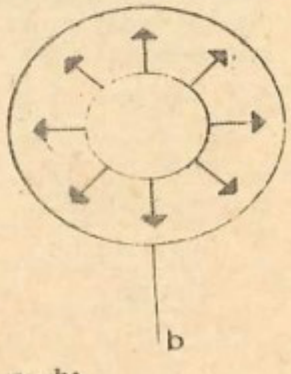


Fig. 5.4, a, b:
a) Ochiul de ață neîntins pe peliculă. b) Ochiul de ață uniform acționat de forțele superficiale.

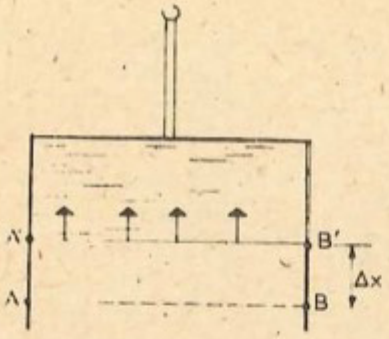


Fig. 5.5. Lucrul mecanic efectuat de o peliculă.

firul de aţă ia forma perfect circulară (fig. 5.4, *b*). Aceasta dovedeşte că forţele superficiale sînt uniform distribuite pe conturul circular şi egale între ele.

c) Folosind un cadru de sîrmă cu latura AB mobilă (fig. 5.5) şi scufundînd cadrul în soluţie glicerică, pe cadru se formează o peliculă persistentă. Se observă că schimbînd poziţia cadrului din planul vertical în cel orizontal, latura mobilă se mişcă într-o poziţie ce corespunde unei suprafeţe de peliculă mai mică. Prin mişcarea laturii mobile, forţele superficiale produc un lucru mecanic, ceea ce înseamnă că stratul superficial are energie potenţială. Energia potenţială a stratului superficial este direct proporţională cu aria acestui strat.

Toate proprietăţile exemplificate anterior pun în evidenţă faptul că stratul superficial tinde să treacă în starea pentru care energia sa potenţială este minimă.

Forţele de tensiune superficială* acţionează în planul suprafeţei libere a lichidului, sînt uniform distribuite pe lungimea conturului şi perpendiculare pe el. Mărimea forţei totale de tensiune superficială ce acţionează asupra stratului superficial, pe o lungime l a conturului, poate fi exprimată examinînd figura 5.5. Constatăm că forţele de tensiune superficială realizează un lucru mecanic asupra laturii mobile:

$$L_s = F\Delta x.$$

Dar ţinînd seama de relaţia (5.7′), obţinem:

$$F\Delta x = \sigma\Delta S.$$

Cum $\Delta S = l \cdot \Delta x$, rezultă:

$$F = \sigma \cdot l. \tag{5.8}$$

Din relaţia (5.8) rezultă:

$$\sigma = \frac{F}{l}.$$

Unitatea de măsură pentru σ este:

$$[\sigma]_{SI} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.$$

Experimental s-a dovedit că valoarea coeficientului de tensiuni superficiale depinde de natura substanţei şi scade cu creşterea temperaturii.

Iată cîteva valori ale coeficientului de tensiune superficială a unor lichide în contact cu aerul:

Substanţa	t(°C)	$\sigma\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)$	t(°C)	$\sigma\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)$
Apă	18	$73 \cdot 10^{-3}$	20	$72{,}7 \cdot 10^{-3}$
Alcool etilic	18	$22 \cdot 10^{-3}$	20	$20{,}2 \cdot 10^{-3}$
Glicerină	20	$66 \cdot 10^{-3}$	—	—
Mercur	18	$490 \cdot 10^{-3}$		

* Se numesc forţe de tensiune superficială, forţele tangente la suprafaţa liberă a lichidului care tind să micşoreze această suprafaţă.

5.3.2. **Fenomene capilare.** La contactul lichidului cu pereții vasului trebuie luate în considerație deopotrivă interacțiunile lichid-lichid cât și interacțiunile lichid-solid. Interacțiunile lichid-lichid sînt caracterizate prin forțe numite de coeziune (F_c), iar interacțiunile lichid-solid sînt caracterizate prin forțe numite de adeziune (F_a).

În funcție de intensitatea acestor forțe, fenomenele la suprafața de contact lichid-solid vor avea diferite aspecte.

Experimente

a) Într-un vas cu apă introducem o vergea de sticlă. La scoaterea vergelei se constată că pe aceasta s-au prins mici picături de apă.

b) Aceeași vergea o introducem într-un vas cu mercur. La aducerea vergelei la suprafață se constată că pe aceasta nu există urme de mercur.

Aceste experimente ne prilejuiesc observația că sticla în contact cu apa are o comportare, iar în contact cu mercurul altă comportare. Aceasta deoarece, de la o situație la alta, intensitatea forțelor de adeziune diferă față de intensitatea forțelor de coeziune.

Astfel, dacă:

a) $F_a > F_c$ lichidul udă vasul (pe vergeaua de sticlă au rămas urme de apă);

b) $F_a < F_c$ lichidul nu udă vasul (pe vergeaua de sticlă nu au rămas urme de mercur).

Cum lichidele sînt sisteme materiale fără formă proprie, ele luînd forma vasului în care sînt puse, să urmărim în continuare cum influențează vasul suprafața liberă a lichidului.

În două sisteme de vase comunicante (fig. 5.6. și 5.7) de aceeași formă și dimensiuni capilare (diametrul să nu depășească 1 mm) turnăm apă într-unul și mercur în celălalt. Constatăm:

a) în timp ce apa realizează în fiecare vas al sistemului o suprafață liberă (menisc) concavă, mercurul realizează în fiecare vas al sistemului o suprafață liberă (menisc) convexă;

b) înălțimea la care se ridică apa în vasele capilare ale sistemului de vase comunicante descrește o dată cu creșterea diametrului vasului, iar înălțimea la care se ridică mercurul în vasele capilare crește o dată cu creșterea diametrului vasului.

Cît de mare este denivelarea determinată de fenomenele capilare și de cine depinde aceasta vom vedea în continuare. Să considerăm un vas capilar de diametru d, introdus într-un lichid de densitate ρ și coeficient de tensiune superficială σ, care udă peretele vasului. Lichidul urcă în vasul capilar pînă cînd greutatea $\vec{G}$ a coloanei de lichid din vasul capilar este echilibrată de rezultanta forțelor de tensiune superficială $\vec{F}$, care acționează pe conturul circular al meniscului (fig. 5.8), adică:

$$|\vec{G}| = |\vec{F}|.$$

Deoarece:

$$G = mg = V\rho g = \pi \frac{d^2}{4} h\rho g,$$

$$F = \sigma \cdot l = \pi d \cdot \sigma$$

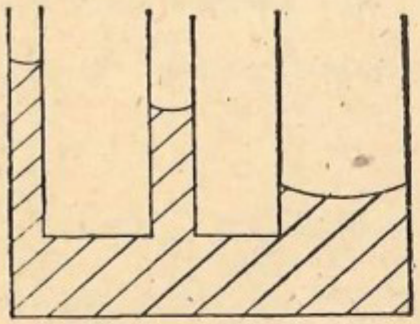


Fig. 5.6. Sistem de vase capilare comunicante ce conţin apă.

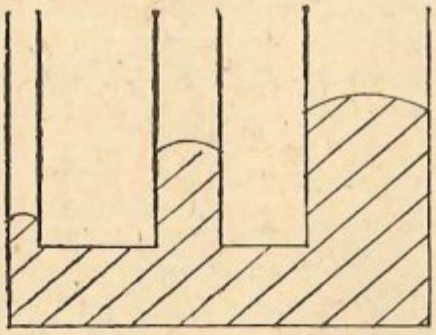


Fig. 5.7. Sistem de vase comunicante ce conţin mercur.

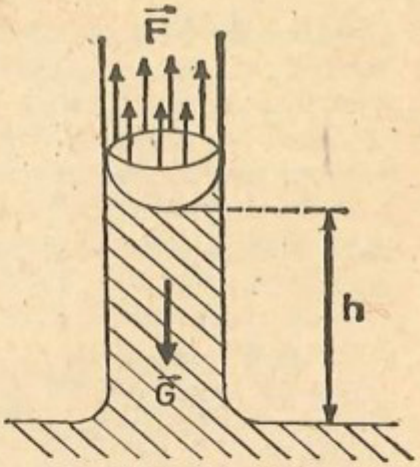


Fig. 5.8. Ascensiunea capilară produsă de forţele de tensiune superficială.

(se presupune că meniscul este tangent la pereţii vasului), se obţine:

$$\pi \frac{d^2}{4} h\rho g = \pi d \cdot \sigma.$$

Adică:

$$h = \frac{4\sigma}{d \cdot \rho \cdot g}. \qquad (5.9)$$

Pentru lichidele care nu udă pereţii vasului, meniscul fiind convex, forţele de tensiune superficiale vor fi îndreptate în jos şi lichidul din vasul capilar coboară sub nivelul lichidului din exteriorul capilarului. Cu un raţionament analog se obţine şi pentru acest caz relaţia (5.9).

În felul acesta stabilim că: înălţimea la care urcă, respectiv coboară, un lichid într-un vas capilar variază invers proporţional cu diametrul tubului.

Relaţia (5.9) este cunoscută sub numele de *legea lui Jurin*, care a descoperit-o pe cale experimentală în anul 1718.

ÎNTREBĂRI, EXERCIŢII, PROBLEME

1. Densitatea stării lichide este mai apropiată ca valoare de densitatea stării solide decît de cea a stării gazoase. Ce concluzie se poate trage cu privire la structua internă a stării lichide?
2. Suprafaţa de separaţie dintre două lichide nemiscibile este plană întotdeauna? Este ea şi orizontală?
3. Picăturile de ploaie au formă sferică. Cum se explică aceasta?
4. Mercurul turnat pe sticlă în cantităţi mici ia forme sferice, turnat în cantităţi mai mari ia tot forme sferice? Dacă există o deosebire, cum se explică ea?
5. Dintr-o pipetă lichidul curge în formă de picătură. Care este condiţia desprinderii picăturii de lichid de pipetă? Elaboraţi o metodă de determinare a coeficientului de tensiune superficială, utilizînd o pipetă.
6. Refaceţi experienţa cu sistemele de vase comunicante şi capilare cu mai multe lichide la rînd şi veţi constata că pentru nici un lichid nu se respectă principiul vaselor comunicante. Explicaţi de ce.

7. Într-un tub capilar cu diametrul de 0,4 mm, apa urcă cu 7,2 cm deasupra lichidului din exteriorul capilarului. Să se calculeze coeficientul de tensiune superficială.

R: 0,071 N/m.

8. Într-un tub capilar cu diametrul de 0,5 mm, petrolul care are coeficientul de tensiune superficială de 0,0245 N/m urcă pînă la înălțimea h. Care este această înălțime? ($\rho_{petrol} = 0{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3).

R: 2,5 cm.

9. Fie două plăci plane și paralele cu distanța dintre ele d, situate într-un lichid ce udă vasul, de densitate ρ și coeficientul de tensiune superficială σ. Să se calculeze înălțimea la care urcă lichidul între plăci.

R: $\frac{2\sigma}{d \cdot \rho \cdot g}$.

10. Un tub capilar de diametrul 0,6 mm este introdus în apă sub unghiul $\alpha = 13°$ față de suprafața apei. Dacă apa are coeficientul de tensiune superficială $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m și densitatea $\rho = 10^3$ kg/m^3, să se calculeze lungimea coloanei de apă din tub.

R: $\approx$ 22 cm.

CAPITOLUL 6

STRUCTURA CORPURILOR SOLIDE

6.1. STRUCTURA SOLIDELOR

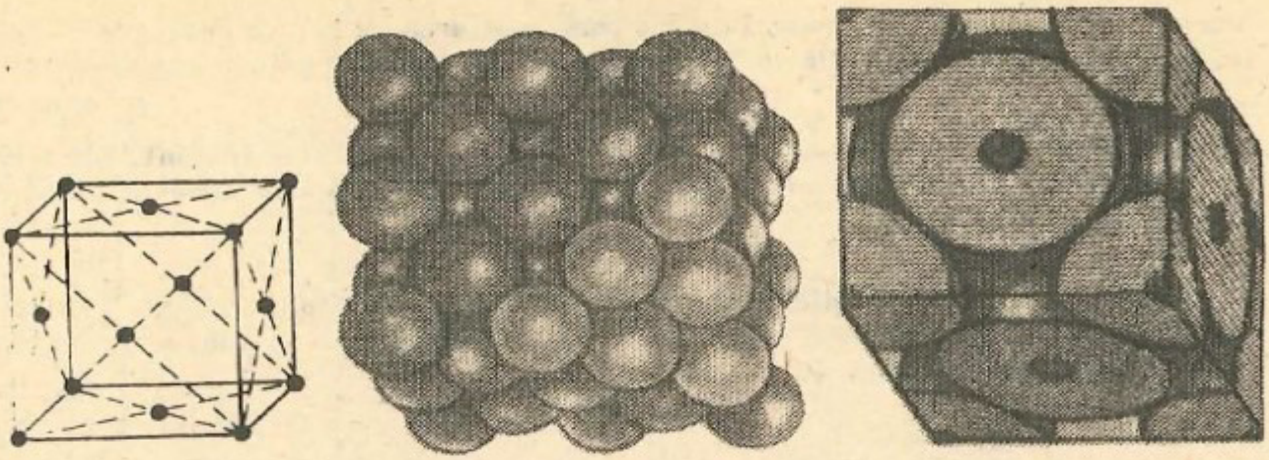
Sistemele lichide și gazoase se deosebesc de sistemele solide prin faptul că acestea din urmă au formă proprie și volum determinat. Nu toate sistemele care au formă și volum propriu sînt corpuri solide. În natură sînt unele corpuri care au formă proprie (ca solidele), dar au unele proprietăți asemănătoare lichidelor. Corpuri ca: sticla, smoala, masele plastice etc. se numesc corpuri amorfe. Ele se comportă ca lichidele, cu viscozitate anormal de mare, la temperaturi obișnuite. Trecerea acestora din faza solidă în faza lichidă se face pe un interval de temperatură și nu la o temperatură netă ca la corpurile solide.

O caracteristică, ce deosebește multe corpuri solide de starea amorfă, este structura lor internă regulată. Aceasta se datorește unei așezări regulate a particulelor constituente (atomi, ioni, molecule, grupuri de molecule etc.) în tot volumul corpului. Așezarea regulată impune o ordine la distanță (o anumită așezare care se repetă periodic), spre deosebire de ordinea locală (o ordine față de primii vecini) specifică stărilor amorfe și lichide.

Corpurile solide, caracterizate prin volum propriu, formă proprie, temperatură netă de topire și o structură interioară ordonată, se numesc solide cristaline cărora pe scurt le vom spune cristale.

Pentru studiu se acceptă ca model un cristal construit prin repetarea regulată a unor entități structurale identice. O entitate structurală poate fi alcătuită dintr-un atom, mai mulți atomi sau mai multe molecule (fig. 6.1, *a*).

Succesiunea acestor entități structurale care se repetă cu o anumită perioadă pe cele trei coordonate în spațiu definește o rețea cristalină (fig. 6.1, *b*). Locurile unde se află particulele constituente ale cristalului se numesc nodurile rețelei cristaline (fig. 6.1, *c*).



a *b* *c*

Fig. 6.1. Aşezarea ionilor în corpurile solide.

Cristalul poate fi conceput ca fiind construit, de exemplu, dintr-o mulţime de paralelipipede identice care se repetă şi care se pot obţine unul din altul printr-o simplă mişcare de translaţie.

În realitate cristalele naturale, ca şi cele crescute în laborator, prezintă abateri de la acest model fie datorită faptului că reţeaua nu are o regularitate perfectă, fie că substanţa are impurităţi.

Edificiul material al sistemelor fizice cristaline este asigurat prin existenţa forţelor de atracţie şi a celor de respingere. Aceste forţe sînt de natură pur electrică, iar intersitatea lor depinde de distanţa dintre particulele constituente.

În funcţie de tipul legăturii ce asigură edificiul material al reţelei, cristalele din natură pot fi:

a) cristale ionice — a căror reţea are în noduri, alternativ, ioni pozitivi şi negativi. Asemenea cristale (NaCl fig. 6.2, $CuSO_4$ etc.) au o conductibilitate electrică slabă, deoarece nu conţin electroni liberi;

b) metale — au în nodurile reţelei cristaline ioni pozitivi, iar electronii de valenţă se caracterizează printr-o mare libertate de mişcare formînd un fel de gaz electronic. Conductibilitatea electrică* a acestora este mare, deoarece prezintă o mare densitate de electroni liberi;

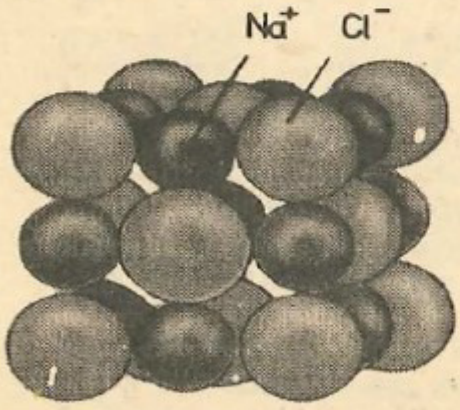


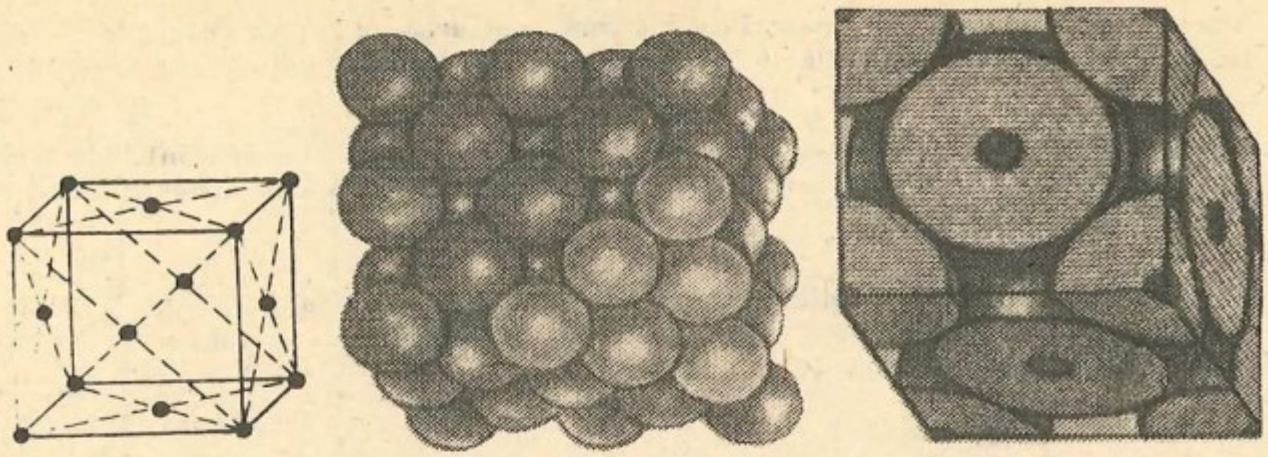
Fig. 6.2. Reţea cristalină în clorura de sodiu.

c) cristale de valenţă — sînt constituite din atomi legaţi prin forţe de aceeaşi natură, ca şi la metale, cu deosebirea că electronii au o libertate de mişcare mai mică şi aparţin unui număr mai mic de atomi. Asemenea cristale (diamantul, dioxidul de siliciu etc.) se caracterizează prin forţe de legătură foarte intense; rezultînd o conductibilitate electrică mică;

d) semiconductori — sînt de obicei cristale ionice, cu un conţinut mare de impurităţi ce pot furniza electronii care asigură o conductibilitate electrică mai mică decît la metale dar mai mare ca la cristalele ionice. Există şi semiconductori din categoria cristalelor de valenţă ca germaniul şi siliciul.

---

* Proprietatea corpurilor de a permite trecerea curentului electric.



a *b* *c*

Fig. 6.1. Aşezarea ionilor în corpurile solide.

Cristalul poate fi conceput ca fiind construit, de exemplu, dintr-o mulţime de paralelipipede identice care se repetă şi care se pot obţine unul din altul printr-o simplă mişcare de translaţie.

În realitate cristalele naturale, ca şi cele crescute în laborator, prezintă abateri de la acest model fie datorită faptului că reţeaua nu are o regularitate perfectă, fie că substanţa are impurităţi.

Edificiul material al sistemelor fizice cristaline este asigurat prin existenţa forţelor de atracţie şi a celor de respingere. Aceste forţe sînt de natură pur electrică, iar intensitatea lor depinde de distanţa dintre particulele constituente.

În funcţie de tipul legăturii ce asigură edificiul material al reţelei, cristalele din natură pot fi:

a) cristale ionice — a căror reţea are în noduri, alternativ, ioni pozitivi şi negativi. Asemenea cristale (NaCl fig. 6.2, $CuSO_4$ etc.) au o conductibilitate electrică slabă, deoarece nu conţin electroni liberi;

b) metale — au în nodurile reţelei cristaline ioni pozitivi, iar electronii de valenţă se caracterizează printr-o mare libertate de mişcare formînd un fel de gaz electronic. Conductibilitatea electrică* a acestora este mare, deoarece prezintă o mare densitate de electroni liberi;

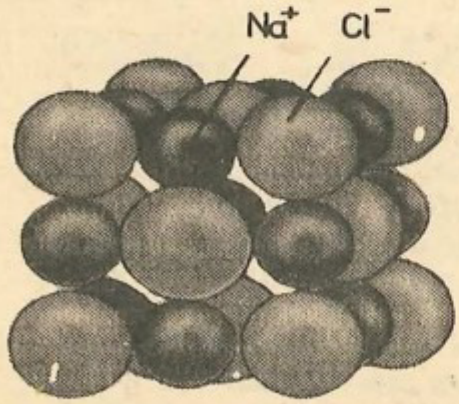


Fig. 6.2. Reţea cristalină în clorura de sodiu.

c) cristale de valenţă — sînt constituite din atomi legaţi prin forţe de aceeaşi natură, ca şi la metale, cu deosebirea că electronii au o libertate de mişcare mai mică şi aparţin unui număr mai mic de atomi. Asemenea cristale (diamantul, dioxidul de siliciu etc.) se caracterizează prin forţe de legătură foarte intense; rezultînd o conductibilitate electrică mică;

d) semiconductori — sînt de obicei cristale ionice, cu un conţinut mare de impurităţi ce pot furniza electronii care asigură o conductibilitate electrică mai mică decît la metale dar mai mare ca la cristalele ionice. Există şi semiconductori din categoria cristalelor de valenţă ca germaniul şi siliciul.

---

* Proprietatea corpurilor de a permite trecerea curentului electric.

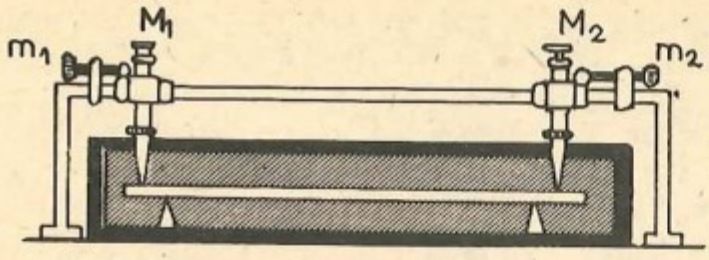


Fig. 6.3. Comparatorul.

cu ajutorul unui aparat numit comparator (fig. 6.3). Aparatul este compus dintr-o cuvă situată între doi piloni ficși, pe care se află o tijă-suport pentru două microscoape M_1 și M_2. Prin rotirea tamburelor m_1 și m_2 se poate imprima celor două microscoape o mișcare de translație în lungul dreptei ce le unește. Tamburele m_1 și m_2, fiind prevăzute cu șuruburi micrometrice, distanța dintre microscoape poate fi cunoscută, în orice poziție, cu o precizie de ordinul 10^{-6} m.

Eșantionul longitudinal, a cărui dilatare dorim s-o examinăm, se introduce în baia care conține apă la o temperatură constantă. Operația experimentală constă în a măsura cu precizie lungimea eșantionului (barei), adică distanța dintre două repere fixe situate la capetele barei. Cu acest aparat se poate determina alungirea unei bare, ca urmare a încălzirii acesteia.

Cantitativ dilatarea termică se descrie printr-un coeficient de dilatare termică.

Coeficientul de dilatare termică liniară se notează cu α și se exprimă prin relația:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} \tag{6.2}$$

în care: $\Delta l = l - l_0$, l fiind lungimea barei corespunzătoare temperaturii t°C, l_0 este lungimea barei corespunzătoare temperaturii 0°C, iar ΔT reprezintă variația temperaturii.

Coeficientul de dilatare termică liniară este o mărime ce caracterizează materialul (substanța), valoarea sa fiind diferită de la o substanță la alta și poate fi determinat experimental. Iată, spre exemplificare, valorile acestuia (în K^{-1}) pentru cîteva substanțe:

aluminiu	$22 \cdot 10^{-6}$	fier	$12 \cdot 10^{-6}$
argint	$19 \cdot 10^{-6}$	platină	$9 \cdot 10^{-6}$
aur	$14 \cdot 10^{-6}$	alamă	$2 \cdot 10^{-5}$
cupru	$17 \cdot 10^{-6}$	oțel	$11 \cdot 10^{-6}$

Experimental se verifică faptul că legea de dilatare liniară este dată de expresia:

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta T) \tag{6.3}$$

care mai poate fi scrisă și astfel:

$$\frac{l}{l_0} = 1 + \alpha \Delta T. \tag{6.4}$$

Partea a doua a egalității este „binomul de dilatare termică".

Pentru corpurile izotrope (corpuri care au aceleași proprietăți fizice pe orice direcție) este suficient să introducem noțiunea de dilatare liniară, deoarece la acestea dilatarea decurge la fel pe orice direcție. Acestora dilatarea nu le afectează forma, ele rămîn asemenea lor, dar la altă scară, pentru orice temperatură.

Admițînd că pe orice direcție variația lungimii corpului este dată de relația (6.4), raportul ariilor aceleiași fețe pentru temperaturi diferite va fi:

$$\frac{A}{A_0} = (1 + \alpha \Delta T)^2 \simeq 1 + 2\alpha \Delta T,$$

iar raportul volumelor aceluiași corp pentru temperaturi diferite va fi:

$$\frac{V}{V_0} = (1 + \alpha \Delta T)^3 \simeq 1 + 3\alpha \Delta T.$$

În aceste dezvoltări ale binoamelor la pătrat și cub s-au neglijat termenii în α^2 și α^3, deoarece pentru orice material α este foarte mic (vezi tabelul de la pag. 100).

În toate cazurile, dilatarea termică a sistemelor determină variația densității acestora cu temperatura. Pentru corpurile izotrope această variație se face după relația:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T} \quad \text{(vezi paragraful 5.2)} \tag{6.5}$$

în care: ρ este densitatea sistemului la temperatura finală, iar ρ_0 este densitatea sistemului la temperatura de 0°C.

La montarea corpurilor solide, într-un ansamblu funcțional, se prevede posibilitatea modificării libere a dimensiunilor fiecărui corp solid, deoarece dilatarea termică ar favoriza apariția unor tensiuni de intensitate foarte mare în material. Pentru o mai bună înțelegere a efectelor dilatării, să calculăm forțele cu care ar putea acționa o bară prin dilatarea ei.

Relația (6.2) mai poate fi scrisă și sub forma:

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta T. \tag{6.6}$$

Forța care ar apărea la o asemenea dilatare este dată de relația $\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \cdot l_0$ (vezi manualul de clasa a IX-a). Din compararea acestei relații cu (6.6) rezultă:

$$F = \alpha \cdot E \cdot S \cdot \Delta T. \tag{6.7}$$

Efortul unitar exercitat de o bară încălzită și fixată la ambele capete este:

$$\frac{F}{S} = \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T. \tag{6.8}$$

Ordinul de mărime al forțelor care se dezvoltă în procesul de dilatare precum și al efortului unitar, îl vom urmări pe un exemplu.

Exemplu:

Fie o bară de oțel cu secțiunea de 10 cm² fixată la capete, de cîte un suport rigid, temperatura barei în momentul fixării fiind 20°C. Dacă bara se încălzește la 120°C, forța cu care ea apasă asupra suporților este:

$$F = E \cdot \alpha \cdot S \Delta T = 22 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 11 \cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1} \cdot 100\ \text{K} \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 = 242 \cdot 10^3\ \text{N}.$$

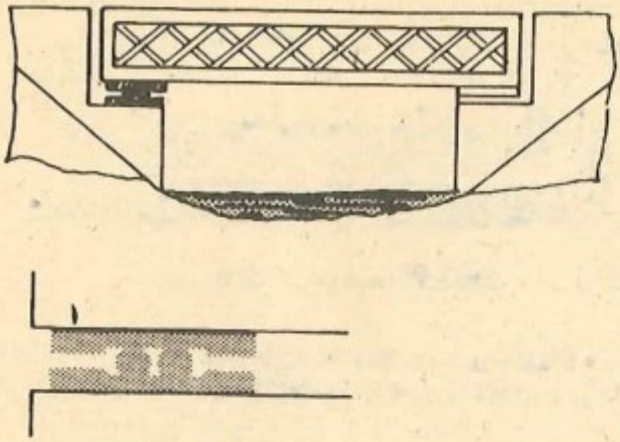
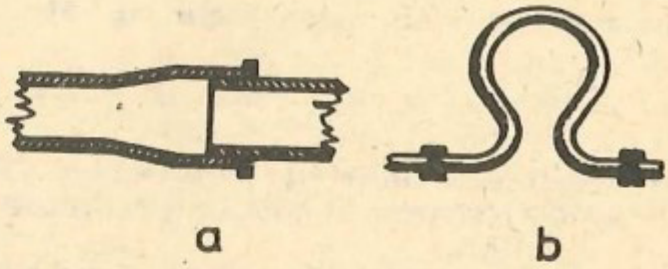


Fig. 6.4. Pod pe role.

Fig. 6.5. Compensatoare.



Efortul unitar exercitat de bară asupra suporților este:

$$\sigma = \frac{F}{S} = 242 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ m}^{-2} = 242 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}.$$

De aici se înțelege ușor că astfel de forțe au efecte mari și de aceea ele trebuie luate în considerație. Pentru aceasta constructorii de poduri fixează numai un capăt al podului, celălalt fiind suspendat pe role (fig. 6.4), constructorii de căi ferate lasă cîte un spațiu între fiecare două șine, iar la termoficare conductele sînt prevăzute cu bucle compensatoare (fig. 6.5).

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. În iernile foarte geroase, se întîmplă uneori ca în șinele de cale ferată să apară unele mici crăpături. Cum se explică aceasta?

2. Pe vasele făcute din sticlă (cilindri gradați, pipete gradate), la începutul sau sfîrșitul gradațiilor se găsește indicată o anumită temperatură. De ce?

3. Nu o dată am fost sfătuiți să nu consumăm băuturi fierbinți sau băuturi foarte reci. De ce?

4. Diametrul găurii făcute de un glonte într-un metal este mai mic decît diametrul glontelui. Explicați de ce.

5. Un manșon de oțel alunecă greu pe un ax de aluminiu, pe timp de iarnă. Pe timpul verii, acesta se va mișca greu?

6. Ce se întîmplă cu un corp solid care plutește, dacă se încălzește lichidul cu care el este în contact?

7. În terapeutica tradițională, pentru cazurile de răceală, se folosesc ventuzele. Care sînt fenomenele fizice pe care se bazează utilizarea acestora?

8. Un fir de cupru are, la 0°C, lungimea de 50 m. Care este lungimea sa la temperatura de 150°C?

R: 50,127 m.

9. Cu cît se va lungi un fir de fier care are lungimea de 170 m la 0°C, cînd trece de la minus 15°C la 30°C?

R: 9,18 cm.

10. Un disc de fier are la 0°C diametrul de 2,75 m. Care este suprafaţa sa la temperatura de 60°C? ($\beta = 2\alpha$).

R: 5,94 m².

11. Un vas de sticlă plin cu mercur, la 0°C, conţine 625 g. Fiind încălzit, curg din el 4 g mercur. La ce temperatură a fost încălzit? ($\gamma_{Hg} = 18 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}; $\gamma_{sticlă} = 2{,}7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.)

R: 42,1°C.

12. Un corp solid de volum V_0, de densitate ρ_0 şi coeficient de dilatare $\gamma = 19 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, se cufundă 3/4 din volumul său la 0°C într-un lichid de densitate ρ_1 şi $\gamma_1 = 19 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}. Dacă sistemul se încălzeşte la temperatura de 300°C, cît se va cufunda solidul în lichid?

R: 0,793 V_0.

CAPITOLUL 7

TRANSFORMĂRI DE FAZĂ

7.1. IZOTERMELE LUI ANDREWS. STAREA CRITICĂ LICHEFIEREA GAZELOR

Studiul gazelor s-a efectuat pe baza modelului *gaz-ideal*. La studiul experimental al gazelor apar însă fenomene calitativ noi, care nu mai pot fi descrise de ecuaţia de stare a gazului ideal. Aceste fenomene sînt o consecinţă a acelor proprietăţi ale gazelor care au fost neglijate cînd s-a conceput modelul „gaz ideal".

În 1869 Thomas Andrews a obţinut experimental izotermele pentru dioxidul de carbon, corespunzătoare cîtorva temperaturi. Familia de curbe, obţinută astfel, este reprezentată în figura 7.1.

Urmărind cu atenţie figura, deosebim două forme distincte de izoterme şi anume:

— cele pentru temperaturi ridicate şi presiuni joase, care sînt descrise de relaţia $pV = \text{ct.}$ (hiperbole); deci în aceste condiţii de temperatură şi presiune gazul real se comportă ca un gaz perfect;

— cele pentru temperaturi obişnuite (20°C şi sub 20°C) prezintă un palier de la o anumită valoare a presiunii (urmărim curba în sensul comprimării izoterme) şi apoi o variaţie foarte mică de volum la creşterea presiunii.

Să considerăm un kmol de gaz închis într-un corp de pompă, cu pereţii transparenţi, prevăzut cu manometru ca în figura 7.2.

Comprimînd izoterm sistemul, de la starea notată pe grafic cu A, valorile corespunzătoare presiunii, pentru fiecare stare, se aştern pe graficul $p = f(V)$ (fig. 7.2). Porţiunea AB este asimilabilă cu o hiperbolă (gazul se comportă aproape ideal). De la valoarea p_0 a presiunii însă, manometrul nu-şi schimbă indicaţia, deşi micşorăm în continuare volumul. Observatorul poate distinge apariţia, în corpul de pompă, a unor picături de lichid; la micşorarea volumului, scade cantitatea de gaz şi creşte cantitatea de lichid, pînă cînd în starea C tot gazul s-a transformat în lichid. Porţiunea CD reprezintă comprimarea lichidului format (înclinarea curbei este mare, lichidele sînt puţin compresibile).

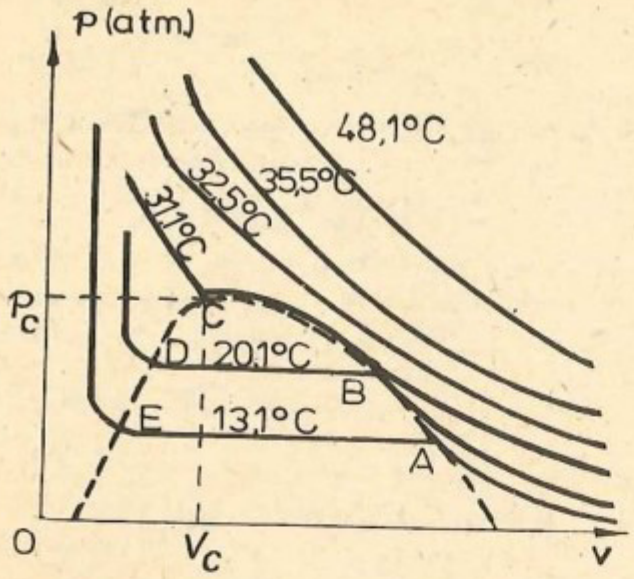


Fig. 7.1. Izotermele lui Andrews.

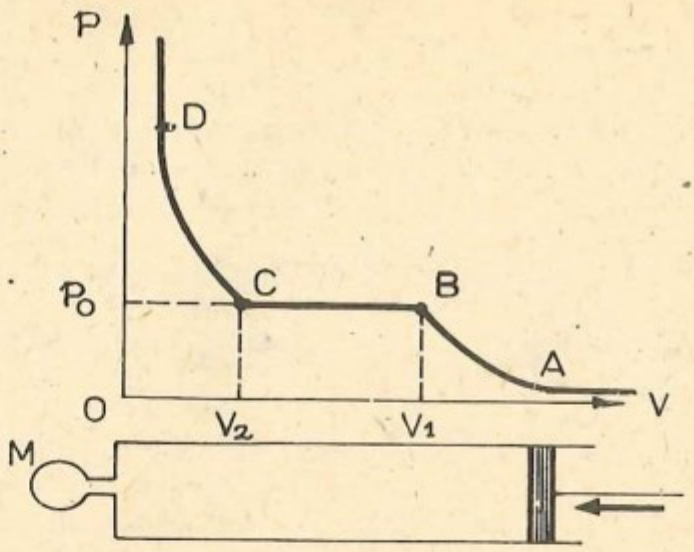


Fig. 7.2. Corp de pompă cu manometru.

Aceste fapte experimentale demonstrează că gazele se condensează (lichefiază), trec în stare lichidă, esențial diferită de starea gazoasă. Pentru descrierea fenomenului de lichefiere este necesar să renunțăm la modelul „gazului ideal" și să ținem seama de forțele de interacție (de atracție și de respingere) între moleculele constituente, deoarece aceste forțe nu mai pot fi neglijate.

Rezultă că, la o temperatură dată, energia internă a gazului real este mai mică decît energia internă a gazului ideal. În comprimarea izotermă a gazului real, energia internă se micșorează continuu, ceea ce corespunde (conform principiului I al termodinamicii) eliberării de căldură în mediul exterior.

Căldura eliberată se poate scrie sub forma:

$$Q = \Delta U + L. \tag{7.1}$$

La trecerea din faza de gaz în faza lichidă, spațiile intermoleculare se micșorează cu cîteva ordine de mărime, forțele de interacțiune moleculară efectuează lucru mecanic, iar energia internă a sistemului se micșorează. Întrucît $T = ct$ și E_c este de asemenea constantă se ia deci în considerare numai E_p care se micșorează deoarece intervin forțe de atracție. Rezultă că sistemul cedează izoterm căldură exteriorului. Această căldură, numită căldură latentă (nu este evidențiabilă prin variația temperaturii) de lichefiere, este o măsură a energiei de legătură a moleculelor în lichid.

Căldura latentă de lichefiere se poate raporta la masa lichidului și se obține o constantă de material de forma:

$$\lambda_l = \frac{Q}{m} \tag{7.2}$$

unde λ_l este căldura latentă specifică de lichefiere la temperatură constantă. Aceasta se măsoară în J/kg.

În timpul transformărilor reprezentate pe grafic prin porțiunea BC a curbei, în cilindru se găsește un amestec de lichid și vapori numiți vapori saturanți ai lichidului. Presiunea p_0, la care se găsesc acești vapori, se numește presiunea vaporilor saturanți ai lichidului la temperatura dată. Este deci posibil ca la aceeași temperatură și presiune să existe simultan două stări de agregare ale aceleiași substanțe care să se deosebească prin anumite proprie-

tăți (ex. densitate). Acestea se numesc *fazele sistemului* și reprezintă, de exemplu, stările de agregare: gaz, lichid, solid.

Se stabilește echilibrul de fază, dacă două sau mai multe faze ale aceleiași substanțe, aflîndu-se în contact în aceleași condiții de presiune și temperatură, masa fiecărei faze nu se modifică pe seama celeilalte (rămîne constantă în timp).

Trecerea substanței dintr-o fază în alta se numește *transformare de fază*. Condensarea (lichefierea) unui gaz, ca și procesul invers, adică vaporizarea unui lichid, sînt exemple de transformări de fază.

Revenind la figura 7.1, constatăm că transformarea de fază descrisă mai sus se poate realiza la diferite temperaturi, iar la temperaturi și presiuni din ce în ce mai mari, intervalul de volum în care se face lichefierea se reduce pînă la un punct. Acesta este caracterizat deci printr-o temperatură numită „temperatură critică" (t_c), printr-un „volum critic" (V_c) și printr-o „presiune critică" (p_c). În aceste condiții de presiune și temperatură densitatea vaporilor devine egală cu cea a lichidului, iar tensiunea superficială devine zero. Pentru temperaturi mai mari decît cea critică, gazul nu mai poate fi transformat în lichid prin comprimare, indiferent de presiunea ce o realizăm. Temperaturile și presiunile critice depind de natura substanței. În tabelul alăturat sînt prezentate cîteva temperaturi și presiuni critice.

Substanța	t_c(°C)	p_c(atm)
Azot	—147	34
Dioxid de carbon	31,1	73
Hidrogen	—239,9	12,8
Apă	365	195
Aer	—140,7	37,2
Pentan	197,2	3

Cu ajutorul temperaturii critice, putem evidenția un criteriu pe baza căruia să deosebim un gaz de vapori și anume:

— dacă temperatura substanței este mai mare decît cea critică, substanța se va găsi în stare gazoasă indiferent de presiunea la care există aceasta;

— dacă temperatura substanței este mai mică decît cea critică, substanța se va găsi în stare de vapori, pînă la presiunea la care apare faza lichidă.

Vaporii sînt saturanți numai dacă faza de vapori se găsește în echilibru dinamic cu faza lichidă a sistemului (numărul de molecule care schimbă locul de la lichid spre vapori, în unitatea de timp, este egal cu numărul de molecule care intră în lichid în unitatea de timp).

Descoperirea și evaluarea temperaturii critice, ca și a presiunii critice, au permis găsirea căilor de realizare a lichefierii gazelor pentru orice substanță. În secolul trecut se considera că există gaze lichefiabile și gaze permanente, de exemplu: oxigenul, hidrogenul etc. Astăzi, după ce Kamerlingh Onnes a reușit lichefierea heliului, termenul de gaz permanent este înlocuit cu termenul „gaz greu lichefiabil".

7.1.1. Mașini de lichefiat gaze. Frigiderul. Lichefierea gazelor a permis depozitarea și transportarea lor comodă (butelii de aragaz pentru gospodărie, butelii de oxigen pentru spitale sau unități industriale etc.), dar și obținerea și mai ales menținerea pe intervale mari de timp a temperaturilor joase.

Gazele lichefiate se obțin cu instalații speciale, în care se poate realiza atît răcirea lor sub temperatura critică, cît și comprimarea lor pînă la presiunea vaporilor saturanți, corespunzători aceleiași temperaturi. Pentru lichefiere se pot folosi mai multe metode:

— comprimarea izotermă (pentru gaze ușor lichefiabile ca: dioxid de carbon, clor, amoniac etc.);

— răcirea izobară (pentru gaze la care temperatura critică este ridicată);

— răcirea și comprimarea simultană (metoda este eficace, dacă se folosesc amestecuri răcitoare ca: gheață și NaCl, gheață și $CaCl_2$);

— răcirea în trepte, folosită prima oară pentru lichefierea heliului;

— destinderea adiabatică (folosită ca metodă industrială de lichefiat gaze).

O mașină de lichefiat gaze este în ultimă instanță o variantă de mașină termică. Aceasta, cu ajutorul lucrului mecanic efectuat din exterior, realizează o destindere care duce la lichefierea gazului prin eliberare de căldură.

Principial, un astfel de dispozitiv este prezentat în figura 7.3 și funcționează astfel:

Aerul preluat de un compresor și comprimat la cîteva zeci de atmosfere este condus prin racordul (T_1) la un cilindru cu piston. Aici, prin destindere, aerul pune în mișcare pistonul pînă ce acesta trece de racordul (T_2). Prin acesta aerul răcit prin destindere este condus în incinta (A) unde se destinde și mai mult și ca atare se răcește în continuare. Condițiile de temperatură scăzută din incinta (A) ajută la răcirea aerului care trece din compresor către piston prin racordul (T_3). Din această incintă aerul este preluat din nou de compresor și astfel începe un nou ciclu. Operația se repetă, pînă cînd apar picăturile de lichid ce se colectează în rezervorul atașat incintei (A). Biela pistonului este legată de un volant care împinge pistonul înapoi și astfel îl pregătește pentru ciclul următor.

Cu această mașină se poate realiza distilarea fracționată a aerului lichid, adică se pot separa componentele prin eliminarea lichidului la anumite temperaturi.

Aerul lichid și celelalte gaze a căror temperatură critică este foarte joasă se păstrează în vase special construite, numite vase Dewar (rezervele de termos) (fig. 7.4.)

Gazele lichefiate se folosesc, în practică, fie ca: sursă de gaze speciale (dioxid de carbon, amoniac etc.); sursă de frig — pentru a menține temperaturi scăzute într-un refrigerent.

Părțile componente ale unei mașini frigorifice (fig. 7.5) sînt:

— vaporizatorul *(1)*;

— compresorul *(2)*;

— condensatorul *(3)*;

— dispozitivul de laminare *(4)*.

Substanța de lucru, adeseori amoniacul, în stare lichidă, la presiune joasă, intră în vaporizator, unde, prin preluarea căldurii din incinta care trebuie răcită, se vaporizează. Vaporii de amoniac sînt conduși la compresor și comprimați la presiunea la care temperatura de saturație este superioară temperaturii agenților obișnuiți de răcire (aer sau apă). Aceștia, astfel comprimați, sînt introduși în condensator, unde, cu ajutorul aerului atmosferic se condensează.

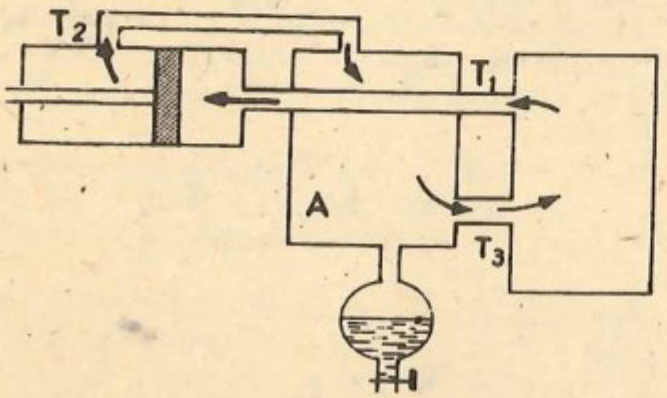


Fig. 7.3. Schema unei mașini de lichefiat gaze.

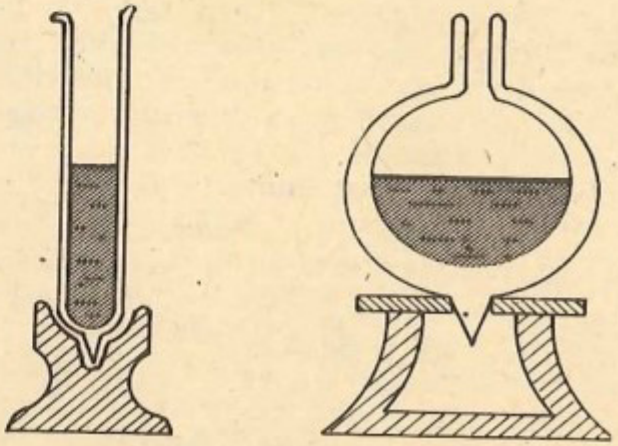


Fig. 7.4. Vase Dewar.

Fig. 7.5. Frigider.

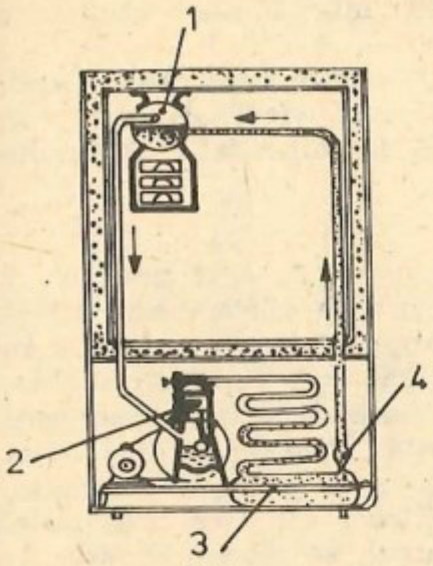
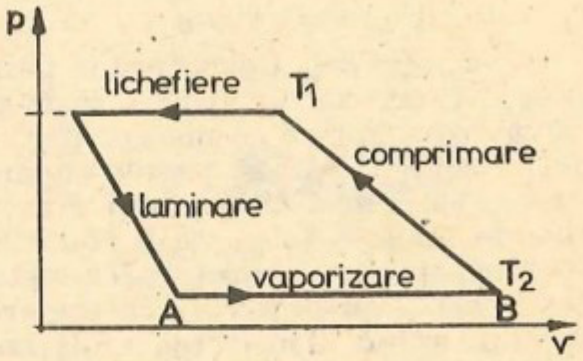


Fig. 7.6. Ciclul unui agent de răcire într-un frigider.



Amoniacul condensat, la o presiune relativ ridicată, este introdus în dispozitivul de laminare, în care presiunea scade pînă la o valoare, la care temperatura de saturație devine mai mică decît temperatura din incinta care trebuie răcită, apoi intră din nou în vaporizator. Ciclul se poate urmări pe figura 7.6.

Una din principalele utilizări ale gazelor lichefiate este la răcirea încăperilor pentru conservarea materialelor perisabile. Aceste instalații sînt cunoscute sub numele de mașini frigorifice.

Transportul căldurii din incinta răcită, către exterior, se face prin intermediul compresorului.

Importanța obținerii unor temperaturi joase. La temperaturi joase substanțele au proprietăți deosebite de cele cunoscute la temperatura camerei (20°C):

— căldurile specifice ale corpurilor se micșorează, tinzînd către valoarea zero cînd temperatura tinde la 0 K;

— conductibilitatea electrică crește brusc la temperaturi cuprinse între 1—7 K (fenomen cunoscut sub numele de supraconductibilitate);

— unele corpuri își pierd elasticitatea (cauciucul, fierul), devenind casante;

— unele corpuri devin fluorescente (zahărul, coaja de ou).

7.1.2. **Vaporizarea și condensarea. Diagrama de stare.** Vaporizarea poate fi ușor observată, dacă într-o farfurie descoperită se pune puțin: alcool, benzen, eter, benzină sau acetonă. Peste un interval scurt de timp, farfuria apare uscată și este rece, iar în aer se simte mirosul caracteristic lichidului dispărut. Dacă punem pe foc un vas cu apă, nu este pericol de deteriorare, atîta timp cît mai rămîne apă în vas; abia cînd toată apa s-a evaporat, vasul se poate încălzi prea tare și se strică.

Experimentele descrise ne permit să sesizăm că, în cazul vaporizării, căldura latentă este absorbită de sistem care-și modifică energia internă, fără a-și schimba și temperatura.

Căldura latentă de vaporizare este (la fel ca și cea de lichefiere) o măsură a variației energiei interne de legătură a moleculelor. Căldura latentă de vaporizare necesară unității de masă pentru a se vaporiza, o notăm λ_v, îi spunem căldură latentă specifică de vaporizare și o exprimăm prin relația:

$$\lambda_v = \frac{Q}{m}. \qquad (7.3)$$

La fel ca și căldura specifică de lichefiere, și cea latentă de vaporizare este o caracteristică a substanței.

Vaporizarea poate avea loc în volum limitat sau în volum nelimitat. Vaporizarea în volum limitat se poate face în vid sau în atmosferă gazoasă; iar vaporizarea în volum nelimitat se poate face numai la suprafața lichidului (evaporarea) sau în toată masa lichidului (fierberea).

Vaporizarea în vid

Experiment. Considerăm patru tuburi barometrice *a*, *b*, *c*, *d* gradate și umplute cu mercur. După ce le-am astupat cu degetul, le răsturnăm într-o cuvă de asemenea cu mercur (fig. 7.7). Mercurul va coborî în toate tuburile la fel, formînd astfel la partea superioară o cameră barometrică (spațiul închis, rămas deasupra mercurului din tub). În camera barometrică presiunea este așa de mică încît poate fi considerată o incintă vidată. Păstrăm tubul *a* ca martor, și, cu ajutorul unei pipete curbate prevăzută cu o pară de cauciuc, introducem prin partea inferioară a tubului *b*, picătură cu picătură, eter. Acesta, avînd densitatea mult mai mică decît mercurul, se ridică repede în camera barometrică. Ajunse în camera barometrică, picăturile de eter se vaporizează instantaneu, ca urmare, nivelul mercurului în tubul *b* scade.

Diferența de nivel, dintre mercurul din tuburile *b* și *a*, măsoară presiunea *p* a vaporilor de eter la presiunea atmosferică la care se face experiența.

Continuînd să introducem picături de eter în tubul *b*, acestea se vaporizează pînă ce, la un anumit moment, pe suprafața mercurului apar urme de eter lichid. În condiții de temperatură constantă aceasta înseamnă că, din acest moment, toate picăturile de eter trimise în tubul *b* se vor acumula la partea superioară a mercurului sub formă de lichid, înălțimea coloanei de mercur în tubul *b* față de tubul *a* rămîne neschimbată. Dacă același experiment îl repetăm cu alte lichide (cu alcool pentru tubul *c* și cu apă pentru tubul *d*), constatăm că înălțimea coloanei de mercur diferă de la un tub la altul, așa cum se vede în figura 7.7.

Din acest experiment se poate deduce:

— vaporizarea în vid este instantanee;

— vaporizarea în vid se face pînă cînd presiunea vaporilor obținuți atinge o valoare maximă p_m. Vaporii, în acest caz, se numesc saturanți iar p_m se numește presiunea vaporilor saturanți în condițiile date de temperatură.

Presiunea vaporilor saturanți verifică următoarele legi:

— presiunea vaporilor saturanți nu depinde de masa lichidului și nici de masa vaporilor în contact;

— presiunea vaporilor saturanți rămîne constantă, atît timp cît temperatura rămîne constantă;

— la o temperatură dată presiunea maximă a vaporilor depinde numai de natura lichidului din care au provenit.

Vaporizarea în atmosfera gazoasă

Experiment. Pentru studiul vaporizării în atmosferă gazoasă se poate utiliza un vas de sticlă (*A*) prevăzut cu două deschideri (1,2) (fig. 7.8). Prin deschiderea „*1*" pătrunde pîlnia *E*, prevăzută cu robinetul *R* și care conține o cantitate de lichid. O pară de cauciuc *P* permite (cînd robinetul este deschis) introducerea lichidului în vasul *A*. Prin deschiderea „*2*" trece un tub vertical *T*, deschis la ambele capete, care pătrunde în mercurul aflat în vasul *A*, servind astfel drept manometru.

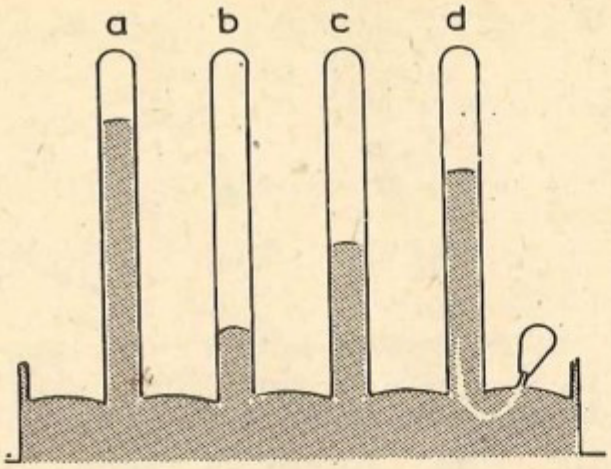


Fig. 7.7. Sistem de vase barometrice pentru vaporizarea în vid.

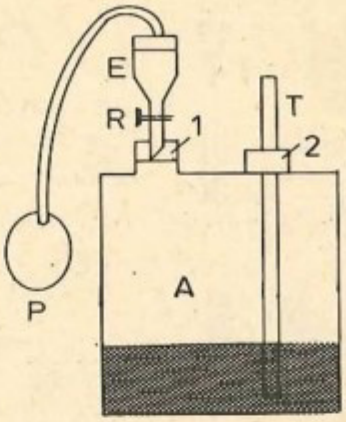


Fig. 7.8. Studiul vaporizării în atmosferă gazoasă.

Cînd lichidul pătrunde în sticlă picătură cu picătura, se observă că mercurul urcă lent în tubul T.

După un anumit timp, dacă s-a introdus suficient lichid, se constată că nivelul mercurului se stabilizează la o anumită înălțime iar pe suprafața mercurului a mai rămas lichid.

Acest experiment arată că: vaporizarea în atmosferă gazoasă este lentă; presiunea maximă a vaporilor saturanți ai unei substanțe într-o atmosferă gazoasă este aceeași ca și cum vaporii ar ocupa singuri întreg volumul (ea este deci independentă de presiunea gazului).

Presiunea unui amestec de gaze și vapori saturanți este egală cu suma presiunilor pe care le-ar avea fiecare component în parte dacă ar ocupa singur întreg volumul la aceeași temperatură.

Vaporizarea la suprafață

Pentru ca evaporarea să aibă loc, trebuie îndeplinite condițiile:

— Mediul ambiant al lichidului să nu fie saturat cu vaporii lichidului. Deci trebuie ca presiunea p_1 a vaporilor aflați în atmosfera ambiantă, la temperatura mediului, să fie mai mică decît p_m a vaporilor lichidului la acea temperatură ($p_1 < p_m$).

— Presiunea atmosferică H la acel moment să fie mai mare decît p_m a vaporilor la temperatura lichidului ($H > p_m$).

Cu aceste condiții îndeplinite, evaporarea poate continua pînă ce lichidul dispare din vas. Aceeași masă de lichid se poate evapora într-un timp mai lung sau mai scurt, după cum viteza de evaporare (masa de lichid ce se evaporă în unitatea de timp) este mai mică sau mai mare.

Viteza de evaporare depinde de următorii factori:

— este proporțională cu aria S a suprafeței libere a lichidului;

— este proporțională cu diferența presiunilor $p_m - p_1$;

— este invers proporțională cu presiunea H a atmosferei de deasupra lichidului.

Rezumînd aceste dependențe într-una singură, obținem:

$$v = K \frac{S(p_m - p_1)}{H},$$

unde K este o constantă care depinde de unitățile de măsură alese, dar și de viteza aerului în contact cu lichidul.

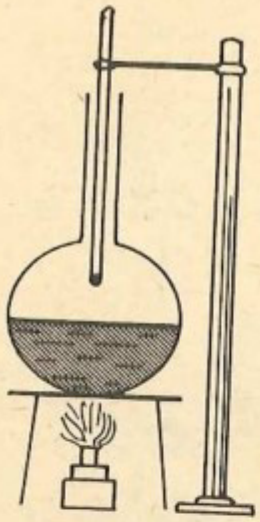


Fig. 7.9

Vaporizarea în toată masa lichidului (fierberea)

Experiment. Într-un balon de sticlă se introduce apă. Deasupra apei din balon se așază rezervorul unui termometru cu mercur. Se încălzește balonul cu un încălzitor ca în figura 7.9. Urmărind procesul de încălzire a lichidului se constată că:

— pe pereții balonului, la partea inferioară, apar mici bule de aer;

— pe măsură ce temperatura crește, bulele se măresc, se desprind de pereți și urcă spre suprafața lichidului (în straturile superioare, unele se micșorează și dispar);

— la o anumită temperatură bulele ajung la suprafața lichidului și se sparg;

— din acest moment temperatura rămîne constantă, începe fierberea.

Acest experiment ne permite să constatăm că fierberea verifică următoarele legi:

a) Cînd un lichid fierbe, la presiune constantă, *temperatura vaporilor în imediata vecinătate a lichidului rămîne constantă.* Această temperatură este cunoscută sub numele de *temperatură de fierbere*, iar în condiții de presiune constantă depinde numai de natura lichidului. Așa este posibilă separarea componentelor unui amestec de lichid prin distilare (vaporizarea parțială a lichidului urmată de condensarea vaporilor).

Substanța	Temperatura de fierbere la presiune atmosferică °C	Temperatura de topire și solidificare °C
Aluminiu	1 800	659,7
Cupru	2 300	1 083
Fier	3 000	1 585
Mercur	356	−38,87
Plumb	1 620	327,4
Apă	100	0
Amoniac	−33,5	−75

Din tabelul alăturat se observă dependența temperaturii de fierbere de natura substanței (pentru cîteva substanțe).

b) Un lichid începe să fiarbă atunci cînd *presiunea maximă a vaporilor săi este egală cu presiunea de deasupra lichidului.*

Condensarea se poate, de asemenea, observa ușor. Este suficient să aducem în cameră un obiect rece ca acesta să se aburească (pe el se condensează vaporii de apă din cameră), dar relativ repede condensul dispare deoarece, absorbind căldura latentă cedată de vapori prin condensare, obiectul se încălzește și ajunge la temperatura camerei.

Căldura latentă de condensare are aceeași semnificație cu cea a căldurii latente de vaporizare (condensarea reprezintă procesul invers vaporizării).

De remarcat că atît procesul condensării, cît și al vaporizării, poate să înceapă mai curînd în prezența germenilor transformării: a unor particule de praf, ioni, picături de lichid sau respectiv bule de gaz deja formate.

O analiză microscopică ar găsi practic aceeași dezordine în distribuția moleculelor de gaze și lichide, numai distanțele și implicit forțele dintre ele ar avea valori diferite. Aceasta explică și faptul că trecerea de la lichid la gaz poate avea loc și în mod continuu, printr-o succesiune de stări omogene, evitînd domeniul intermediar al celor două faze în contact. Exemplu: o picătură de eter în camera barometrică.

Temperatura la care are loc echilibrul celor două faze în contact este o caracteristică importantă a transformării de fază gaz-lichid. Dependența temperaturii de echilibru a celor două faze, de presiune, se poate determina și reprezenta grafic prin diagrama de stare (fig. 7.10).

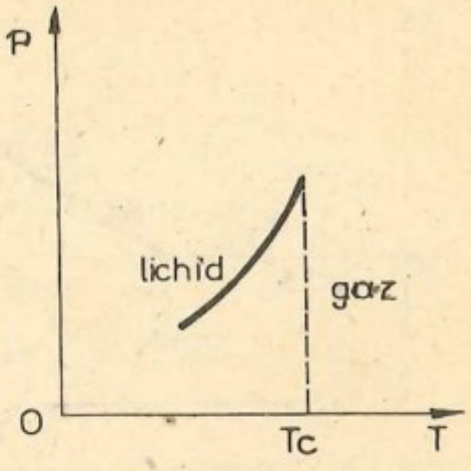


Fig. 7.10. Dependența temperaturii de presiune la echilibrul de fază gaz-lichid.

Această curbă, în planul p, T, separă planul în două părți:

— una, la stînga curbei; punctele din această parte a planului reprezintă stări în care substanța este lichidă;

— cealaltă, în dreapta curbei; punctele din această parte a planului reprezintă stări în care substanța este sub formă de vapori pînă la T_c și sub formă de gaz dincolo de T_c.

Punctele de pe curbă corespund stărilor de echilibru de faze, în care coexistă ambele faze ale substanței. Caracteristic pentru diagrama de fază, în cazul transformărilor de fază gaz-lichid și invers, este presiunea limită superioară, datorită stării critice, dincolo de care nu pot coexista niciodată cele două faze.

7.2. TOPIREA ȘI SOLIDIFICAREA

Am văzut că starea solidă (cristalină) este caracterizată de o ordine microscopică ce limitează mișcarea moleculelor numai la vibrații după anumite direcții. Astfel, starea solidă se deosebește, principial, de stările lichidă și gazoasă prin anizotropia (corpul nu are aceleași proprietăți fizice pe toate direcțiile) sa. Din acest motiv, trecerea din stare solidă în stare lichidă și invers nu poate avea loc decît discontinuu, la o temperatură bine determinată, energia mișcării termice trebuie să fie comparabilă cu energia de interacție dintre particulele constituente.

Procesul de trecere a substanței din starea lichidă în starea solidă, la o temperatură bine determinată, se numește solidificare sau cristalizare. Acest proces are loc cu degajare de căldură, care se numește căldură latentă de solidificare și care este o măsură a variației energiei interne de legătură. Căldura latentă corespunzătoare unității de masă pentru a se solidifica o notăm cu λ_l și o denumim căldură latentă specifică de solidificare:

$$\lambda_l = \frac{Q}{m}. \tag{7.4}$$

Procesul invers, de trecere din starea solidă în starea lichidă, are loc de asemenea discontinuu, la o temperatură determinată, cu absorbție de căldură din exterior, și se numește topire.

Temperatura netă de topire și solidificare se notează cu t_{os} și este o caracteristică a substanței (vezi tabelul de la pagina 110). Procesul de topire netă poate fi urmărit pe graficul din figura 7.11.

Dacă într-un lichid care cristalizează se află mai mulți germeni, atunci solidul va avea o structură policristalină. Pentru a obține monocristale trebuie

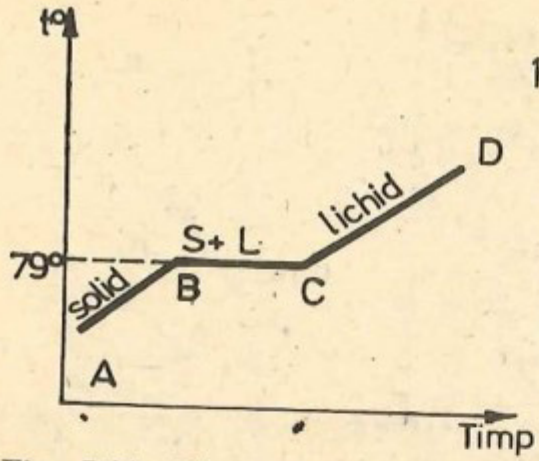


Fig. 7.11. Diagrama temperaturii funcție de timp în procesul de topire.

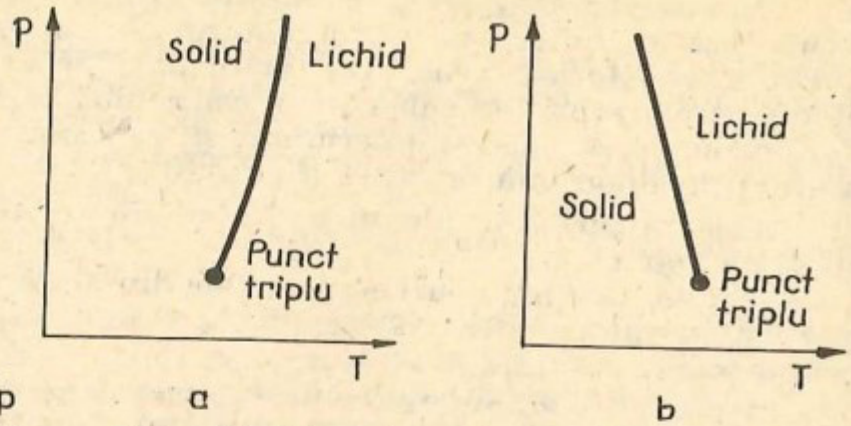


Fig. 7.12. Stare de echilibru solid-lichid pentru o substanță care: *a)* se dilată la topire; *b)* se contractă la topire.

luate precauții experimentale, și anume în lichid trebuie să se găsească un singur centru de cristalizare.

Temperatura de solidificare sau topire depinde de presiune și poate fi reprezentată prin diagrama de stare din figura 7.12. Punctele din stînga curbei reprezintă stări de echilibru în care substanța este în stare solidă, iar punctele din dreapta curbei reprezintă stări de echilibru în care substanța este în stare lichidă.

Pentru majoritatea substanțelor, volumul crește la topire (fig. 7.12, *a*). Există și comportări anomale (apa, bismutul, germaniul etc.), la care volumul crește în procesul de cristalizare (fig. 7.12, *b*). Această comportare are implicații în biologie ca și în tehnică (turnarea pieselor, înghețarea conductelor de apă etc.).

7.3. SUBLIMAREA ȘI DESUBLIMAREA

Unele substanțe (sulf, iod, naftalină etc.) pot trece din stare solidă direct în stare gazoasă, fenomen numit sublimare. Procesul invers de trecere a substanțelor din stare gazoasă direct în stare solidă se numește desublimare.

Căldura latentă de transformare gaz-solid la temperatura de solidificare este egală cu suma dintre căldura latentă de condensare și căldura latentă de solidificare, din starea gazoasă și, respectiv, din starea lichidă. De exemplu: în timpul gerurilor foarte mari, vaporii de apă desublimează pe cristalele de zăpadă și formează macrocristale; la deschiderea unei butelii cu dioxid de carbon destinderea poate fi așa de puternică, încît răcirea produce „zăpadă carbonică".

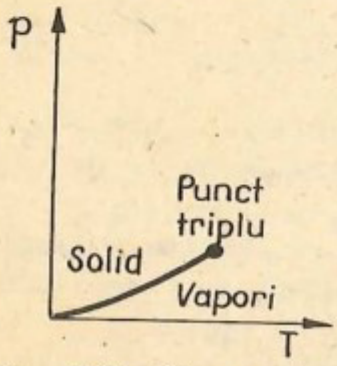


Fig. 7.13. Starea de echilibru solid-vapori.

Unele substanțe prezintă, chiar la temperaturi obișnuite, stări de echilibru între faza solidă și propriii lor vapori (iodul). Faza de vapori în echilibru cu cea solidă definește, de asemenea, vapori saturanți, a căror presiune variază cu temperatura, ca în figura 7.13.

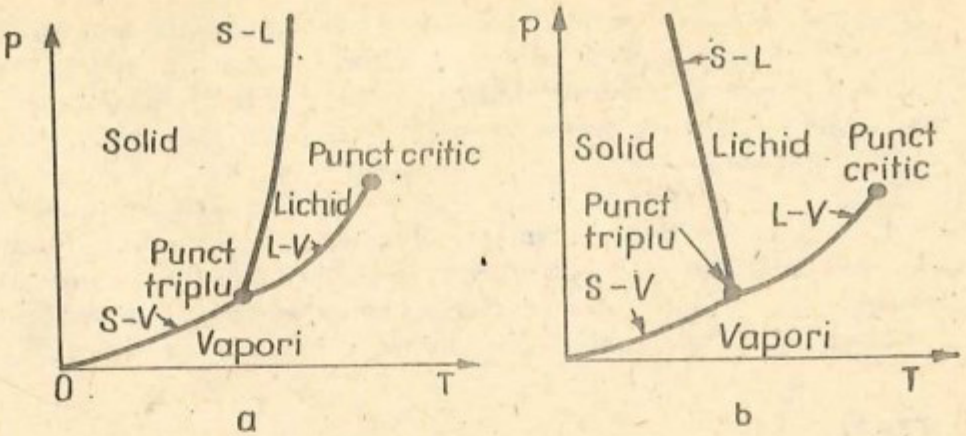


Fig. 7.14. Starea de echilibru a celor trei faze pentru o substanță care: *a)* se dilată la topire; *b)* se contractă la topire.

7.4. STAREA TRIPLĂ A SUBSTANȚEI

Transcriind diagramele de fază pentru cele trei perechi de transformări studiate, se poate observa că cele trei curbe se întîlnesc într-un punct (fig. 7.14). Punctele situate pe curbe reprezintă stări de echilibru în care coexistă două stări de agregare (două faze) ale substanței.

Curburile diagramelor sînt diferite și ele. Punctul aparținînd celor trei diagrame numit punct triplu reprezintă starea unică în care se află, în echilibru, toate cele trei faze (solidă, lichidă și gazoasă) ale substanței. Parametrii p_{triplu} și T_{triplu} variază cu natura substanței, dar sînt ficși pentru o substanță dată.

Acest lucru a făcut posibilă folosirea punctului triplu al apei, ca limită de interval pentru definirea kelvinului: se numește kelvin $\frac{1}{273{,}16}$ din temperatura stării triple a apei, căreia i se atribuie prin convenție temperatura termodinamică de 273,16 K. Valoarea atribuită punctului triplu al apei a fost astfel aleasă încît pe scara Celsius temperaturile de topire a gheții și fierbere a apei să păstreze valorile 0 și 100.

Există substanțe care au mai mult de trei faze. Pentru acestea, diagrama stărilor va prezenta mai multe puncte triple (de exemplu, substanțele polimorfe care au proprietatea de a se prezenta în mai multe forme cristaline).

7.5. VARIAȚIA DE ENTROPIE ÎN TRANSFORMĂRILE DE FAZĂ*

După cum am văzut, în cursul oricărei transformări de fază, temperatura T la care aceasta are loc rămîne constantă dacă presiunea exterioară nu variază. Conform relației (3.45), variația entropiei este dată de relația

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \tag{7.5}$$

unde Q este căldura schimbată de sistem cu exteriorul în timpul transformării de fază, adică Q reprezintă căldura latentă primită sau cedată de sistem pentru ca transformarea de fază să poată avea loc. Dacă notăm cu m masa de substanță care trece dintr-o fază în alta, atunci $Q = m\lambda$ unde λ este căldura latentă specifică, deci variația de entropie este

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T}. \tag{7.6}$$

---

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

Deoarece atît la condensare, cît și la solidificare sau sublimare, sistemul cedează căldura ($Q < 0$) mediului exterior, înseamnă că variația entropiei sistemului este negativă, deci entropia S a sistemului scade în transformările de fază considerate. Dimpotrivă, vaporizarea, topirea și desublimarea au loc numai dacă sistemul primește căldură latentă, deci în aceste transformări de fază variația de entropie este pozitivă, adică entropia sistemului crește. Pe de altă parte, avînd în vedere structura cristalină regulată a unei substanțe în stare solidă în comparație cu mișcarea haotică a moleculelor aceleiași substanțe în stare gazoasă (sau chiar lichidă) rezultă că prin scăderea entropiei gradul de ordine din interiorul sistemului crește, pe cînd prin creșterea entropiei gradul de ordine scade. Desigur, se poate spune că prin creșterea entropiei se mărește dezordinea în cadrul sistemului considerat.

ÎNTREBĂRI

1. Cînd plouă, zăpada se topește ușor. De ce?
2. Cînd începe să ningă, temperatura atmosferică crește. Explicați de ce.
3. Formele pentru turnarea prefabricatelor metalice se fac mai mari decît piesa ce trebuie obținută. De ce?
4. Pe timpul iernii, în zilele geroase, arborii trosnesc puternic. Explicați de ce.
5. La ieșirea din apă ne este întotdeauna frig, chiar dacă afară este cald. De ce?
6. Pe timpul iernii, deși rufele înghețată, ele totuși se usucă. Cum explicăm aceasta?
7. În jurul unei clădiri în construcție, se păstrează o temperatură destul de scăzută chiar și în zilele foarte călduroase. Explicați de ce.
8. Căldura zilelor toride de vară o suportăm mai ușor cînd aerul este uscat decît atunci cînd aerul este umed. De ce?
9. Într-o eprubetă cu pereți dubli, se introduc cîteva cristale de naftalină și un termometru cu scala (0—100°C). Într-un vas se pune apă la încălzit și în el se introduce eprubeta cu naftalină. Se controlează și se notează temperatura din minut în minut, pe tot timpul transformării de fază. După ce temperatura în eprubetă a ajuns la 90°C, se scoate eprubeta din apă și se urmărește termometrul în continuare cu aceeași frecvență a citirilor. Datele obținute se notează într-un tabel.
   a) Să se reprezinte grafic (în planul temperatură, timp) procesul de topire și cel de cristalizare pentru naftalină.
   b) Ce se poate citi pe acest grafic?
   c) Ce semnificație are palierul acestui grafic?
   d) Ce reprezintă panta curbei pe porțiunile oblice?

PROBLEME REZOLVATE

1. Într-un calorimetru care conține 294 g apă la temperatura de 15°C se toarnă 25 g fosfor topit cu temperatura de 64°C. Temperatura finală în calorimetru ajunge la 16,1°C. Să se calculeze căldura latentă specifică de topire a fosforului. Echivalentul în apă al calorimetrului este 32,3 g. Temperatura de topire a fosforului $t_{os} = 44$°C. Căldura specifică a fazei lichide $c_l = 852{,}72$ J/kg·K. Căldura specifică a fazei solide $c_s = 786{,}06$ J/kg·K.

Rezolvare:

Se trasează graficul din figura 7.15 în care s-au făcut notațiile:
M, punctul de echilibru termic;
Q_1, căldura schimbată de fosfor pentru a-și răci faza lichidă, măsoară variația energiei interne;

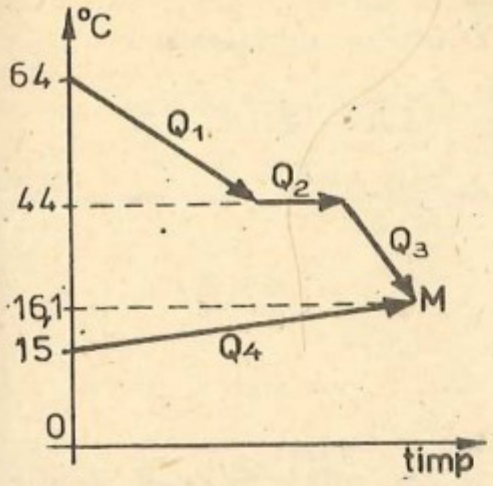


Fig. 7.15. Graficul problemei nr. 1.

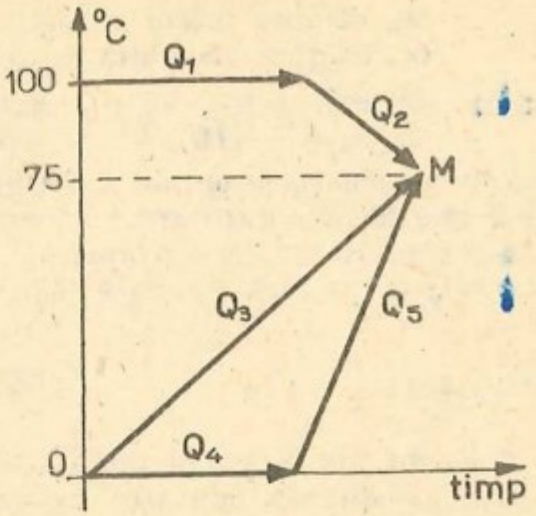


Fig. 7.16. Graficul problemei nr. 2.

Q_2, căldura latentă de solidificare, măsoară variația energiei interne de legătură a moleculelor din rețeaua cristalină;

Q_3, căldura schimbată de fosfor pentru a-și răci faza solidă, măsoară variația energiei interne;

Q_4, căldura preluată de calorimetru și apa din calorimetru pentru a se încălzi, măsoară variația energiei interne.

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_c$.

Q_c, căldura cedată la amestec

$Q_4 = Q_a$

Q_a este căldură absorbită de amestec.

Într-o interacție termică în condiții adiabatice $Q_c = Q_a$ (întotdeauna)

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$

$m_1 c_1(64 - 44) + m_1\lambda + m_1 c_s(44 - 16{,}1) = m_4 c_{apă}(16{,}1 - 15)$.

cu m_1 s-a notat masa fosforului,

iar $m_4 = 294\ g + 32{,}3\ g$.

Făcînd înlocuirile și calculele rezultă:

$$\lambda = 20\ 900\ J/kg.$$

2. Într-un amestec format din 5 kg apă și 2 kg gheață, ambele cu temperatura de 0°C, se introduc vapori de apă cu temperatura de 100°C. Temperatura amestecului ajunge la 75°C. Ce cantitate de vapori se folosește?

Se cunosc:

$\lambda_{gheață} = 340\ 000$ J/kg.

$\lambda_{apă} = 2\ 300\ 000$ J/kg

$c_{apă} = 4\ 181$ J/kg·K.

Rezolvare:

Se așază mai întîi datele problemei pe un grafic ca cel din figura 7.16.

Se fac notațiile:

M, punctul de echilibru termic;

Q_1, căldura latentă cedată de vaporii de apă la condensare;

Q_2, căldura cedată de apa provenită din vapori pentru a se răci;

Q_3, căldura absorbită de cele 5 kg apă pentru a se încălzi;

Q_4, căldura latentă absorbită de gheață pentru a se topi;
Q_5, căldura absorbită de apa provenită din gheață pentru a se încălzi;
$Q_c = Q_1 + Q_2$; $Q_a = Q_3 + Q_4 + Q_5$; $Q_a = Q_c$.

$$x \cdot \lambda_v + x \cdot c(100 - 75) = 5 \cdot c(75 - 0) + 2 \cdot \lambda_g + 2 \cdot c(75 - 0).$$

Rezolvînd ecuația se obține $x = 1{,}21$ kg.

S-au mai făcut notațiile:
c = căldura specifică a apei;
x = masa vaporilor de apă folosiți.

PROBLEME

1. 2 kg de apă cu temperatura $t_1 = 90°C$ trebuie răcite pînă la temperatura $t_3 = 15°C$. Cîtă gheață cu temperatura $t_2 = -20°C$ este necesară pentru a face această răcire? ($\lambda_g = 34 \cdot 10^4$ J/kg, $c_g = 2\,090$ J/kg·K, $c_{apă} = 4\,181$ J/kg·K)

R: 1,411 kg.

2. 10 kg de plumb cu temperatura inițială de 27°C trebuie topit cu ajutorul unei lămpi cu petrol, cu randamentul de 30%. Care este cantitatea de petrol consumată în acest scop? ($q = 4\,598 \cdot 10^4$ J/kg, $\lambda_{Pb} = 20{,}9 \cdot 10^3$ J/kg, $t_{topire} = 327°C$, $c_{s,plumb} = 124{,}1$ J/kg · K).

R: 42,4 g.

3. Cîtă zăpadă cu temperatura de 0°C se poate topi sub roțile unui autocamion cu puterea de 42,7 CP, dacă el patinează un minut, iar 60% din puterea motorului este folosită la învîrtirea roților? (1 CP = 736,5 W, $\lambda_g = 34 \cdot 10^4$ J/kg.)

R: 3,375 kg.

4. Într-un calorimetru cu masa de 200 g și căldura specifică de 920 J/kg · grad, se găsește apă cu temperatura de 40°C. În ea se mai introduce o bucată de cupru de 100 g cu temperatura de 100°C și 25 g gheață cu temperatura de −20°C. Să se calculeze masa apei din calorimetru la începutul experienței, dacă temperatura finală a amestecului devine 25°C. ($c_{cupru} = 380$ J/kg·K, $c_{gheață} = 2\,090$ J/kg·K, $\lambda_{gheață} = 334{,}4$ kJ/kg.)

R: 1,292 kg.

5. Prin 375 g de apă cu temperatura de 15°C se trec 18 g vapori de eter la temperatura de fierbere a acestuia. Temperatura amestecului a crescut la 19,7°C. Să se calculeze căldura latentă specifică de vaporizare a eterului (temperatura de fierbere a eterului este de 35°C, $c = 2{,}341$ kJ/kg·K.)

R: 373,96 kJ/kg.

6. Gheața artificială se poate obține răcind apa cu ajutorul eterului care se vaporizează. Cît eter trebuie să vaporizăm ca să obținem 10 kg de gheață din apa cu temperatura de 10°C? ($\lambda_{eter} = 355{,}3$ kJ/kg, $c_{apă} = 4\,181$ J/kg · K, $\lambda = 34 \cdot 10^4$ J/kg.)

R: 9,5 kg.

7*. Un kilogram de apă la temperatura $t = 100°C$ și la presiune normală, $p_0 = 10^5$ N/m², este trecut în stare de vapori. Să se calculeze variația entropiei sistemului.

R: $\Delta S = \frac{m\lambda}{T} = 6\,166$ J/K.

PARTEA A DOUA

FENOMENE ELECTRICE ŞI MAGNETICE

CAPITOLUL 8

CÎMPUL ELECTROSTATIC

8.1. INTERACŢIUNEA ELECTRICĂ. INTENSITATEA CÎMPULUI ELECTRIC

8.1.1. Sarcina electrică. Fenomenul de electrizare a corpurilor prin frecare este cunoscut încă din antichitate. Tales din Milet (sec. al VI-lea î.e.n.) a studiat proprietatea chihlimbarului de a atrage corpuri uşoare cînd este frecat. Cuvîntul „electrizare" provine de la „electron", denumirea în greceşte a chihlimbarului. Din clasele anterioare se cunosc unele procedee de electrizare a corpurilor: prin frecare, prin contact, prin inducţie. Prin aceste procedee corpurile pot fi aduse într-o stare specială, în care interacţionează între ele prin forţe, numite forţe de *interacţiune electrică*. Aceste forţe pot fi de atracţie sau de respingere. Pentru a exprima cantitativ proprietatea pe care o manifestă corpurile electrizate se defineşte o nouă mărime fizică, numită *sarcină electrică*. Existenţa celor două feluri de interacţiuni dintre corpurile electrizate, atracţie şi respingere, a condus la ideea că există două feluri de sarcină electrică: *sarcină electrică negativă* şi *sarcină electrică pozitivă*. Corpurile cu sarcină electrică de acelaşi semn se resping, iar corpurile cu sarcină electrică de semne opuse se atrag.

Sarcina electrică este o mărime fizică scalară, avînd simbolul Q. În SI sarcina electrică este o mărime derivată, definită prin relaţia: $Q = It$, unde I este intensitatea curentului electric staţionar dintr-un conductor şi t este timpul în care conductorul este parcurs de curent. Unitatea de măsură a sarcinii electrice în SI se numeşte *coulomb*, cu simbolul C, şi se defineşte prin relaţia:

$$1\text{C} = [Q]_{\text{SI}} = [I]_{\text{SI}}[t]_{\text{SI}} = \text{A} \cdot \text{s}.$$

Un coulomb reprezintă sarcina electrică transportată prin secţiunea transversală a unui conductor de un curent staţionar, cu intensitatea de un amper, în timp de o secundă.

Cea mai mică sarcină electrică pusă în evidenţă pînă acum prin numeroase experimente, numită de aceea *sarcină electrică elementară*, este sarcina electrică a unui electron: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$C. Electrizarea corpurilor se poate explica prin lipsa sau excesul electronilor într-un corp (sau într-o anumită regiune a corpului), faţă de starea lui neutră. Rezultă că sarcina electrică Q a unui corp poate avea numai valori egale cu multiplii întregi ai sarcinii electrice elementare: $Q = ne$, unde $n \in Z$. O mărime care nu variază continuu, ci poate avea numai anumite valori (în cazul sarcinii electrice, numai multiplii întregi ai sarcinii elementare), se numeşte, în fizică, *mărime cuantificată*.

Studiul fenomenelor de electrizare a condus la ideea că în cursul interacţiunilor dintre corpurile unui sistem care nu schimbă sarcină electrică cu exteriorul (sistem izolat din punct de vedere electric), sarcina electrică se

redistribuie între corpurile sistemului, fără ca valoarea ei totală să se modifice. Acesta este *principiul conservării sarcinii electrice*, care poate fi formulat astfel: pentru un sistem izolat din punct de vedere electric suma algebrică a sarcinilor electrice ale corpurilor din sistem rămîne constantă.

8.1.2. **Legea lui Coulomb.** Fizicianul Charles Auguste de Coulomb (1736—1806) a măsurat, cu ajutorul unei balanțe de torsiune, forța de interacțiune dintre două sfere încărcate cu sarcină electrică. El a stabilit expresia cantitativă a forței de interacțiune F dintre două corpuri punctiforme cu sarcinile electrice q_1 și q_2, aflate la distanța r unul de celălalt, numită *legea lui Coulomb*:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{8.1}$$

unde k este o constantă de proporționalitate ce depinde de mediul în care se află sarcinile electrice în interacțiune.

În SI constanta de proporționalitate k se scrie:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}. \tag{8.2}$$

În relația (8.2) ε este o constantă, numită *permitivitate*, specifică fiecărui mediu. Dacă cele două sarcini se află într-un mediu omogen oarecare, legea lui Coulomb în SI se scrie:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{8.3}$$

În vid, legea lui Coulomb se scrie:

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{8.4}$$

unde ε_0 este permitivitatea vidului, cu valoarea:

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}*.$$

Pentru simplificarea calculelor, în problemele în care intervine constanta $1/4\pi\varepsilon_0$ vom folosi valoarea ei în SI:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}.$$

Raportul dintre permitivitatea unui mediu ε și permitivitatea vidului ε_0 definește o constantă ε_r, fără dimensiuni, care se numește *permitivitatea relativă* a mediului respectiv:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}. \tag{8.5}$$

Se observă că: $\dfrac{F_0}{F} = \dfrac{\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}{\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2}} = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r.$

Prin urmare, în SI: $F = 9 \cdot 10^9 \dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon_r r^2}$.

* Definiția unității farad (F) va fi dată în paragraful 8.1.9.

Permitivitatea relativă a vidului este, conform definiției, egală cu unitatea, iar a celorlalte medii este supraunitară. Deci permitivitatea relativă a unui mediu arată de cîte ori forța de interacțiune dintre două corpuri încărcate electric este mai mică în mediul respectiv decît în vid.

Permitivitățile relative ale cîtorva medii

Substanța	ε_r	Substanța	ε_r
Aer	1,00059	Porțelan	4 ... 5
Petrol	2 ... 2,3	Mică	4 ... 8
Hîrtie	2 ... 2,5	Glicerină	43
Ebonită	3 ... 4	Apă	81
Sticlă	2 ... 12	Ceramică	pînă la 8 000

Forțele de interacție dintre două corpuri punctiforme cu sarcină electrică sînt orientate după direcția care unește cele două corpuri, iar sensul lor depinde de semnul ambelor sarcini. Pentru a exprima atît modulul cît și orientarea acestor forțe, legea lui Coulomb trebuie scrisă vectorial. În acest scop, se alege punctul O în care se află sarcina q_1, ca origine a vectorului de poziție $\vec{r}$ al sarcinii q_2 (fig. 8.1). Cu ajutorul vectorului $\vec{r}/r$, avînd direcția forței și modulul egal cu unitatea, se poate scrie vectorul forță $\vec{F}$, cu care sarcina q_1 acționează asupra sarcinii q_2:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^3} \vec{r}. \qquad (8.6)$$

Cînd sarcinile q_1 și q_2 au același semn $q_1 q_2 > 0$, deci $\vec{F}$ are același sens cu $\vec{r}$ (fig. 8.1, *a*, *d*), sarcinile se resping. Cînd sarcinile q_1 și q_2 au semne opuse, $q_1 q_2 < 0$, deci $\vec{F}$ este de sens opus lui $\vec{r}$ (fig. 8.1, *b*, *c*), sarcinile se atrag. Forța cu care sarcina q_2 acționează asupra sarcinii q_1 este $-\vec{F}$, egală în modul, dar de sens opus lui $\vec{F}$.

8.1.3. **Intensitatea cîmpului electric.** Experimentele au arătat că un corp cu sarcină electrică modifică proprietățile fizice ale spațiului din jurul său. Aceste modificări pot fi puse în evidență cu ajutorul altui corp încărcat, de dimensiuni mici, numit corp de probă. Dacă se aduce corpul de probă în apropierea unui corp cu sarcină electrică, se constată că în fiecare punct din jurul corpului încărcat se exercită forțe asupra corpului de probă. În jurul oricărui corp cu sarcină electrică există o formă fizică a materiei, pe care simțurile noastre nu o pot

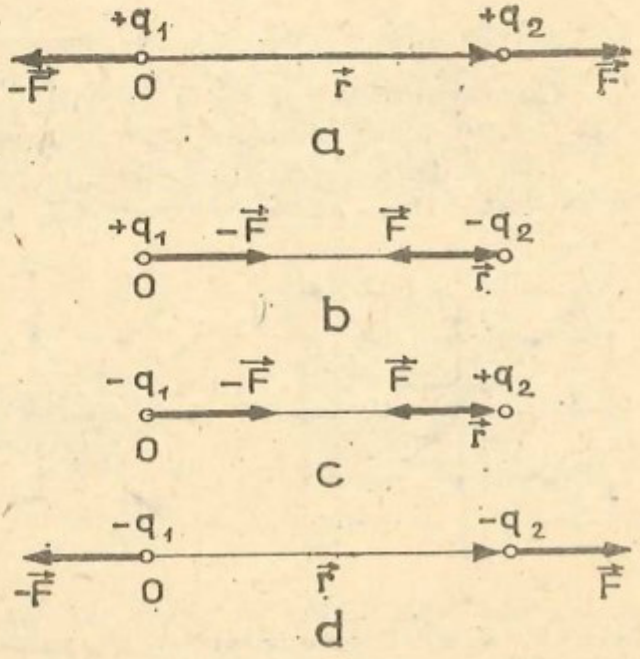


Fig. 8.1. Orientarea forțelor de interacțiune electrică.

sesiza și prin intermediul căreia se realizează interacțiunea cu orice alt corp cu sarcină electrică. Această *formă de existență a materiei din jurul corpurilor electrizate, care se manifestă prin acțiuni asupra corpurilor cu sarcină electrică, se numește* **cîmp electric.**

Un cîmp electric produs de un corp cu sarcină electrică aflat în repaus, este constant în timp și se numește **cîmp electrostatic.**

Conform legii lui Coulomb (8.3), într-un punct la distanța r de corp, forța electrică va depinde atît de sarcina generatoare de cîmp Q, cît și de sarcina corpului de probă q:

$$F = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r^2}.$$

Cîtul

$$\frac{F}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

nu mai depinde însă de corpul de probă, ci numai de sarcina Q și de poziția punctului în cîmpul generat de ea.

Într-un punct oarecare, cîmpul electric poate fi caracterizat printr-o mărime vectorială $\vec{E}$, numită *intensitate a cîmpului electric* în punctul respectiv, egală cu raportul dintre forța $\vec{F}$ cu care acționează cîmpul asupra unui corp de probă aflat în acel punct și sarcina electrică q a corpului de probă:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \qquad (8.7)$$

Din relația (8.7) rezultă expresia forței electrice:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Conform relației (8.7) sensul vectorului $\vec{E}$ coincide cu sensul forței cu care cîmpul electric acționează asupra unui corp de probă cu sarcină pozitivă.

Intensitatea cîmpului electric generat de un corp punctiform, cu sarcina Q, la distanța r, va avea expresia, conform relațiilor (8.7) și (8.6):

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{r}. \qquad (8.8)$$

Modulul intensității acestui cîmp:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad (8.9)$$

scade invers proporțional cu pătratul distanței r. Direcția vectorului $\vec{E}$ unește corpul generator de cîmp cu punctul respectiv (fig. 8.2). Sensul vecto-

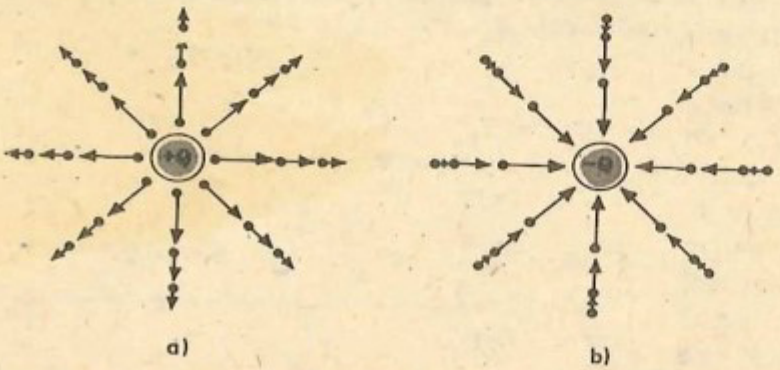


Fig. 8.2. Vectorii intensitate a cîmpului electric generat de un corp punctiform (sau sferic) conductor avînd sarcină:
a) pozitivă; b) negativă.

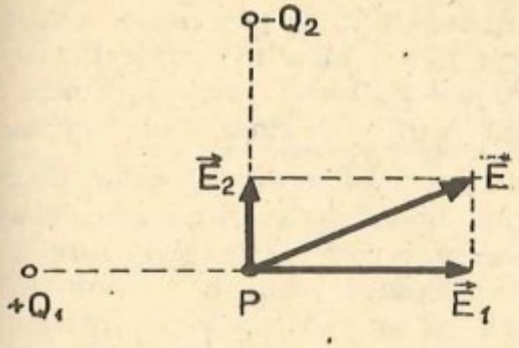


Fig. 8.3. Intensitatea cîmpului electric produs într-un punct P de două corpuri punctiforme încărcate.

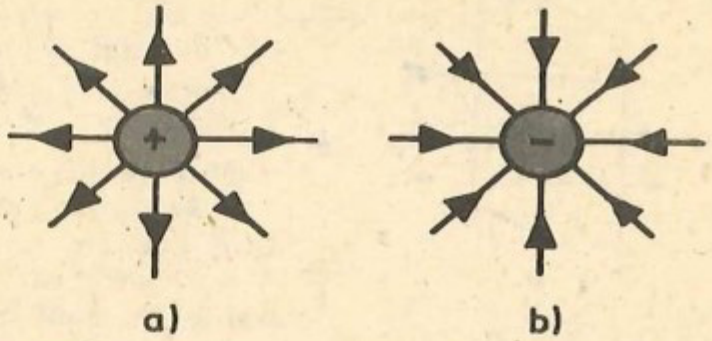


Fig. 8.4. Liniile de cîmp ale unui corp punctiform încărcat:
a) pozitiv; b) negativ.

rului $\vec{E}$ depinde de semnul sarcinii Q; de la corp spre exterior pentru sarcina pozitivă (fig. 8.2, *a*) și de la exterior spre corp pentru sarcina negativă (fig. 8.2, *b*). În figura 8.2 se observă că vectorul $\vec{E}$ este orientat radial în jurul sarcinii generatoare de cîmp, iar valoarea lui este aceeași în toate punctele situate la o distanță dată de sarcina generatoare. Așadar, cîmpul electric al unei sarcini punctiforme are *simetrie sferică*.

Mai multe corpuri punctiforme încărcate generează un cîmp electric a cărui intensitate $\vec{E}$ într-un punct este suma vectorială a intensităților cîmpurilor $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, ..., $\vec{E}_n$ produse separat de fiecare corp încărcat în punctul respectiv: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n$. Acest fapt a fost confirmat de toate experimentele cunoscute pînă în prezent și constituie un principiu al fizicii. În figura 8.3 este ilustrat acest principiu pentru cazul a două corpuri punctiforme încărcate.

Linia tangentă în fiecare punct la vectorul intensitate a cîmpului electric se numește *linie de cîmp*. Sensul pozitiv al liniilor de cîmp este sensul în care s-ar deplasa un corp punctiform cu sarcină pozitivă, lăsat liber în cîmp. În figura 8.4 sînt reprezentate liniile de cîmp ale unui corp punctiform încărcat pozitiv sau încărcat negativ (cîmp cu simetrie sferică), iar în figura 8.5 liniile cîmpului produs de două corpuri punctiforme sau sarcini egale, de semne opuse. Cîmpul electric dintre două plăci metalice plane și paralele izolate una de alta încărcate cu sarcini egale dar de semne contrare are vectorul intensității constant în fiecare punct, iar liniile lui de cîmp sînt paralele și echidistante (fig. 8.6). Un astfel de cîmp se numește *cîmp uniform*.

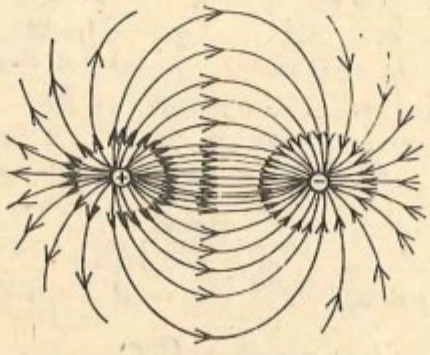


Fig. 8.5. Liniile de cîmp în cazul a două corpuri punctiforme cu sarcini egale, de semne opuse.

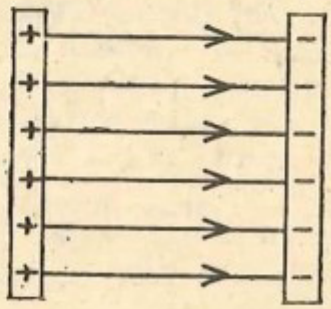


Fig. 8.6. Liniile de cîmp în cazul unui cîmp uniform.

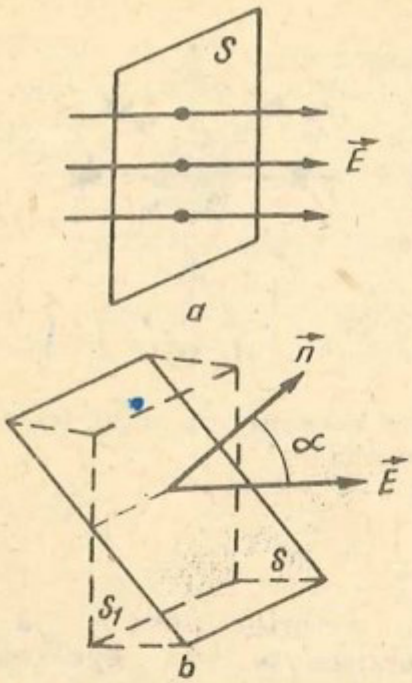


Fig. 8.7. a, b. Fluxul intensității cîmpului electric printr-o suprafață deschisă.

8.1.4. **Fluxul intensității cîmpului electric*.** Din definiția dată pentru linia de cîmp rezultă că prin orice punct al spațiului se poate duce o astfel de linie, astfel încît numărul liniilor de cîmp care pot fi trasate nu este limitat. Aceasta se datorește faptului că linia de cîmp indică numai orientarea vectorului intensitate a cîmpului electric $\vec{E}$ și nu caracterizează prin sine însuși modulul intensității cîmpului. Ne gîndim să facem o convenție prin care să legăm mărimea intensității cîmpului electric de numărul liniilor de cîmp pe care le figurăm. O convenție firească este aceea ca acolo unde modulul lui $\vec{E}$ este mai mare, liniile de cîmp să fie mai dese, adică numărul liniilor de cîmp care traversează unitatea de arie să fie mai mare, iar unde $|\vec{E}|$ este mai mic, liniile de cîmp să fie mai rare.

Să considerăm o suprafață S, perpendiculară pe liniile de cîmp (fig 8.7, *a*), în care $|\vec{E}|$ să aibă aceeași valoare în toate punctele suprafeței. Să facem convenția ca numărul de linii de cîmp, care străbat unitatea de suprafață din S, să fie egal cu valoarea E a intensității cîmpului dintr-un punct aparținînd suprafeței S. Conform acestei convenții,

$$\Phi = ES. \qquad (8.10)$$

Numărul total al liniilor de cîmp electric care străbat o suprafață dată se numește fluxul intensității cîmpului electric prin suprafața considerată. Relația (8.10) ne dă fluxul intensității cîmpului electric printr-o suprafață S normală la liniile de cîmp. Dacă direcția normalei la suprafața S, indicată prin versorul $\vec{n}$, face unghiul α cu direcția liniilor de cîmp, se observă din figura 8.7, *b* că aceleași linii de cîmp străbat atît suprafața S cît și proiecția S_1 a acesteia pe un plan perpendicular pe direcția liniilor de cîmp. Fluxul Φ al lui E prin suprafețele S și S_1 este același, conform relației (8.10) se poate scrie $\Phi = ES_1$. După cum se știe de la geometria în spațiu, $S_1 = S \cos\alpha$ deci fluxul prin suprafața S este

$$\Phi = ES\cos\alpha = \vec{E}\cdot\vec{S}, \qquad (8.11)$$

unde $\vec{S} = S\vec{n}$.

8.1.5. **Teorema lui Gauss*.** Să considerăm un purtător punctiform de sarcină Q care creează în spațiul înconjurător un cîmp electric a cărui intensitate (în modul) este dată de relația (8.9). Să considerăm o suprafață matematică, de forma unei sfere de rază r, cu centrul în punctul în care se află sarcina considerată (fig. 8.8, *a*). Ne interesează să cunoaștem care este numărul de linii de cîmp care traversează sfera de rază r. Trebuie remarcat de la bun început că sfera este o suprafață închisă, prin urmare rezultatul pe care îl vom obține este adevărat numai pentru astfel de suprafețe.

În toate punctele sferei intensitatea cîmpului electric are aceeași valoare, $E = Q/4\pi\varepsilon r^2$. De asemenea, direcția lui $\vec{E}$ coincide, în fiecare punct al suprafeței sferice, cu direcția normalei la suprafață. Sînt realizate toate condițiile în care relația (8.10) este adevărată. Fluxul Φ prin suprafața sferică, adică numărul liniilor de cîmp care o traversează, este

$$\Phi = ES = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon}. \qquad (8.12)$$

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

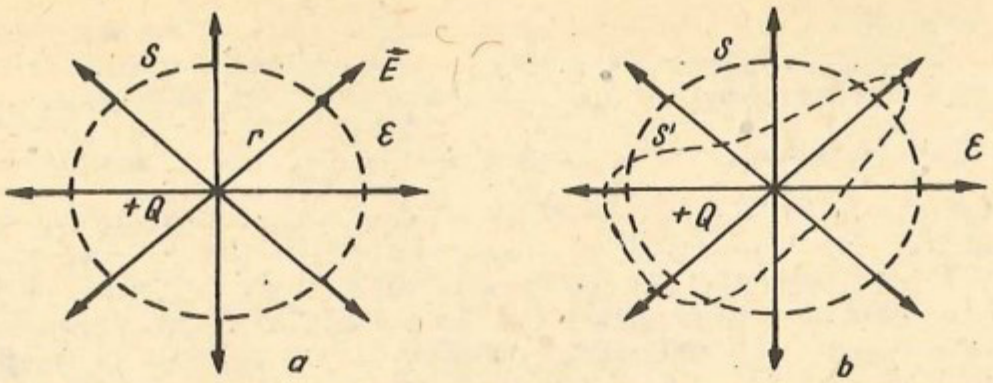


Fig. 8.8. a, b. Fluxul intensității cîmpului electric al unei sarcini punctiforme printr-o suprafață închisă.

După cum se observă din relația (8.12), numărul de linii de cîmp care traversează suprafața sferică care înconjură sarcina electrică pe care am considerat-o nu depinde de raza sferei. Mai mult decît atît, numărul de linii de cîmp care traversează orice suprafață închisă S', care înconjură sarcina Q, este același (fig. 8.8, *b*), independent de forma geometrică a suprafeței închise.

Dacă $Q < 0$, atunci semnul negativ al fluxului Φ arată că liniile de cîmp *intră* în domeniul închis de suprafața S.

Dacă în domeniul închis de suprafața S se află un sistem de sarcini punctiforme Q_1, Q_2, ..., Q_n (fig. 8.9), atunci, după cum s-a arătat în paragraful 8.1.3., fiecare sarcină electrică produce același cîmp electric, ca și cum ar fi singură, iar intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ a sistemului de sarcini este suma vectorială a intensităților cîmpurilor $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, ..., $\vec{E}_n$, produse separat de fiecare sarcină în parte: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$, sau

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^{n} \vec{E}_k.$$

Fluxul Φ_k ($k = 1, 2, \ldots, n$) prin suprafața închisă S, generat de fiecare sarcină Q_k în parte este același ca și cum sarcina ar fi singură, și este dat de relația (8.12): $\Phi_k = \frac{Q_k}{\varepsilon}$.

Fluxul total Φ prin suprafața închisă S este suma algebrică a fluxurilor Φ_k create de fiecare sarcină în parte:

$$\Phi = \sum_{k=1}^{n} \Phi_k = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{k=1}^{n} Q_k$$

sau

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon} Q_{total}, \qquad (8.13)$$

unde

$Q_{total} = \sum_{k=1}^{n} Q_k$ este sarcina electrică totală conținută în domeniul mărginit de suprafața închisă S.

Se poate demonstra că relația (8.13) rămîne adevărată și în cazul în care sarcina electrică Q este distribuită continuu pe un corp C cu o formă geometrică oarecare (fig. 8.10). Se evidențiază astfel o proprietate generală a cîmpului electrostatic, cunoscută sub numele de teorema lui Gauss:

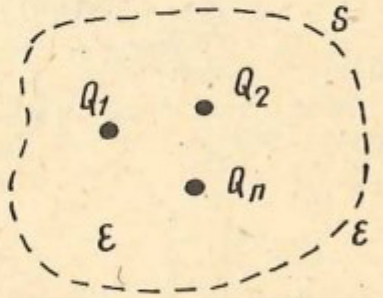


Fig. 8.9. Fluxul intensității cîmpului electric pentru un sistem de sarcini punctiforme, printr-o suprafață închisă.

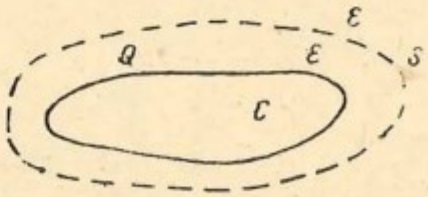


Fig. 8.10. Fluxul intensității cîmpului electric creat de o distribuție continuă de sarcini printr-o suprafață închisă.

Fluxul intensității cîmpului electric printr-o suprafață închisă este egal cu raportul dintre sarcina electrică totală conținută în interiorul domeniului mărginit de suprafața închisă considerată și constanta dielectrică a mediului în care se află distribuția de sarcină.

8.1.6. **Potențialul elcetric.** Cîmpul electric poate fi descris nu numai cu ajutorul mărimii vectoriale $\vec{E}$, ci și cu ajutorul unei mărimi scalare, numită *potențial electric*. Pentru a vedea cum trebuie definită această mărime astfel încît să descrie adecvat cîmpul în fiecare punct, vom studia mai întîi lucrul mecanic efectuat în cîmp electric. Vom arăta că *lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea unui corp de probă încărcat între două puncte ale cîmpului electric nu depinde de drumul urmat între cele două puncte*. Pentru simplificare, vom considera un caz special, acela al cîmpului unei sarcini punctiforme Q, în care sarcina de probă q este deplasată uniform între două puncte oarecare M și N, prin aplicarea unei forțe $\vec{F}_e$, egală și opusă forței electrice $\vec{F}$ (fig. 8.11, *a*).

Alegem mai întîi două drumuri speciale între punctele M și N ale cîmpului (fig. 8.11, *a*): MAN și MBN. Pe arcele de cerc $\overset{\frown}{MA}$ și $\overset{\frown}{BN}$ lucrul mecanic al forței electrice este nul, deoarece forța este perpendiculară pe deplasare, iar pe distanțele egale AN și BM, de-a lungul razelor, lucrul mecanic este același datorită simetriei radiale. Rezultă că lucrul mecanic total al forței electrice pe drumul MAN este egal cu cel efectuat pe drumul MBN. Un drum oarecare între punctele M și N (fig. 8.11, *b*) poate fi descompus în oricît de multe segmente în lungul liniilor de cîmp și arce de cerc perpendiculare pe liniile de cîmp. Pe porțiunile perpendiculare pe liniile de cîmp lucrul mecanic este nul, iar segmentele din lungul liniilor de cîmp adunate dau un segment egal ca mărime cu MB sau AN, deci lucrul mecanic are aceeași valoare, independent de drumul dintre cele două puncte M și N.

Vom exprima lucrul mecanic efectuat de cîmpul electric al sarcinii Q pentru a deplasa sarcina de probă q dintr-un punct M, la distanța r_M de Q, într-un punct N, la distanța r_N de Q (fig. 8.12). Forța electrică nu este constantă în timpul deplasării, ci scade cu pătratul distanței, conform relației (8.3). Pentru a găsi lucrul mecanic efectuat de această forță, vom înmulți

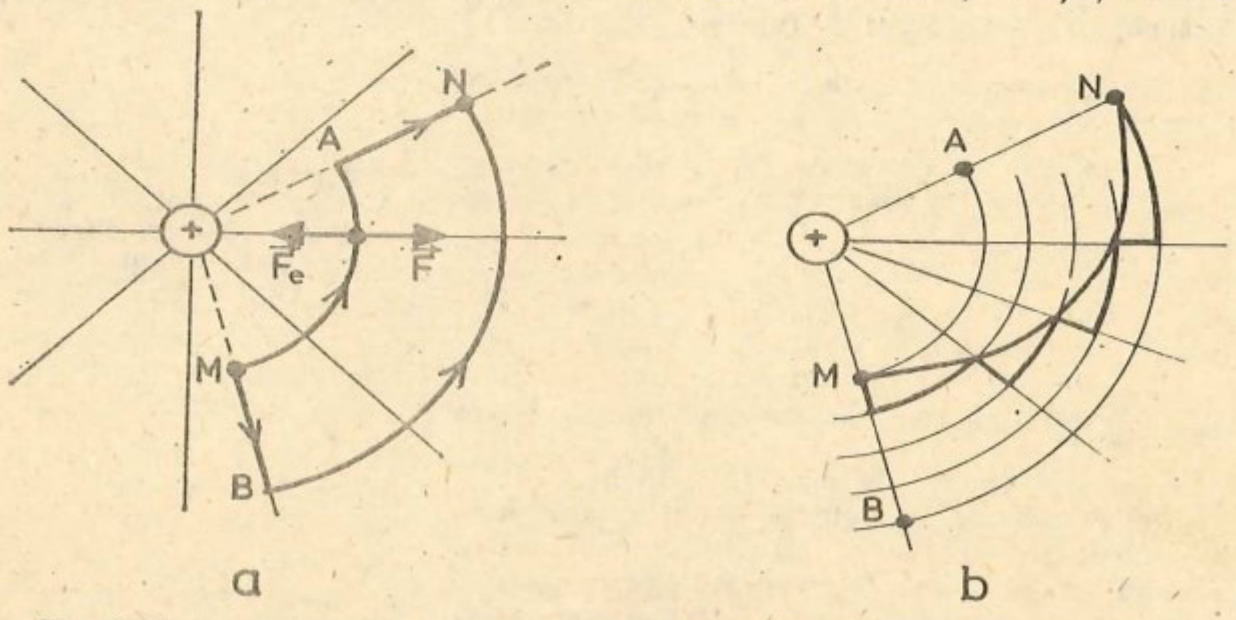


Fig. 8.11. Lucrul mecanic între punctele M și N ale cîmpului electric este independent de drumul dintre M și N:
a) drumurile MAN și MBN; b) drumul oarecare MN.

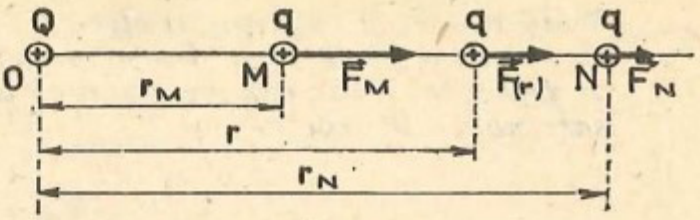


Fig. 8.12. Forța electrică sub acțiunea căreia corpul cu sarcina q se deplasează din M și N într-un cîmp produs de un corp punctiform încărcat este variabilă.

valoarea medie a forței pe intervalul $[r_M, r_N]$ cu deplasarea punctului ei de aplicație. Valoarea medie a forței se calculează ca media geometrică a valorilor forței la capetele intervalului, deoarece forța depinde de puterea a 2-a a distanței:

$$F_{medie} = \sqrt{F_M \cdot F_N} = \sqrt{\frac{Qq}{4\pi\varepsilon r_M^2} \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r_N^2}} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r_M r_N}.$$

Lucrul mecanic efectuat este:

$$L = F_{medie} \cdot |MN| = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r_M r_N} (r_N - r_M)$$

sau:

$$L = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N} \right). \tag{8.14}$$

Lucrul mecanic depinde de sarcina generatoare de cîmp (Q), de punctul inițial (r_M) și de punctul final (r_N) din cîmpul electric, dar și de sarcina de probă (q). Se observă că raportul L/q nu mai depinde de sarcina de probă q deplasată în cîmp și nici de drumul pe care s-a deplasat, ci numai de sarcina generatoare de cîmp Q și de poziția celor două puncte M și N:

$$\frac{L}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N} \right). \tag{8.15}$$

Raportul L/q este deci caracteristic pentru fiecare pereche de puncte ale cîmpului electric. Prin definiție, *diferența de potențial electric* $V_M - V_N$ dintre două puncte M și N sau *tensiunea electrică* U dintre acele puncte este o *mărime fizică egală cu cîtul dintre lucrul mecanic efectuat de cîmp la deplasarea unui corp încărcat între cele două puncte și sarcina electrică a corpului:*

$$U = V_M - V_N = \frac{L}{q}. \tag{8.16}$$

Dacă se consideră punctul N ca punct unic de referință pînă la care să se facă deplasarea corpului de probă, atunci raportul $L/q = V_M - V_N$ va avea pentru punctul M al cîmpului o unică valoare, caracteristică. Raportul L/q va fi deci o mărime adecvată pentru a caracteriza proprietățile cîmpului în fiecare punct. În mod arbitrar se poate considera valoarea V_N pentru punctul de referință egală cu zero. Atunci punctului M din cîmp îi va corespunde o mărime care se numește *potențial electric* V_M în punctul M.

Prin definiție, *potențialul electric într-un punct este o mărime fizică egală cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat de cîmp la deplasarea unui corp de probă încărcat, din acel punct în punctul de referință arbitrar ales, și sarcina acelui corp:*

$$V_M = \frac{L}{q}. \tag{8.17}$$

Cîmpul electric poate fi descris cu ajutorul valorilor potențialului în fiecare punct, numai dacă se indică și punctul de referință, ales arbitrar, căruia i se atribuie în mod convențional potențialul nul. În electrostatică, se alege punctul de referință N la mare distanță de celelalte sarcini, la infinit. Pentru studiul circuitelor electrice punctul de referință de potențial nul se ia de obicei pe suprafața Pămîntului.

Pentru definirea potențialului într-un punct este necesar ca lucrul mecanic efectuat la deplasarea sarcinii din acel punct în punctul de referință să nu depindă de drumul urmat de sarcină; în caz contrar, punctul respectiv nu poate avea un potențial unic față de punctul de referință.

În cazul cîmpului electric al unei sarcini punctiforme se observă că diferența de potențial dintre două puncte este dată de relația (8.15):

$$V_M - V_N = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N}\right).$$

Alegînd punctul de referință, pînă la care se face deplasarea, la infinit: $r_N \to \infty$, atunci $1/r_N \to 0$; potențialului acestui punct i se atribuie convențional valoarea zero: $V_N = 0$. Se obține expresia potențialului punctului M:

$$V_M = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_M}. \tag{8.18}$$

În cazul unui cîmp electric uniform, deoarece $\vec{E}$ este constant, rezultă că și forța electrică ce acționează asupra corpului cu sarcina q pe o distanță d este constantă: $F = qE$ (fig. 8.13). În acest caz tensiunea electrică va avea, conform relației (8.16), expresia:

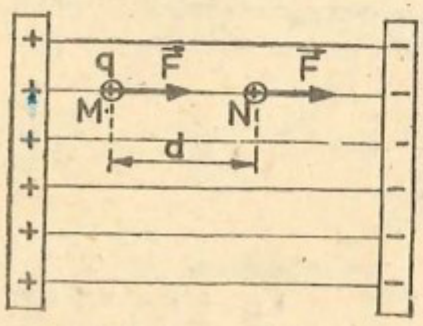


Fig. 8.13. Forța electrică sub acțiunea căreia corpul cu sarcină q se deplasează din M în N într-un cîmp uniform este constantă.

$$U = \frac{Fd}{q} = \frac{qEd}{q} = Ed. \tag{8.19}$$

Unitatea de măsură în SI pentru diferența de potențial se numește volt și se definește pe baza relației (8.16):

$$[V_A - V_B]_{SI} = \frac{[L]_{SI}}{[q]_{SI}} = \frac{J}{C} = V \text{ (volt)}.$$

Un volt este diferența de potențial dintre două puncte ale unui cîmp electric, între care se efectuează un lucru mecanic de 1 J pentru a deplasa o sarcină electrică de 1 C.

Cu ajutorul relației (8.19) se poate stabili unitatea de măsură pentru intensitatea cîmpului electric în SI:

$$[E]_{SI} = \frac{[U]_{SI}}{[d]_{SI}} = \frac{V}{m} \text{ (volt/metru).}$$

8.1.7. **Conductor izolat în cîmp electrostatic.** Un conductor electrizat, a cărui sarcină electrică liberă este în repaus, se află în *echilibru electrostatic*. Pentru un conductor pe suport izolator, aflat în cîmp electrostatic, echilibrul electrostatic este posibil numai dacă sarcina lui liberă nu se deplasează în interiorul conductorului. Rezultă că *în interiorul conductorului intensitatea cîmpului electrostatic este nulă*.

Intensitatea cîmpului electrostatic în interiorul conductorului trebuie să fie nulă, pentru ca sarcina liberă să nu se poată mișca în interiorul lui; pe de altă parte, dacă după electrizarea conductorului sarcina electrică în exces s-ar plasa în interiorul conductorului electrizat, ea ar crea în interior un cîmp electrostatic diferit de zero și echilibrul electrostatic nu s-ar putea realiza. Rezultă că *sarcina electrică se distribuie numai pe suprafața exterioară a unui conductor în echilibru electrostatic*. Această proprietate a conductorilor metalici, observată pentru prima oară de către B. Franklin în 1775, poate fi pusă în evidență cu ajutorul unor experimente.

Experimentul 1. Se fixează un cilindru metalic gol C, cu o mică deschidere O la partea superioară (fig. 8.14, *a*) pe tija unui electroscop Q. Se încarcă electric cilindrul cu ajutorul unei mașini electrostatice; se observă că acul electroscopului Q deviază. O sferă metalică S, pe suport izolant, se pune în contact mai întîi cu suprafața exterioară a cilindrului C și apoi cu un alt electroscop E (fig. 8.14, *a*), al cărui ac deviază. Dacă sfera S este pusă în contact mai întîi cu suprafața interioară a cilindrului C și apoi cu electroscopul E (fig. 8.10, *b*), acul acestuia nu mai deviază. Sfera nu a preluat deci purtători de sarcină electrică de pe suprafața interioară a cilindrului metalic.

Experimentul 2. Se utilizează o rețea metalică dreptunghiulară, cu laturile mai mici fixate pe două vergele izolatoare, avînd lipite pe ambele suprafețe foițe înguste de hîrtie (fig. 8.15). Se electrizează rețeaua și se observă că

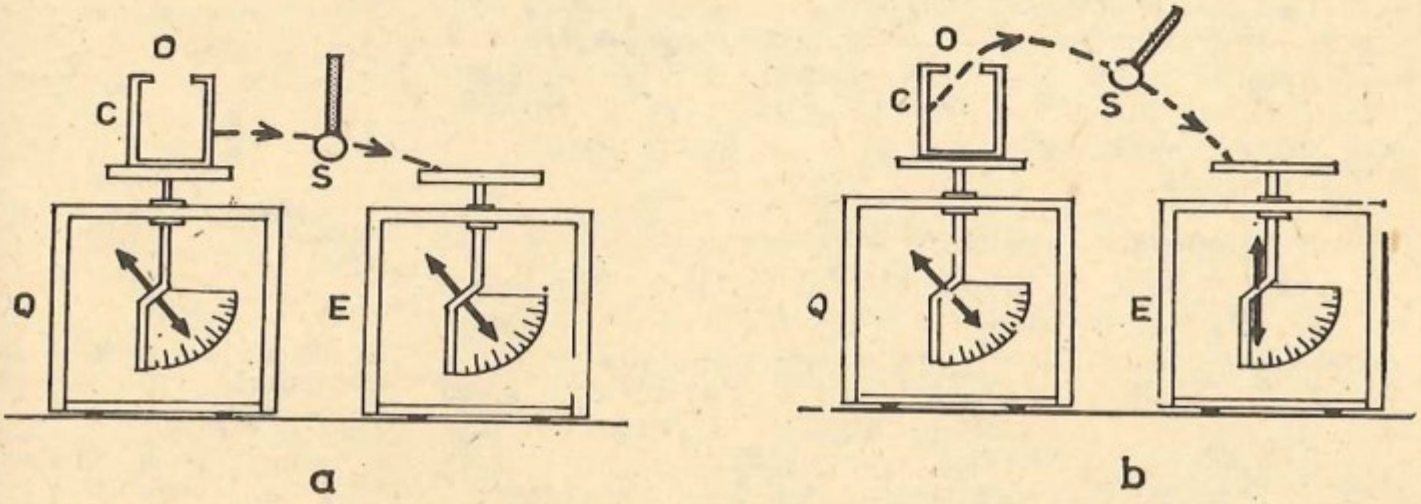


Fig. 8.14. Experiment pentru observarea distribuției sarcinii electrice libere pe un cilindru metalic:
a) în exteriorul cilindrului există sarcină electrică; b) în interiorul cilindrului nu există sarcină electrică.

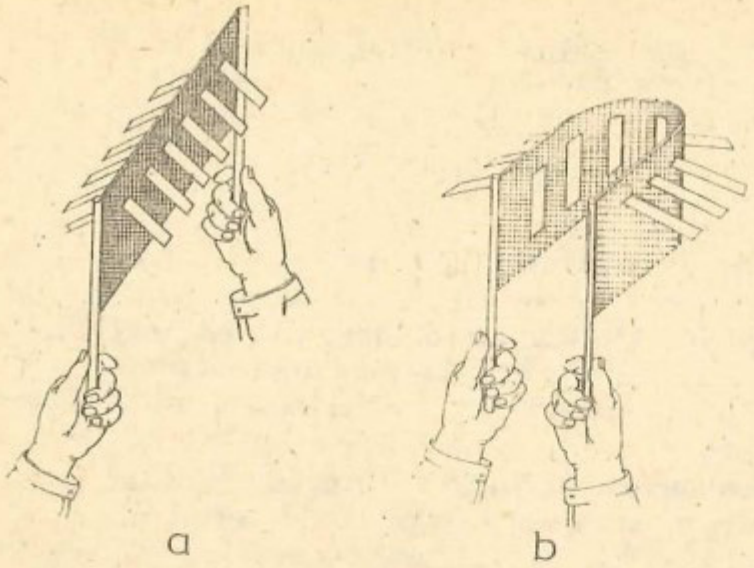


Fig. 8.15. Sarcina electrică liberă se distribuie pe suprafaţa exterioară a unui conductor metalic.

ambele şiruri de foiţe se îndepărtează de reţea (fig. 8.15, *a*). Dacă se curbează reţeaua ca în figura 8.15, *b*, se constată că foiţele de pe suprafaţa interioară cad.

Proprietatea conductoarelor în echilibru electrostatic de a nu avea în interior nici cîmp electrostatic nici sarcină electrică liberă este aplicată în practică la *ecranarea electrostatică*. Pentru protejarea unor aparate sensibile de influenţa unor cîmpuri electrice, aceste aparate se înconjoară cu ecrane electrice, ce constau din corpuri metalice goale în interior, legate la pămînt.

În continuare să analizăm şi potenţialele punctelor unui conductor în echilibru electrostatic. În interior $\vec{E} = 0$, deci, conform relaţiei (8.19), şi diferenţa de potenţial dintre oricare două puncte din interiorul conductorului este nulă. Rezultă că *toate punctele din interiorul unui conductor în echilibru electrostatic au acelaşi potenţial.*

În exteriorul conductorului în echilibru electrostatic, în punctele aflate în imediata vecinătate a suprafeţei lui, *intensitatea cîmpului electrostatic este normală pe suprafaţa conductorului.* Dacă vectorul $\vec{E}$ n-ar fi normal la suprafaţă, el ar avea o componentă pe direcţia tangentă la suprafaţă (fig. 8.16). Sub acţiunea acestei componente sarcinile libere de pe suprafaţa conductorului s-ar putea deplasa. Rezultă că vectorul $\vec{E}$ şi deci şi forţa electrică ce se exercită asupra sarcinilor cu care este încărcat conductorul sînt normale la suprafaţa conductorului, adică la drumul pe care s-ar putea deplasa aceste sarcini. Lucrul mecanic al acestor forţe este nul, deci, conform relaţiei (8.16), *diferenţa de potenţial între oricare două puncte ale suprafeţei conductorului în echilibru electrostatic este nulă.* O suprafaţă, ale cărei puncte au toate acelaşi potenţial, se numeşte *suprafaţă echipotenţială.* Suprafaţa unui conductor izolat este aşadar o suprafaţă echipotenţială.

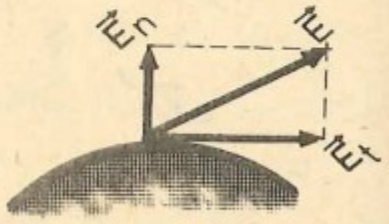


Fig. 8.16. Vectorul $\vec{E}$ se descompune în două componente: $\vec{E}_n$, normal la suprafaţa conductorului şi $\vec{E}_t$, tangent la suprafaţă.

8.1.8. Aplicaţii ale teoremei lui Gauss*

8.1.8.1. *Cîmpul electrostatic al unei sfere conductoare, uniform încărcate cu sarcină electrică.* Să considerăm o sferă conductoare de rază R care are sarcina electrică totală Q (fig. 8.17). Cu ajutorul teoremei lui Gauss se poate arăta că sarcina electrică Q este distribuită numai pe suprafaţa conductorului nu şi în interiorul acestuia. Într-adevăr, deoarece sarcina Q este presupusă în echilibru, intensitatea cîmpului electric este zero în orice punct din interiorul

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

conductorului, $\vec{E}_{int} = 0$. Înseamnă că fluxul Φ prin orice suprafaţă închisă S' din interiorul conductorului este zero. Conform relaţiei (8.13) sarcina totală Q' aflată în domeniul închis de suprafaţă S' este zero, oricare ar fi S'. De aici rezultă că sarcina Q a conductorului nu poate fi distribuită decît pe suprafaţa S a acestuia. Se observă că demonstraţia dată este adevărată nu numai pentru sferă dar şi pentru orice conductor aflat în echilibru electrostatic.

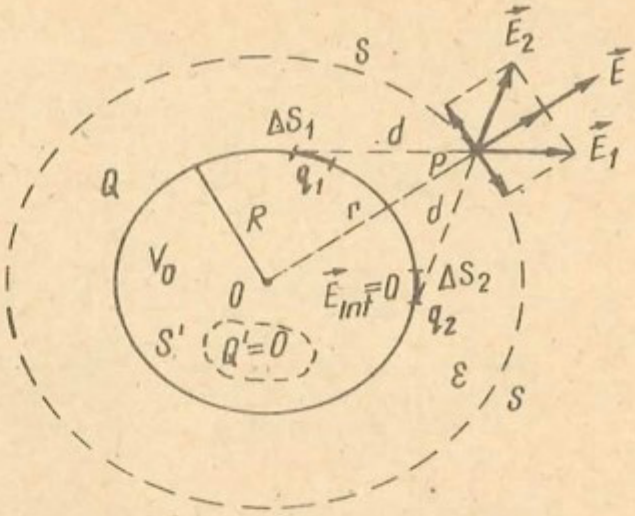


Fig. 8.17. Intensitatea cîmpului electrostatic al unei sfere conductoare, uniform încărcate cu sarcină electrică.

Pentru a găsi intensitatea cîmpului electric dat de sferă într-un punct exterior P, să presupunem că sarcina Q este uniform distribuită pe suprafaţa conductorului, adică pe arii egale se află aceeaşi sarcină electrică. În acest caz intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ în punctul P are direcţia razei $OP = r$. Pentru a arăta acest lucru să considerăm o porţiune de suprafaţă ΔS_1, arbitrar de mică pentru ca sarcina q_1 conţinută de ea să poată fi considerată ca o sarcină punctiformă, aflată la distanţa d de punctul P.

Contribuţia la intensitatea cîmpului electric din punctul P a sarcinii q_1 este E_1, cu modulul $E_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon d^2}$. Pentru orice porţiune de suprafaţă ΔS_1 există o suprafaţă egală, $\Delta S_2 = \Delta S_1$, situată simetric faţă de segmentul OP. Deoarece sarcina electrică este uniform distribuită, sarcina q_2 din suprafaţa ΔS_2 este egală cu q_1. Vectorul $\vec{E}_2$, care reprezintă contribuţia sarcinii q_2 la intensitatea cîmpului electric din P, are modulul $E_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon}\dfrac{1}{d^2} = E_1$.

Dacă se proiectează vectorii $\vec{E}_1$ şi $\vec{E}_2$ după direcţia lui $\overrightarrow{OP}$ şi după direcţia perpendiculară pe aceasta, se observă că aceste din urmă proiecţii se compensează reciproc. Cum acest lucru se întîmplă pentru orice pereche de elemente de suprafaţă simetrice faţă de OP, rezultă că $\vec{E}$ are direcţia razei $\overrightarrow{OP}$. De asemenea, $|\vec{E}|$ are aceeaşi valoare în toate punctele suprafeţei sferice S de rază r, care trece prin P şi are centrul în O, deoarece toate punctele acestei sfere au aceeaşi aşezare faţă de sfera conductoare de rază R, uniform încărcată. În această situaţie, fluxul Φ prin suprafaţa închisă S este $\Phi = ES = 4\pi r^2 E$, unde E este valoarea intensităţii cîmpului electric în punctul P. Conform teoremei lui Gauss, $\Phi = Q/\varepsilon$ deci

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r^2}, \quad r > R. \tag{8.20}$$

Din relaţia (8.20) se observă că sfera conductoare uniform încărcată se comportă în exteriorul ei ca şi cum întreaga sa sarcină ar fi concentrată în centrul sferei.

În figura 8.18 este dată reprezentarea grafică a lui E în funcţie de distanţa r pînă la centrul sferei.

Se observă că pe suprafaţa conductorului, adică pentru $r = R$, intensitatea cîmpului electric are o discontinuitate, valoarea lui E pe suprafaţă depinzînd de modul în care se ajunge la suprafaţă, dinspre interiorul conductorului sau dinspre exteriorul său.

Potenţialul electric V al sferei conductoare în exterior este ca şi al unei sarcini punctiforme Q plasată în centrul sferei, deci

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r}, \quad r \geqslant R. \tag{8.21}$$

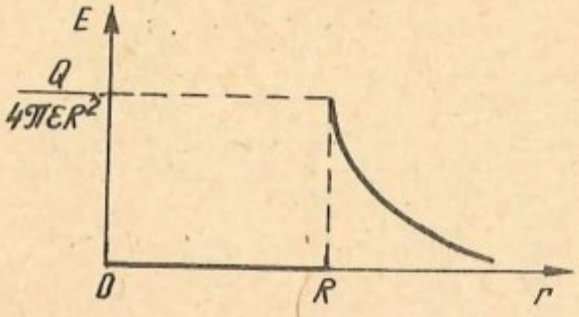


Fig. 8.18. Dependența intensității cîmpului electric de distanța la centrul sferei, pentru sfera conductoare.

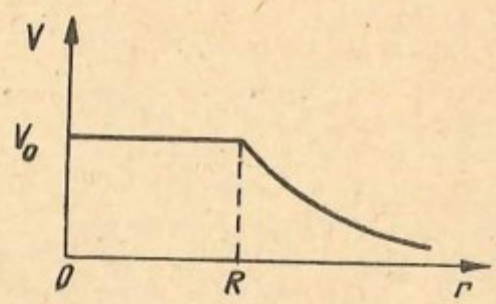


Fig. 8.19. Dependența potențialului electric al sferei conducătoare de distanță.

Valoarea constantă V_0 a potențialului pe sferă și în interiorul ei se obține punînd $r = R$, adică

$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{R}.$$

În figura 8.19 este dată dependența de distanță a potențialului electric al sferei conductoare. Se observă că potențialul electric nu are un salt pe suprafața conductorului.

8.1.8.2. *Cîmpul electrostatic al unui plan conductor uniform încărcat cu sarcină electrică.* Vom considera cîmpul electrostatic creat de un plan conductor de suprafață S arbitrar de mare, uniform încărcat cu sarcina Q. Raportul $\sigma = Q/S$, numit densitate de sarcină de suprafață, este constant în toate punctele suprafeței. După cum se vede din figura 8.20, intensitatea cîmpului electric E într-un punct P oarecare are direcția perpendicularei OP pe planul conductor, demonstrația fiind întru totul asemănătoare cu aceea făcută pentru sfera conductoare, în paragraful precedent. Să considerăm o suprafață închisă de forma unui paralelipiped dreptunghic, cu două suprafețe paralele cu planul conductor (cele notate cu S_1 și S_2) iar celelalte patru fețe să fie perpendiculare pe planul conductor. Totodată planul conductor este situat exact la mijlocul paralelipipedului, pe care îl împarte în două părți egale, astfel că toate punctele suprafețelor S_1 și S_2 se află la aceeași distanță a de planul conductor. Dacă aplicăm teorema lui Gauss pentru suprafața închisă astfel aleasă, se observă că numai fluxurile Φ_1 și Φ_2, prin suprafețele S_1 și S_2, sînt nenule.

Așadar,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{1}{\varepsilon}\,Q.$$

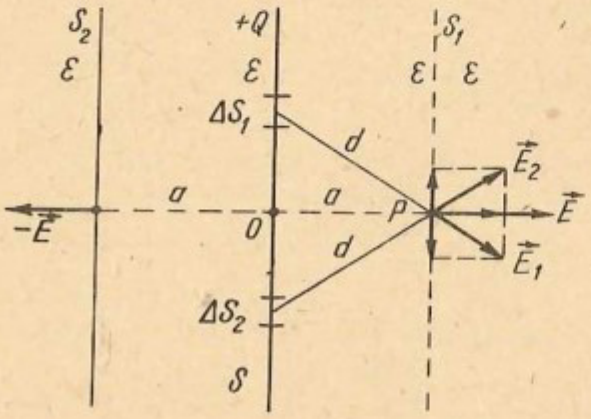


Fig. 8.20. Intensitatea cîmpului electrostatic al unui plan conductor uniform încărcat cu sarcină electrică

Dar $\Phi_1 = \Phi_2 = ES_1 = ES_2$, deoarece E are aceeași valoare în toate punctele egal depărtate de conductor. Avînd în vedere că $S_1 = S_2 = S$, rezultă

$$2ES = Q/\varepsilon$$

sau

$$E = Q/2\varepsilon S = \sigma/2\varepsilon. \qquad (8.22)$$

Relația (8.22) ne arată că intensitatea cîmpului electric în punctul P nu depinde de fapt de distanța a de la punct la plan. Cîmpul electric generat de un plan conductor uniform încărcat, de suprafață arbitrar de mare, este un cîmp electric uniform.

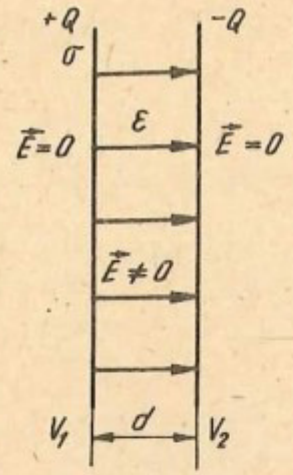


Fig. 8.21. Intensitatea cîmpului electric pentru două plane conductoare paralele.

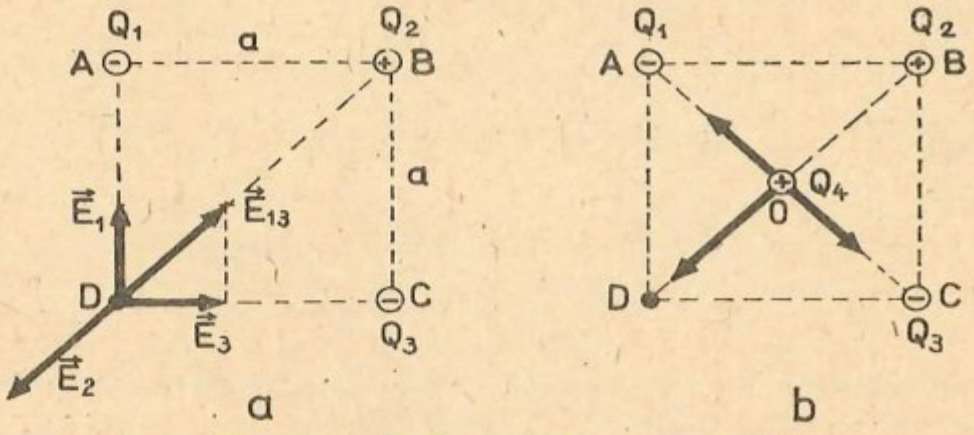


Fig. 8.22. Pentru problema rezolvată.

În cazul a două plane conductoare, paralele, aflate la distanța d, uniform încărcate cu sarcini de semn contrar, intensitățile cîmpurilor electrice E_+ și E_- ale celor două suprafețe au același modul $E_+ = E_- = \sigma/2\varepsilon$. Ele se adună într-un punct situat între armături și se scad într-un punct situat în afara spațiului dintre armături (fig. 8.21). Din acest motiv cîmpul electric există numai în spațiul dintre armături unde are valoarea

$$E = E_+ + E_- = \sigma/\varepsilon. \tag{8.23}$$

În cazul cîmpului electric uniform, diferența de potențial dintre planele conductoare este

$$V_1 - V_2 = U = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon}$$

sau

$$U = \frac{Qd}{\varepsilon S}. \tag{8.24}$$

PROBLEMĂ REZOLVATĂ

În vîrfurile A, B și C ale unui pătrat cu latura $a = 0{,}41$ m, se află trei corpuri punctiforme, cu sarcinile $Q_1 = -2 \cdot 10^{-6}$ C, $Q_2 = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-6}$ C, respectiv $Q_3 = Q_1 = -2 \cdot 10^{-6}$ C. Să se găsească:

a) intensitatea cîmpului electric creat de sarcinile Q_1, Q_2, Q_3 în vîrful D al pătratului;

b) potențialul electric în punctul D;

c) lucrul mecanic efectuat pentru a deplasa un corp punctiform cu sarcina $Q_4 = 10^{-6}$C din punctul D în centrul O al pătratului.

Rezolvare

a) Intensitatea cîmpului în punctul D (fig. 8.22, a) se află prin compunerea vectorială a intensităților cîmpurilor $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ produse de sarcinile Q_1, Q_2, Q_3 în punctul D:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3.$$

Modulele acestor vectori sînt, presupunînd corpurile în vid:

$$E_1 = E_3 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a^2}; \; E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \frac{Q_2}{8\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{2\sqrt{2}Q_1}{8\pi\varepsilon_0 a^2} = \sqrt{2}E_1.$$

Conform figurii, vectorul $\vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$ este egal și de sens opus vectorului $\vec{E}_2$, deci intensitatea cîmpului în punctul D este nulă.

b) Fiecare dintre cele 3 sarcini creează cîte un cîmp electric, caracterizat în punctul D prin cîte un potenţial electric:

$$V_1 = V_3 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}; \quad V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}.$$

Potenţialul în punctul D, datorat celor trei sarcini, va fi suma celor trei mărimi scalare V_1, V_2, V_3:

$$V_D = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{2Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2Q_1 + \frac{Q_2}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{9\cdot 10^9}{0{,}41}\left(-2\cdot 2\cdot 10^{-6} + \frac{4\sqrt{2}\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}}\right) \text{V} = 0 \text{ V}.$$

Sistemul celor trei sarcini creează un cîmp electrostatic caracterizat în punctul D printr-un vector $\vec{E} = 0$ şi printr-un potenţial $V = 0$.

c) Conform relaţiei (8.16)

$$L = Q_4 U = Q_4(V_D - V_O).$$

Trebuie aflat potenţialul V_O în punctul O, prin adunarea celor trei valori V_1', V_2', V_3' ale potenţialelor în O, datorate celor trei sarcini Q_1, Q_2, respectiv Q_3:

$$V_O = V_1' + V_2' + V_3' = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_3}{2\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}\cdot(2Q_1 + Q_2) =$$

$$= \frac{9\cdot 10^9\sqrt{2}}{0{,}41}(-2\cdot 2 + 4\sqrt{2})\cdot 10^{-6} \text{ V} = 50{,}7\cdot 10^3 \text{ V}.$$

Rezultă că:

$$L = -0{,}0507 \text{ J}.$$

Lucrul mecanic efectuat la deplasarea corpului cu sarcina Q_4 din D în O este negativ, ceea ce arată că forţa electrică rezultantă cu care sarcinile Q_1, Q_2 şi Q_3 acţionează asupra sarcinii Q_4 este orientată de la O spre D, în sens opus deplasării; deplasarea corpului de la D la O se face sub acţiune exterioară. Această concluzie se verifică în figura 8.22, *b*, unde se observă că forţele electrice $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, cu care acţionează sarcinile Q_1, Q_2 respectiv Q_3 asupra sarcinii Q_4, în punctul O, dau o rezultantă egală cu $\vec{F}_2$, orientată de la O spre D.

ÎNTREBĂRI, EXERCIŢII, PROBLEME

1. Avînd la dispoziţie două pendule electrice (puteţi confecţiona un pendul electric suspendînd de un fir de mătase, fixat pe un suport de sticlă, o bucăţică de polistiren sau de măduvă de soc), o placă de celuloid, o placă de *PCV* şi o pînză de bumbac pentru a freca plăcile, demonstraţi că există două feluri de sarcini electrice.
2. Demonstraţi acelaşi lucru, avînd la dispoziţie, în locul celor două pendule, un electroscop.
3. Cîţi electroni a primit un corp electrizat cu o sarcină electrică $Q = -10$ C? Cu cît a crescut masa corpului (ΔM) după electrizare? Masa electronului este $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg.

R: $n \simeq 6{,}25\cdot 10^{19}$; $\Delta M = 5{,}68\cdot 10^{-11}$ kg.

4. Trei sfere conductoare identice, avînd sarcinile electrice respectiv $Q_1 = 10^{-4}$ C, $Q_2 = -2\cdot 10^{-4}$ C, $Q_3 = 3\cdot 10^{-4}$ C se aduc în contact. Ce sarcină electrică va avea fiecare sferă în urma contactului?

R: $Q_1' = Q_2' = Q_3' = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3} = \frac{2}{3}\cdot 10^{-4}$ C.

5. Conform modelului planetar al atomului, atomul de hidrogen este format dintr-un nucleu, protonul, cu sarcina electrică pozitivă, egală în modul cu sarcina electronului, și un electron, la distanța $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m de nucleu. Calculați forța de atracție electrostatică dintre electron și nucleu.

R: $8{,}2 \cdot 10^{-8}$ N.

6. La ce distanță ar trebui să se găsească unul de altul, într-un mediu cu permitivitatea relativă ε, două corpuri punctiforme, cu sarcini egale, pentru a se respinge cu aceeași forță cu care se resping în vid, cînd sînt la distanța r unul de celălalt?

R: $x = r/\sqrt{\varepsilon_r}$.

7. Două corpuri punctiforme, cu sarcinile $+Q$ și respectiv $+2Q$, se găsesc în aer la distanța r unul de altul. La ce distanță de primul corp, pe linia ce unește cele două corpuri, trebuie să se afle un al treilea corp, cu sarcina $-Q$, pentru a fi în echilibru?

R: $x = 0{,}41\ r$.

8. Două mici sfere conductoare, avînd fiecare masa $m = 0{,}4$ g, aflate la capetele a două fire de mătase de lungime $l = 12$ cm suspendate în același punct, au fost electrizate simultan cu sarcini egale, de același semn. Sferele se resping la o distanță $d' = 8$ cm într-un lichid și la o distanță $d = 10$ cm în aer.

a) Calculați sarcina electrică Q de pe fiecare sferă.

b) Găsiți permitivitatea relativă a lichidului. Se vor neglija forțele arhimedice.

R: $Q = 4{,}47 \cdot 10^{-8}$ C; $\varepsilon_r = 2{,}0$.

9. Explicați de ce liniile de cîmp electric nu se intersectează.

10. Găsiți intensitatea cîmpului electric produs de un proton (cu sarcina elementară, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) la distanța $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m.

R: $5{,}1 \cdot 10^{11}$ V/m.

11. Într-un punct situat între două corpuri punctiforme încărcate, pe linia care le unește, intensitatea cîmpului electric este zero. Ce puteți spune despre semnele sarcinilor corpurilor?

12. Găsiți pe cale grafică vectorul intensitate a cîmpului electric în cîteva puncte situate între două corpuri punctiforme cu sarcini egale, de același semn, precum și în cîteva puncte situate în afara liniei care le unește. Desenați calitativ liniile de cîmp corespunzătoare acestor sarcini.

13. Două corpuri punctiforme cu sarcinile $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C, respectiv $Q_2 = 8 \cdot 10^{-8}$ C se găsesc în aer, la distanța $d = 10$ cm unul de altul. a) Care este intensitatea cîmpului electric produs de fiecare corp încărcat în punctul în care se găsește celălalt? b) Ce forțe acționează asupra fiecărui corp încărcat?

R: a) $7{,}2 \cdot 10^6$ N/C, $1{,}8 \cdot 10^6$ N/C; b) 14,4 N.

14. Două corpuri punctiforme încărcate, cu sarcinile $Q_1 = +4\ q$, respectiv $Q_2 = +2\ q$, sînt situate la distanța d unul de celălalt. În ce puncte intensitatea cîmpului electric este nulă?

R: Între cele două corpuri, la distanța $0{,}59\ d$ de Q_1.

15. S-ar putea considera potențialul Pămîntului +10 V în loc de 0 V? Ce efect ar avea această alegere asupra valorilor potențialelor? Dar asupra diferențelor de potențial?

16. Pot exista puncte în care intensitatea cîmpului electrostatic să fie nulă, iar potențialul să fie diferit de zero? Dați exemple.

17. Cum se schimbă valoarea intensității cîmpului electrostatic în punctele din interiorul unei sfere metalice de rază R, aflată într-un cîmp electrostatic uniform de intensitate $\vec{E}$, dacă pe sferă se aduce sarcina electrică Q? Dar în punctele din exteriorul sferei?

18. Cum se schimbă intensitatea cîmpului electric creat de un corp cu sarcină electrică, dacă se înconjoară corpul cu o foiță metalică subțire, neelectrizată, astfel încît forma foiței să coincidă cu una din suprafețele echipotențiale din apropierea corpului?

19. Două sfere metalice de aceeași rază, una goală și alta plină, încărcate cu sarcini egale și de același semn, se ating una cu alta. Cum se distribuie sarcinile electrice pe cele două sfere? Ce se întîmplă cu potențialul fiecărei sfere?

20. Arătați că, dacă un ecran electric este legat la pămînt, el permite ecranarea în ambele sensuri: de la exterior spre interior și de la interior spre exterior, iar dacă ecranul este izolat, el permite numai ecranarea de la exterior spre interior.

21. Două corpuri cu sarcinile electrice Q și respectiv $-nQ$ se află în vid, la distanța r unul de celălalt. În ce punct de pe segmentul ce unește corpurile potențialul este nul?

R: $x = r/(n+1)$ față de Q, între corpuri.

22. Două corpuri punctiforme, cu sarcinile electrice $q_1 = 9 \cdot 10^{-6}$ C și $q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ C, se găsesc în aer, la distanța de 25 cm unul de altul. Ce valoare are potențialul electric V al punctului în care intensitatea cîmpului electric generat de cele două sarcini este nulă?

R: $V = \dfrac{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2}{4\pi\varepsilon_0 d} = 9 \cdot 10^5$ V.

23. Un corp cu sarcina $q = 10^{-8}$ C se deplasează în cîmpul creat de o sarcină punctiformă Q, în aer, dintr-un punct situat la distanța $r_A = 1$ m pînă într-un punct situat la distanța $r_B = 1{,}2$ m de sarcina Q. Lucrul mecanic efectuat este de $3 \cdot 10^{-4}$ J. Să se afle: a) sarcina electrică Q; b) diferența de potențial dintre punctele A și B.

R: a) $Q = 2 \cdot 10^{-5}$ C; b) $U = 3 \cdot 10^4$ V.

8.1.9. **Capacitatea electrică a unui conductor izolat.** Un conductor electrizat se caracterizează printr-un potențial electric față de pămînt. Pentru măsurarea acestui potențial se poate utiliza electroscopul. Dacă se leagă cutia electroscopului la pămînt și se electrizează discul, deviația acului indică potențialul discului față de pămînt. Cu ajutorul electroscopului se va studia dependența potențialului unui conductor de sarcina lui electrică.

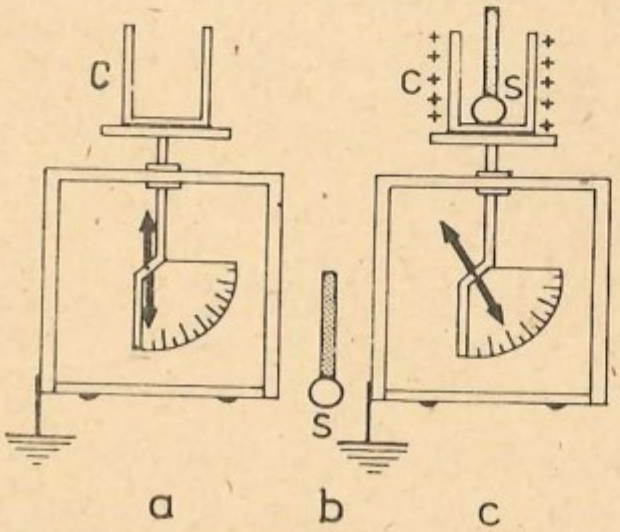


Fig. 8.23.
a) Electroscop cu un cilindru metalic gol, fixat pe disc. b) Sferă metalică electrizată, cu suport izolator. c) Electrizarea cilindrului fixat la electroscop, cu ajutorul sferei metalice.

Experiment. Conductorul C este alcătuit din tija electroscopului și un cilindru metalic gol, fixat de disc (fig. 8.23, *a*). Se electrizează o mică sferă metalică S, cu suport izolator (fig. 8.23, *b*), cu ajutorul unei mașini electrostatice. Se introduce sfera electrizată S în interiorul cilindrului fixat la electroscop, aducînd-o în contact cu pereții interiori ai cilindrului (fig. 8.23, *c*). Întreaga sarcină electrică de pe sferă se va distribui pe suprafața exterioară a cilindrului; sfera, rămasă neutră, se scoate apoi din cilindru.

Se dublează sarcina electrică de pe suprafața exterioară a cilindrului introducînd din nou sfera S în cilindru, după ce a fost reîncărcată în prealabil cu aceeași sarcină electrică (aducînd-o în contact din nou cu același pol al mașinii electrostatice, menținut la același potențial). Deviația acului electroscopului indică pe scara gradată dublarea potențialului conductorului C.

Se introduce din nou în cilindru sfera S, electrizată cu aceeași sarcină electrică, astfel că sarcina electrică a cilindrului crește de trei ori față de valoarea inițială. Se constată și creșterea de trei ori a potențialului conductorului C.

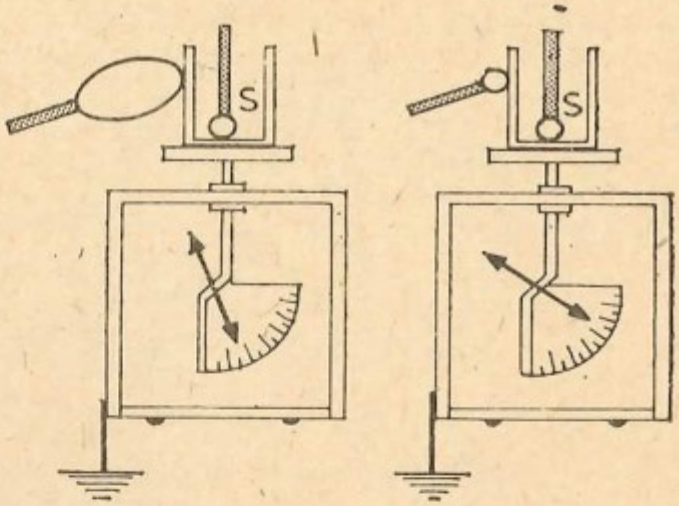


Fig. 8.24. Potențialul conductorilor izolați electrizați cu aceeași sarcină electrică depinde de forma și dimensiunile conductorului.

Rezultă că *potențialul unui conductor izolat este direct proporțional cu sarcina lui electrică*. Cu alte cuvinte, raportul dintre sarcina electrică Q a conductorului izolat și potențialul său V este constant:

$$Q/V = \text{constant}.$$

Pentru a vedea dacă valoarea raportului Q/V este aceeași pentru toți conductorii, sau este specifică fiecărui conductor, se modifică forma și dimensiunile conductorului studiat, prin punerea în contact a cilindrului fixat la electroscop cu diferite corpuri metalice izolate de pămînt (fig. 8.24), care să aibă diferite forme și dimensiuni. De fiecare dată se încarcă electroscopul cu aceeași sarcină electrică, folosind sfera S. Se constată că acul electroscopului deviază de fiecare dată cu alt unghi, ceea ce arată că diferite conductoare, încărcate cu aceeași sarcină electrică, au potențiale diferite. Așadar, *raportul dintre sarcina electrică a unui conductor izolat și potențialul său este specific fiecărui conductor*, depinzînd de forma și dimensiunile lui.

S-a pus astfel în evidență o nouă proprietate a conductoarelor: aceea de a avea o anumită capacitate de acumulare a sarcinii electrice. Descrierea cantitativă a acestei proprietăți se face definind o nouă mărime fizică, prin raportul Q/V, specific fiecărui conductor izolat. Prin definiție, ***capacitatea electrică C a unui conductor izolat și depărtat de alte corpuri este o mărime fizică egală cu raportul dintre sarcina Q a conductorului și potențialul său V în aceste condiții:***

$$C = Q/V. \qquad (8.25)$$

Unitatea de capacitate electrică în SI se numește farad (F) și reprezintă capacitatea unui conductor izolat și depărtat de alte corpuri, care, fiind încărcat cu sarcina electrică de 1 C, are potențialul de 1 V:

$$[C]_{SI} = \frac{[Q]_{SI}}{[V]_{SI}} = \frac{1\text{C}}{1\text{V}} = 1\text{F}.$$

8.1.10. **Capacitatea condensatorului plan.** Potențialul unui conductor încărcat se modifică dacă în apropierea conductorului se aduc alte corpuri conductoare, chiar dacă ele n-au fost electrizate în prealabil. Fenomenul poate fi pus în evidență prin experimentul următor.

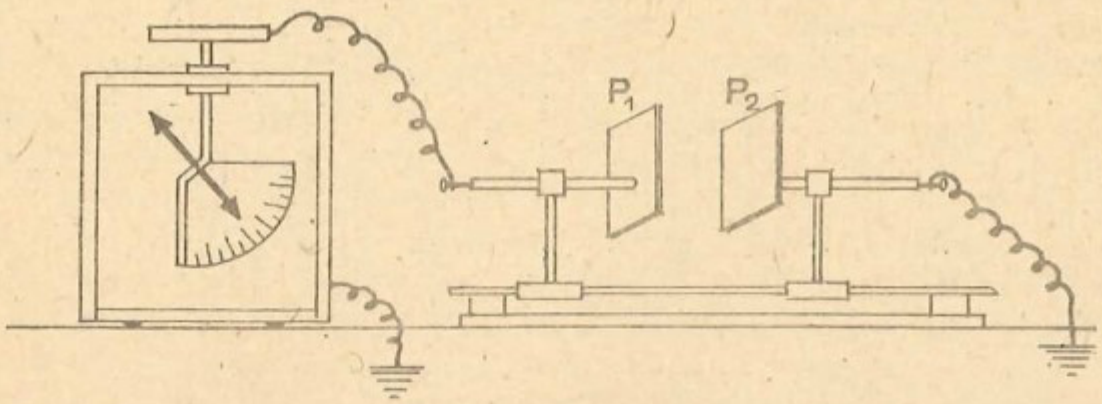


Fig. 8.25. Dispozitiv pentru studiul capacității unui sistem de doi conductori.

Experiment. O placă metalică P_1 (fig. 8.25), pe suport izolator, se leagă la un electroscop printr-un fir conductor și o altă placă metalică P_2 se leagă la pămînt. Cele două plăci P_1 și P_2 pot culisa pe o șină. Se electrizează placa P_1, ținînd placa P_2 la distanță; apoi se apropie P_2 de P_1; se observă că deviația acului electroscopului scade, indicînd scăderea potențialului conductorului P_1. Sarcina electrică a conductorului P_1 nu s-a modificat, dar potențialul său a scăzut prin apropierea conductorului P_2. Rezultă că, un conductor poate fi încărcat cu o sarcină mai mare, la același potențial, cînd în apropierea lui se află un alt conductor, decît în cazul în care este depărtat de alți conductori.

În practică se utilizează un dispozitiv numit *condensator electric*, format dintr-un ansamblu de două conductoare, numite armături, separate între ele printr-un strat izolator. Pentru încărcarea condensatorului cu sarcină electrică se poate proceda în două feluri: a) se încarcă una dintre armături cu ajutorul unei mașini electrostatice și atunci pe cea de a doua apare, prin influență, o sarcină egală și de semn contrar; b) se leagă fiecare armătură la cîte un pol al unei baterii (sursă de tensiune constantă) și atunci pe una dintre armături vin electroni de la sursă, iar de pe cealaltă se duc electroni la sursă, pînă ce ele se încarcă cu sarcini egale și de semne contrare.

Capacitatea unui condensator se definește prin cîtul dintre sarcina electrică Q de pe o armătură și diferența de potențial dintre cele două armături $(V_1 - V_2)$:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}. \tag{8.26}$$

În scheme, condensatorul se reprezintă convențional prin două linii groase, paralele, de lungime egală (fig. 8.26, *a*), dacă are capacitate fixă; dacă are capacitate variabilă, liniile paralele sînt întretăiate oblic de o săgeată (fig. 8.26, *b*).

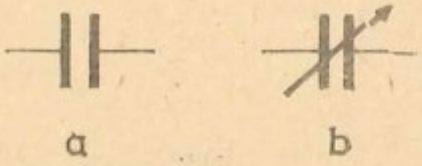


Fig. 8.26. Reprezentarea convențională a condensatorului:
a) fix; b) variabil.

Experiment. Cu ajutorul dispozitivului din figura 8.25 se poate studia capacitatea unui *condensator plan*, la care armăturile sînt plane și paralele între ele. Cele două plăci metalice P_1 și P_2 constituie un condensator plan. Se studiază dependența capacității de distanța dintre armături. Pentru aceasta se așază inițial cele două plăci la o distanță mică una

de alta, se electrizează armătura P_1, cu ajutorul unei mașini electrostatice, apoi se îndepărtează mașina. Se observă deviația acului electroscopului. Se deplasează armătura P_2 la o distanță $2d$. Deviația acului crește, indicînd pe scara gradată dublarea diferenței de potențial dintre cele două plăci. Conform relației $C = Q/(V_1 - V_2)$, rezultă o scădere de două ori a capacității, deoarece $V_1 - V_2$ a crescut de două ori, iar Q a rămas neschimbat. Deplasînd armătura P_2 la distanța $3d$ respectiv $4d$, din deviația acului electroscopului rezultă creșterea diferenței de potențial de 3, respectiv de 4 ori, deci scăderea capacității de 3, respectiv de 4 ori. Se poate trage concluzia că, pentru un condensator plan, capacitatea C variază invers proporțional cu distanța dintre armături: $C \sim 1/d$.

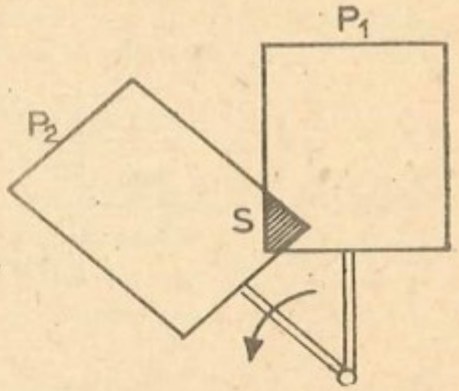


Fig. 8.27. Variația suprafeței comune a două armături plane.

Păstrînd distanța dintre armături constantă, se rotește lateral placa P_2, astfel încît suprafața comună (S) a celor două armături să scadă (fig. 8.27); se observă că deviația foițelor electroscopului crește. Dacă suprafața S crește de un număr de ori, deviația foițelor scade de același număr de ori. Deci *capacitatea condensatorului plan variază direct proporțional cu suprafața comună a armăturilor:* $C \sim S$.

Păstrînd aceeași distanță între armături și aceeași suprafață comună S (de preferință suprafața maximă), se introduc între armături plăci din materiale izolante diferite: ebonită ($\varepsilon_r = 2{,}7$), sticlă ($\varepsilon_r \cong 5$) etc. astfel ca grosimea plăcilor să fie egală cu distanța dintre armături. Se constată că acul deviază cu atît mai puțin, cu cît permitivitatea izolatorului dintre armături este mai mare, indicînd *variația capacității direct proporțională cu permitivitatea mediului dintre armături:* $C \sim \varepsilon$. Strîngînd rezultatele experimentale într-o singură formulă, se obține $C \sim \varepsilon S/d$. În SI, datorită alegerii unităților de măsură, constanta de proporționalitate este egală cu unitatea, astfel încît capacitatea condensatorului plan are formula:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}. \qquad (8.27)$$

De observat că relația (8.27) poate fi imediat demonstrată teoretic din combinarea relațiilor (8.24) și (8.26). În adevăr

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Qd/\varepsilon S} = \frac{\varepsilon S}{d}.$$

8.1.11. Gruparea condensatorilor. Pentru obținerea unor capacități diferite de cele ale condensatorilor disponibili, în practică se folosește uneori gruparea lor în baterii de condensatori. Cele mai simple moduri de grupare sînt în serie și în paralel.

Gruparea condensatorilor în serie se realizează legînd o armătură a primului condensator cu o armătură a celui de al doilea, cealaltă armătură a celui de al doilea cu o armătură a celui de al treilea ș.a.m.d. (fig. 8.28, *a*). Dacă se aduce, de exemplu, o sarcină $-Q$ pe armătura din dreapta a celui de al treilea condensator, pe armătura lui stîngă apare prin influență sarcina $+Q$, prin deplasarea unor electroni pe armătura din dreapta a celui de al doilea condensator, unde va apărea sarcina $-Q$; pe armătura din stînga a acestui

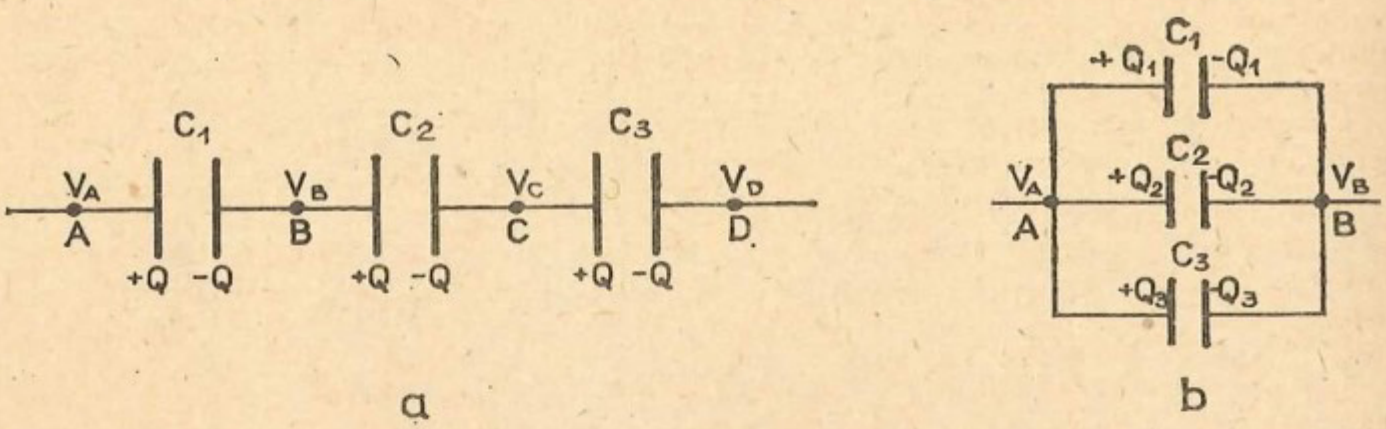


Fig. 8.28. Gruparea condensatorilor:
a) serie; b) paralel.

condensator apare prin influență sarcina $+Q$ ș.a.m.d. Sarcina electrică de pe fiecare armătură a condensatorilor legați în serie are aceeași valoare, alternativ pozitivă și negativă. Potențialul armăturilor legate împreună este același. Diferența de potențial dintre armăturile fiecărui condensator este dată de relațiile: $V_A - V_B = Q/C_1$; $V_B - V_C = Q/C_2$; $V_C - V_D = Q/C_3$, iar diferența de potențial dintre armăturile exterioare este:

$$V_A - V_D = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) =$$
$$= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = Q\,\frac{1}{C}$$

unde s-a notat:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \tag{8.28}$$

Se observă că $C = Q/(V_A - V_D)$ reprezintă capacitatea unui condensator care, sub diferența de potențial $V_A - V_D$, are pe o armătură sarcina Q, deci, care poate înlocui gruparea.

Așadar, *inversul capacității unei baterii de condensatori legați în serie este egal cu suma inverselor capacităților componente.*

Din relația (8.28) se observă că C este mai mic decît C_1, C_2 sau C_3.

Gruparea condensatorilor în paralel se realizează unind într-un punct A cîte o armătură a fiecărui condensator și într-un alt punct B celelalte armături (fig. 8.28, *b*). Punînd cele două puncte A și B în legătură cu o sursă de tensiune constantă, la echilibru, toate armăturile pozitive vor avea același potențial V_A, iar cele negative potențialul V_B. La aceeași diferență de potențial $V_A - V_B$ dintre armături, sarcinile armăturilor vor avea valori diferite, conform relațiilor: $Q_1 = C_1(V_A - V_B)$; $Q_2 = C_2(V_A - V_B)$; $Q_3 = C_3(V_A - V_B)$. Sarcina totală este:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1(V_A - V_B) + C_2(V_A - V_B) + C_3(V_A - V_B) =$$
$$= (C_1 + C_2 + C_3)(V_A - V_B) = C(V_A - V_B)$$

unde s-a notat:

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \tag{8.29}$$

Se observă că $C = Q/(V_A - V_B)$ reprezintă capacitatea C a unui condensator, care poate înlocui gruparea, avînd pe o armătură sarcina Q sub diferența de potențial $V_A - V_B$.

Așadar, *capacitatea unei baterii de condensatori grupați în paralel este egală cu suma capacităților condensatorilor componenți.*

8.1.12. Dielectrici în cîmp electric*. Mediile în care nu apare curent electric în prezența unui cîmp electric extern, dar care se modifică sub acțiunea cîmpurilor electrice și la rîndul lor modifică interacțiunea dintre corpurile cu sarcină electrică sînt numite *medii dielectrice sau dielectrici.* Unii dielectrici folosiți mult în practică sînt: sticla, mica, parafina, uleiurile minerale, materialele ceramice etc.

Pentru a observa calitativ cum se schimbă cîmpul electric al unui sistem de sarcini electrice în prezența unui dielectric, vom relua o parte din experimentul descris în paragraful 8.1.10, utilizînd pentru studiu cîmpul electric uniform dintre armăturile unui condensator plan (fig. 8.25).

Experiment. Se electrizează armătura P_1 cu ajutorul unei mașini electrostatice și apoi se îndepărtează mașina, deci sarcina Q de pe armături rămîne constantă. Se introduce între plăcile metalice o placă de sticlă de grosime egală cu distanța dintre plăci. Se observă scăderea deviației acului electroscopului, ceea ce indică scăderea tensiunii U dintre plăci. Tot scăderea tensiunii dintre plăci se observă și la repetarea experimentului cu alți dielectrici (mică, ebonită). Rezultă că, la aceleași sarcini electrice de pe armăturile condensatorului, intensitatea $E = U/d$ a cîmpului electric este mai mică în dielectric decît în aer. *Dielectricul micșorează deci intensitatea cîmpului electric în care se află.*

Pentru un condensator plan de capacitate C_0, avînd sarcina Q pe o armătură, la diferența de potențial U_0, suprafața comună a armăturilor S, distanța dintre armături d, iar între armături vid, se poate scrie relația:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{Q}{U_0} = \frac{Q}{E_0 d}$$

de unde rezultă intensitatea E_0 a cîmpului electric dintre armături, în vid:

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}. \qquad (8.30)$$

Prin introducerea între armături a unui dielectric de grosime d și permitivitate ε, sarcina Q rămînînd neschimbată, se modifică diferența de potențial (U), deci se modifică și capacitatea (C) și intensitatea cîmpului electric (E). Se poate scrie relația:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed},$$

de unde rezultă intensitatea cîmpului în dielectric:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon S}. \qquad (8.31)$$

Din relațiile (8.30) și (8.31) se obține:

$$\varepsilon_0 E_0 = \varepsilon E = \frac{Q}{S}. \qquad (8.32)$$

Rezultă că o anumită sarcină Q, distribuită pe armătura de arie S a unui condensator plan, determină o valoare constantă a produsului dintre permitivitatea mediului dintre armături și intensitatea cîmpului electric.

Slăbirea cîmpului electric de către dielectrici poate fi explicată prin structura dielectricilor. Unii dielectrici, numiți polari, au moleculele nesimetrice din punct de vedere electric; fiecare astfel de moleculă poate fi considerată un *dipol*. Dipolul este un sistem

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

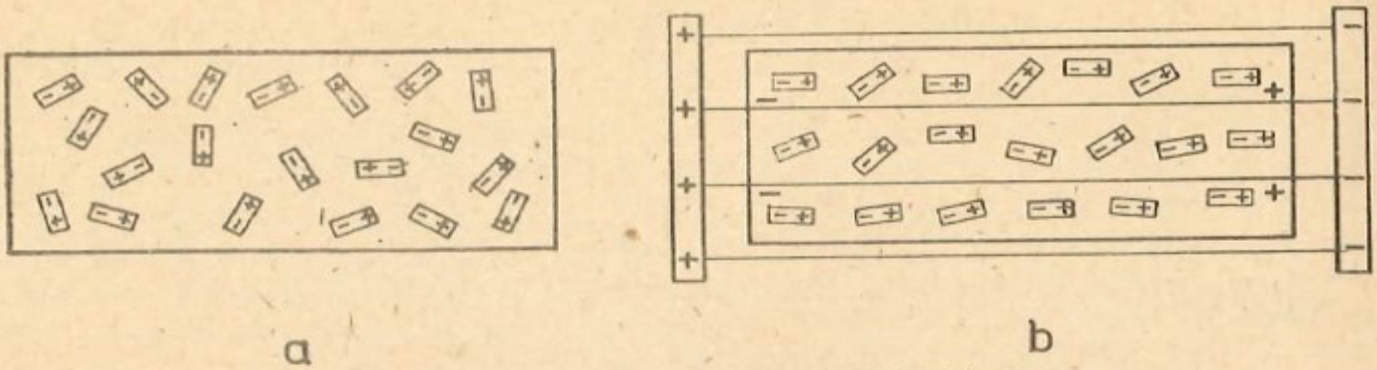


Fig. 8.29. Schema polarizării unui dielectric polar:
a) dielectricul în absența cîmpului electric extern; b) dielectricul în prezența unui cîmp electric extern se electrizează la capete, datorită alinierii axelor dipolilor în lungul liniilor de cîmp.

de două sarcini electrice egale și de semne contrare. Axa dipolului este dreapta care unește centrele celor două sarcini. În lipsa unui cîmp electric extern, axele dipolilor dintr-un dielectric polar sînt orientate dezordonat, în toate direcțiile (fig. 8.29, *a*), datorită agitației termice. Prin introducerea dielectricului într-un cîmp electric, axele dipolilor tind să se orienteze în lungul liniilor de cîmp (fig 8.29, *b*). Sarcina pozitivă a dipolului este deplasată în sensul cîmpului aplicat, iar cea negativă în sens invers. Alinierea axelor nu va fi perfectă, datorită agitației termice; ea poate crește prin scăderea temperaturii sau prin creșterea intensității cîmpului electric. Datorită alinierii dipolilor în cîmp, la cele două capete ale dielectricului rămîn sarcini electrice necompensate, astfel încît un capăt al dielectricului se electrizează pozitiv, iar celălalt negativ. Fenomenul de apariție a sarcinilor induse la capetele dielectricului într-un cîmp electric este numit *polarizarea dielectricului.*

Și dielectricii cu molecule nepolare se polarizează prin introducerea în cîmp electric; sub acțiunea cîmpului electric, centrul sarcinilor pozitive din fiecare moleculă se separă de centrul sarcinilor negative în lungul liniilor de cîmp, astfel încît la capetele dielectricului apar sarcini induse, egale și de semne opuse.

Indiferent dacă dielectricul este polar sau nu, sarcinile de polarizare apar astfel încît cîmpul creat de ele, de intensitate $\vec{E}_p$ să se opună cîmpului electric extern, de intensitate $\vec{E}_0$, care induce aceste sarcini (fig. 8.30). *Cîmpul electric rezultant în dielectric are intensitatea* $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ *mai mică decît a cîmpului exterior.*

Dacă într-un cîmp electric uniform se introduce un dielectric, atunci intensitatea cîmpului va fi $\vec{E}_0$ în punctele din afara dielectricului și $\vec{E} < \vec{E}_0$ în punctele din dielectric (fig. 8.31). Rezultă că intensitatea cîmpului electric într-un punct este dată de *totalitatea sarcinilor prezente*, atît cele libere (sarcinile electrice de pe armăturile condensatorului în fig. 8.31), cît și cele de polarizare.

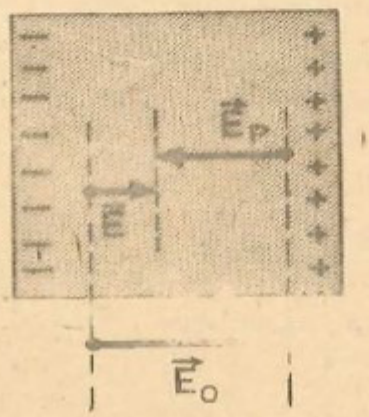


Fig. 8.30. Sarcinile de polarizare de la capetele dielectricului produc un cîmp electric de intensitate $\vec{E}_p$, opus cîmpului extern de intensitate $\vec{E}_0$, astfel încît cîmpul rezultant în dielectric are intensitatea $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$, mai mică decît $\vec{E}_0$.

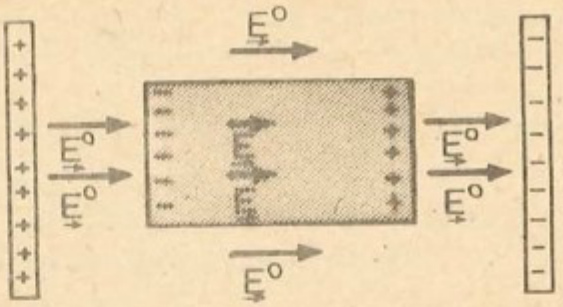


Fig. 8.31. Vectorul intensitate a cîmpului electric între armăturile unui condensator plan este diferit în punctele din dielectric față de cele din exteriorul dielectricului.

8.1.13. Energia cîmpului electric dintre armăturile unui condensator. La încărcarea unui condensator, pentru aducerea sarcinilor electrice pe fiecare armătură este necesară efectuarea de lucru mecanic de către o sursă de energie exterioară, deoarece sarcinile electrice existente pe fiecare armătură exercită forțe de respingere asupra sarcinilor de același semn ce sînt aduse în continuare pe fiecare armătură.

Așadar, condensatorul încărcat reprezintă un sistem, caracterizat printr-o energie W, egală cu lucrul mecanic L efectuat pentru încărcarea lui: $W = L$. Pentru a găsi expresia ei cantitativă va trebui evaluat lucrul mecanic L, necesar pentru deplasarea sarcinii electrice Q de pe o armătură pe alta, astfel încît diferența de potențial dintre armături să crească de la zero la U.

Pentru deplasarea sarcinii Q între două puncte ale unui cîmp electric, aflate la tensiunea constantă U, se efectuează, conform relației (8.16), un lucru mecanic QU. Deoarece în timpul încărcării condensatorului tensiunea electrică dintre armături nu este constantă, ci crește de la 0 la U, în expresia lucrului mecanic se introduce media aritmetică a tensiunii electrice dintre armături:

$$L = Q\frac{0 + U}{2} = \frac{1}{2}QU.$$

Ținînd seamă de relația $Q = CU$, rezultă că energia care corespunde unui condensator de capacitate C, încărcat la o diferență de potențial U are expresia:

$$W = \frac{1}{2}CU^2. \qquad (8.33)$$

Unind armăturile condensatorului printr-un conductor, condensatorul se descarcă, producînd o scînteie însoțită de zgomot. În timpul descărcării energia primită la încărcarea condensatorului se transformă în alte forme de energie: termică, a undelor sonore etc. Fulgerul reprezintă o descărcare a unui condensator, ale cărui „armături" sînt doi nori sau un nor și suprafața Pămîntului. Energia eliberată în acest caz atinge valori foarte mari, întrucît tensiunea unui astfel de condensator atinge miliarde de volți.

În timpul încărcării, cînd se comunică energie condensatorului, crește tensiunea dintre armături, deci și intensitatea cîmpului electric, iar în timpul descărcării, cînd energia condensatorului este eliberată, prin transformarea în alte forme de energie, scade tensiunea dintre armături și deci scade intensitatea cîmpului electric. Se poate deci considera că fiecare stare a cîmpului electric dintre armăturile condensatorului este caracterizată de o energie, dată de relația (8.33).

În cazul unui condensator plan, tensiunea U dintre armături poate fi exprimată în funcție de intensitatea E a cîmpului uniform $U = Ed$, iar capa-

citatea prin formula $C = \varepsilon S/d$. Înlocuind U și C în relația (8.33), se obține energia cîmpului electric dintre armăturile condensatorului plan:

$$W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}E^2d^2 = \frac{1}{2}\varepsilon SdE^2.$$

Produsul Sd reprezintă volumul v dintre armăturile condensatorului în care este localizat practic cîmpul electrostatic, astfel încît se poate scrie

$$W = v\frac{\varepsilon}{2}E^2. \qquad (8.34)$$

Deși relația (8.34) a fost demonstrată în cazul condensatorului plan, ea este valabilă, în general, pentru orice cîmp electrostatic. În cazul unui cîmp electrostatic neuniform, relația (8.34) se poate aplica pentru un volum foarte mic, în care intensitatea cîmpului electric să poată fi considerată constantă.

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Aducînd pe un corp metalic izolat o sarcină electrică $q = 2 \cdot 10^{-7}$ C, potențialul său devine $V = 8\,000$ V. Ce potențial V' va avea corpul cînd este încărcat cu $q' = 5 \cdot 10^{-8}$ C?

   R: $V' = Vq'/q = 2\,000$ V.

2. Două sfere metalice izolate, de raze $r_1 > r_2$, aflate la distanță una de alta, se electrizează cu sarcini egale și de același semn $+Q$ și apoi se reunesc printr-un fir conductor. a) Care dintre sfere va avea potențialul mai mare, înainte și după reunirea lor? b) Care dintre sfere va avea sarcină electrică mai mare după reunirea lor?

3. Avînd la dispoziție două sfere metalice, de raze diferite, așezate concentric si izolate una de alta, cum s-ar putea face ca una din sfere să aibă: a) potențialul zero și sarcină electrică pozitivă; b) potențialul diferit de zero și sarcină electrică nulă?

4. Ce capacitate are un condensator plan cu armăturile pătrate, cu latura de 10 cm, separate prin sticlă ($\varepsilon_r = 8$) cu grosimea de 1 mm? Dar dacă se scoate sticla dintre armături?

   R: 708 pF; 88 pF.

5. Un condensator plan are o placă de sticlă cu $\varepsilon_r = 4$ între armături. Condensatorul este conectat la o tensiune de 6 V. După deconectare se scoate placa de sticlă dintre armături. Care va fi noua diferență de potențial dintre plăci?

   R: 24 V.

6. Două plăci de metal, cu sarcina $+Q$ și $-Q$, sînt cufundate într-un vas cu ulei. Dacă se scoate uleiul din vas, cîmpul electric într-un punct la jumătatea distanței dintre plăci crește, scade sau rămîne constant?

7. Să se calculeze capacitatea maximă a unui condensator variabil format din 10 perechi de armături plane, suprafața fiecărei armături fiind de 10 cm^2, iar distanța dintre două armături vecine de 1 mm ($\varepsilon_r = 1$).

   R: 168 pF.

8. Un condensator plan conține între plăci două substanțe izolatoare, cu permitivitățile relative 4, respectiv 2. În ce caz capacitatea condensatorului este mai mare: cînd cele două substanțe izolatoare sînt așezate ca în figura 8.32, *a* sau ca în figura 8.32, *b*?

   R: în cazul *a*.

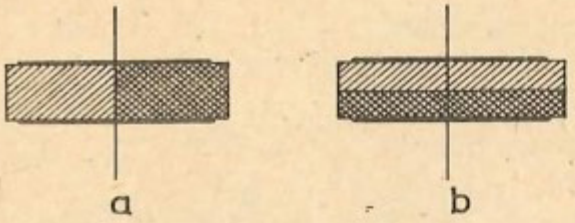


Fig. 8.32. Pentru problema 8.

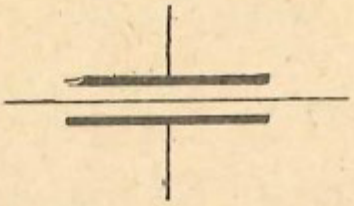


Fig. 8.33. Pentru problema 9.

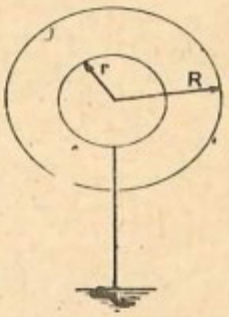


Fig. 8.34. Pentru problema 13.

9. Între plăcile unui condensator plan se aşază o foiţă de aluminiu, de grosime neglijabilă, ca în figura 8.33. Ce efect va avea foiţa asupra capacităţii dacă: a) este izolată electric; b) este legată la placa superioară?

10. Discutaţi ce asemănări şi deosebiri există cînd se introduce între armăturile unui condensator o placă de grosime cît jumătate din distanţa dintre armături: a) dielectrică şi b) conductoare.

11. În timp ce un condensator rămîne conectat la baterie, se introduce între armăturile lui o placă dielectrică. Este necesar să se execute un lucru mecanic pentru a introduce dielectricul?

12. Trei condensatoare, cu capacităţile de 10 μF, 20 μF şi 60 μF sînt conectate mai întîi în serie şi apoi în paralel. Ce capacitate are gruparea în fiecare caz?

R: 6 μF; 90 μF.

13. O sferă metalică are pereţii foarte subţiri şi raza $R = 20$ cm. În interiorul acestei sfere goale se găseşte o bilă metalică de rază $r = 10$ cm, aşezată concentric cu sfera goală. Bila metalică este legată la pămînt cu un fir conductor foarte lung, care trece printr-un orificiu al sferei exterioare (fig. 8.34). Sfera exterioară primeşte sarcina $Q = 10^{-3}$ C. Să se determine capacitatea electrică a sistemului astfel obţinut din corpurile conductoare. Să se deseneze schema electrică echivalentă a acestui sistem.

(Concurs internaţional, Moscova, 1970.)

R: 44,5 pF.

14. Trei condensatoare plane, cu distanţa dintre armături de 1 mm şi cu dielectric aer, au suprafeţele armăturilor de 20 cm², 40 cm², respectiv 80 cm². Condensatoarele sînt grupate în serie şi sînt conectate la o tensiune de 100 V. Să se găsească:
a) intensitatea cîmpului electric între armături, în fiecare condensator;
b) energia electrică a cîmpului dintre armăturile fiecărui condensator.

R: a) $5{,}7 \cdot 10^4$ V/m; $2{,}8 \cdot 10^4$ V/m; $1{,}4 \cdot 10^4$ V/m;
b) $2{,}88 \cdot 10^{-8}$ J; $1{,}44 \cdot 10^{-8}$ J; $0{,}72 \cdot 10^{-8}$ J.

15. Un condensator de capacitate C_1 este încărcat la o diferenţă de potenţial U_0. Bateria de încărcare este apoi îndepărtată iar condensatorul se conectează ca în figura 8.35 la un condensator neîncărcat, de capacitate C_2. Să se afle:
a) diferenţa de potenţial U, la bornele acestui sistem;
b) energia W_0, respectiv W, care corespunde celor doi condensatori, înainte şi după închiderea întrerupătorului

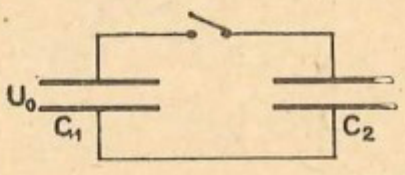


Fig. 8.35. Pentru problema 15.

R: a) $U = U_0 \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}$;

b) $W_0 = \dfrac{1}{2} C_1 U_0^2$; $W = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} W_0$.

CURENTUL ELECTRIC STAȚIONAR

9.1. CURENTUL ELECTRIC ÎN CONDUCTORI METALICI

Orice conductor metalic conține un număr foarte mare de electroni liberi aceștia fiind nelegați de atomii care formează structura cristalină a metalului. În structura cristalină, atomii sînt dispuși în nodurile rețelei, la distanțe așa de mici, încît electronii de la periferia fiecărui atom se găsesc în interacție, în același timp, cu toți ionii vecini. Din această cauză electronii nu sînt legați de un singur atom și ei pot trece ușor de la un atom la altul. Mișcarea electronilor printre ioni este dezordonată, asemănător cu moleculele unui gaz închis într-o incintă.

Sarcina electrică a tuturor electronilor liberi, însumată, este negativă și egală cu sarcina pozitivă a tuturor ionilor care formează rețeaua cristalină a metalului respectiv (fig. 9.1). Astfel metalul în mod obișnuit este neutru din punct de vedere electric.

9.1.1. **Circuitul electric.** Să presupunem că avem la dispoziție doi conductori: unul A de potențial electric V_A și altul B, de potențial electric V_B, $V_A < V_B$ (fig. 9.2). Dacă îi punem în legătură printr-un fir conductor metalic C, electronii liberi, din rețeaua conductorului, sînt puși în mișcare dirijată, între corpurile A și B de către forțele electrostatice ale cîmpului electric, atașat acestor corpuri. Astfel o parte din electronii liberi de pe conductorul A vor trece pe conductorul B pînă cînd potențialele electrice ale celor două corpuri A și B vor deveni egale. Transportul de electroni liberi (purtători de sarcină) prin firul conductor se numește *curent electric*.

Ca acest curent electric, astfel obținut, să dureze în timp, trebuie să fie menținută constantă diferența de potențial dintre corpurile A și B. Cu alte cuvinte, ar trebui create condiții ca electronii liberi să revină de pe corpul B pe corpul A. Această condiție se realizează prin intercalarea între cei doi conductori a unui dispozitiv special numit generator electric sau sursă electrică. Generatorul electric se intercalează cu ajutorul a două fire între corpurile A și B, formîndu-se astfel un contur închis (fig. 9.3).

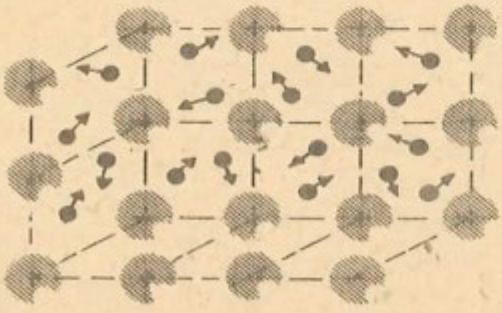


Fig. 9.1. Rețeaua cristalină a unui metal.

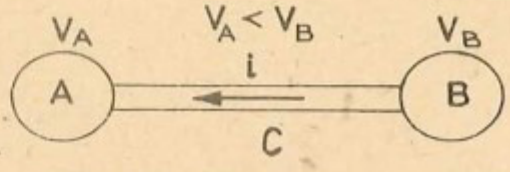


Fig. 9.2. Producerea curentului electric între două corpuri de potențiale diferite.

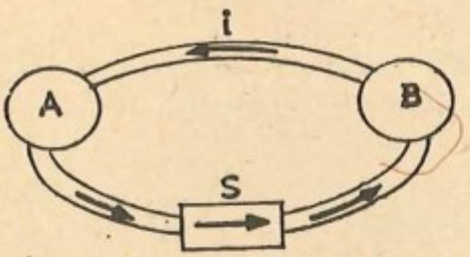


Fig. 9.3. Curentul electric obținut cu ajutorul sursei.

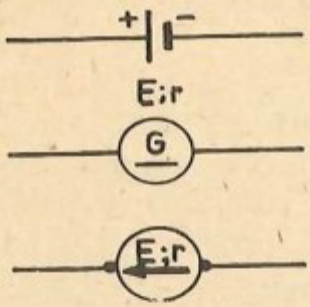


Fig. 9.4. Reprezentarea schematică a sursei de tensiune electromotoare.

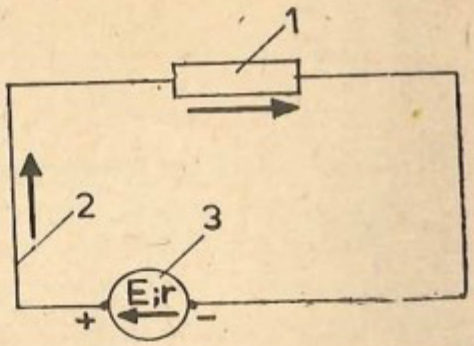


Fig. 9.5. Circuit electric.

Sursa electrică (simbolizată ca în fig. 9.4) asigură diferența de potențial constantă între corpurile A și B, deci un cîmp electric, capabil să antreneze electronii liberi într-o mișcare de ansamblu caracterizată printr-o viteză medie constantă de antrenare, care conduce la existența curentului electric în conturul închis din figura 9.3.

Viteza de antrenare a purtătorilor de sarcină este, ca ordin de mărime, de 10^{-5} m/s, și totuși la distanțe de sute de kilometri, curentul se transmite aproape instantaneu. Aceasta se datorește nu vitezei foarte mici a electronilor, ci vitezei colosale de $3 \cdot 10^8$ m/s cu care se propagă cîmpul electric prin ghidajele de cîmp (fire de legătură). De îndată ce apare cîmpul electric într-un punct al conductorului, electronii din jurul acestui punct sînt antrenați într-o mișcare ordonată suplimentară, care produce *curentul electric staționar* definit prin faptul că viteza mișcării de ansamblu a electronilor este constantă, independent de timp, în orice secțiune a conductorului.

Un generator electric transformă o energie oarecare în energie electrică. După felul de energie transformată în energie electrică, generatoarele electrice pot fi:

— elemente galvanice și acumulatoare electrice, care transformă energia chimică în energie electrică;

— dinamurile și alternatoarele, care transformă energia mecanică în energie electrică;

— termoelementele, care transformă energia termică în energie electrică (sub tensiune electrică foarte mică);

— fotoelementele, care transformă energia luminoasă în energie electrică.

Ansamblul format din generatorul electric (sursa electrică, *3*), ghidajele de cîmp (conductorii de legătură, *2*) și unul, doi sau mai mulți consumatori (*1*) poartă numele de circuit electric (fig. 9.5).

Într-un circuit, curentul electric se poate manifesta prin trei efecte principale:

— efectul termic, curentul electric încălzește conductorii prin care trece;

— efectul chimic, la trecerea curentului electric printr-un electrolit, la electrodul negativ se depune o anumită cantitate de substanță;

— efectul magnetic constă în apariția unui cîmp magnetic în jurul unui conductor străbătut de un curent electric.

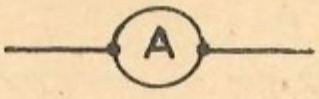


Fig. 9.6. Reprezentarea schematică a ampermetrului.

9.1.2. **Intensitatea curentului electric.** Experiența arată că efectele curentului electric pot fi mai mari sau mai mici, după cum curentul electric care le produce este mai intens sau mai slab. Vom spune despre un curent electric că este mai intens sau mai puțin intens, dacă sarcina transportată de purtătorii de sarcină (electroni), printr-o secțiune transversală, într-un interval de timp, este mai mare sau mai mică.

Mărimea fizică cu ajutorul căreia definim această proprietate a curentului electric poartă numele de *intensitatea curentului electric.*

Prin definiție: **intensitatea curentului electric este o mărime care exprimă sarcina electrică ce străbate secțiunea transversală a circuitului în unitatea de timp.**

Cantitativ, se scrie:

$$I = \frac{Q}{t}$$

în care: Q este sarcina electrică, t este timpul în care sarcina Q străbate suprafața transversală a circuitului, iar I intensitatea curentului electric.

Intensitatea curentului electric este o mărime scalară fundamentală a Sistemului Internațional de Unități. Unitatea de intensitate se numește amper și se notează cu A.

Intensitatea curentului electric se măsoară cu ajutorul unui aparat numit ampermetru care se reprezintă simbolic ca în figura 9.6. Fiind montat în orice punct al circuitului, ampermetrul indică aceeași intensitate.

Întrucît unele dintre efectele curentului electric depind de sensul în care trec prin circuit purtătorii de sarcină, este necesar să se aleagă convențional un sens al curentului electric.

Sensul de mișcare al purtătorilor de sarcină pozitivă a fost ales ca sens al curentului electric.

9.2. LEGILE CIRCUITULUI ELECTRIC

9.2.1. **Tensiunea electrică. Tensiunea electromotoare.** Pentru menținerea constantă a intensității curentului electric într-un segment de circuit, trebuie ca tensiunea electrică, pe acel segment de circuit, să rămînă tot timpul aceeași. Această condiție se realizează atunci cînd circuitul dispune de o sursă de energie care să efectueze lucrul mecanic necesar deplasării cu viteză constantă a purtătorilor de sarcină electrică. Această sursă de energie este chiar generatorul electric sau sursa electrică. Acestea sînt caracterizate de o tensiune electromotoare E și au simbolul grafic din figura 9.4.

Cîmpul electric generat de sursă efectuează un lucru mecanic asupra purtătorilor de sarcină pentru a-i deplasa de-a lungul întregului circuit.

Energia consumată de sursă pentru a efectua lucru mecanic asupra purtătorilor de sarcină este recîștigată de sursă prin transformarea ce are loc în

interiorul ei. De exemplu: dacă este vorba de o baterie electrică, energia este asigurată prin procesul continuu de transformare din energie chimică în energie electrică.

Tensiunea electromotoare este numeric egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a transporta unitatea de sarcină pozitivă de-a lungul întregului circuit.

Fie W energia de care dispune sursa. Să presupunem că aceasta se împarte în acest moment în: W_1, energia necesară transportului purtătorilor de sarcină prin circuitul exterior și W_2, energia necesară transportului purtătorilor de sarcină prin sursă; atunci putem scrie:

$$W = W_1 + W_2. \tag{9.1}$$

Dacă Q este sarcina electrică a tuturor purtătorilor de sarcină, expresia (9.1) poate căpăta forma:

$$\frac{W}{Q} = \frac{W_1}{Q} + \frac{W_2}{Q}. \tag{9.2}$$

Fiecare din termenii expresiei (9.2) au semnificația unei tensiuni (vezi capitolul 8 relația 8.16).

Conform definiției tensiunii electromotoare termenul $\frac{W}{Q}$ este tocmai tensiunea electromotoare a sursei, și o notăm cu E.

Termenul $\frac{W_1}{Q}$ reprezintă energia necesară unității de sarcină pentru a fi transportată prin circuitul exterior. Ținînd seama că $W_1 = L_1 = QU$ unde U este tensiunea la borne, $\frac{W_1}{Q}$ este căderea de tensiune pe circuitul exterior sursei.

Analog, $\frac{W_2}{Q} = \frac{L_2}{Q} = \frac{Qu}{Q} = u$, u fiind căderea de tensiune pe sursă.

Cu aceste notații relația (9.2) devine:

$$E = U + u. \tag{9.3}$$

Căderea de tensiune pe un consumator se măsoară cu ajutorul voltmetrului, care se montează întotdeauna în paralel pe consumator, pe cînd amperметrul se montează în serie cu consumatorul și măsoară intensitatea curentului electric prin acesta (fig. 9.7). Pe figură s-a notat cu B un bec.

Tensiunea electromotoare ca și căderea de tensiune sînt mărimi fizice scalare și ambele se măsoară în volți.

9.2.2. **Rezistența. Rezistivitatea.** În experimentul următor se va studia felul cum se modifică intensitatea curentului electric dacă la capetele diferitelor conductoare se aplică aceeași tensiune electrică.

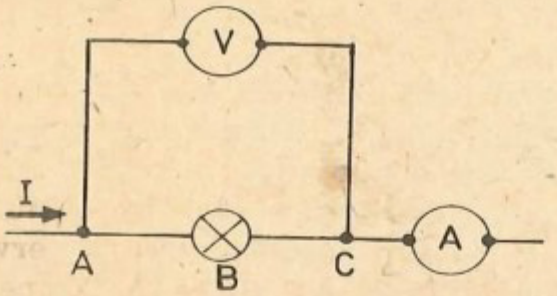


Fig. 9.7. Schema de asamblare a voltmetrului și ampermetrului în circuit.

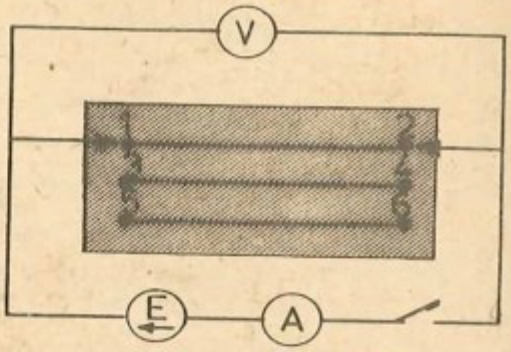


Fig. 9.8. Montaj folosit pentru definirea rezistenței.

Experiment. Se realizează montajul din figura 9.8. Prin firul conductor montat la bornele *1* și *2* trece un curent electric de intensitate I măsurată de ampermetrul A. Tensiunea U este citită la voltmetrul V. Se calculează cîtul U/I, apoi se înlocuiește conductorul cu un altul, (3, 4) sau (5, 6) calculîndu-se și de data aceasta cîtul U/I. În general valoarea acestui cît se modifică. Mărimea fizică care determină acest rezultat evidențiază o proprietate a fiecărui conductor și poartă numele de rezistență electrică, cu simbolul R. Unitatea de măsură a rezistenței electrice este ohmul (Ω). Elementul fizic definit printr-o rezistență electrică R poartă numele de rezistor, cu simbolul grafic arătat în figura 9.9.

Pentru o tensiune electrică dată, măsurîndu-se intensitatea curentului electric și apoi calculîndu-se rezistența electrică, rezultă aceeași valoare pentru un conductor dat. Prin definiție

$$R = \frac{U}{I}.$$

Experiment. Se utilizează un montaj (fig. 9.10) asemănător cu cel din figura 9.8. Pe suportul izolator între bornele A și B, se lipește o hîrtie milimetrică.

1. Un cursor mobil (M) va forma un contact alunecător astfel încît pe firul AB se modifică lungimea l a porțiunii de conductor parcursă de curent,

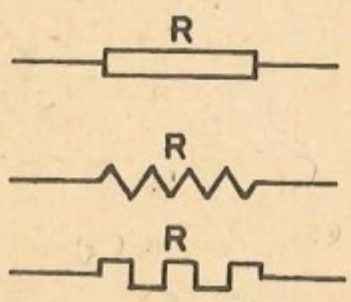


Fig. 9.9. Simboluri pentru rezistor.

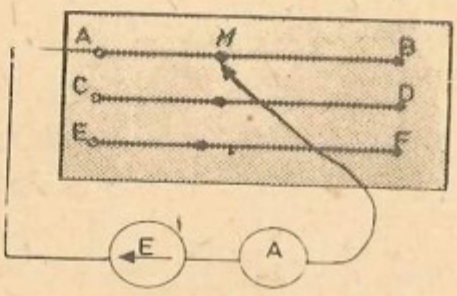


Fig. 9.10. Circuit electric pentru ilustrarea legii lui Ohm.

menținîndu-se aceeași tensiune. Se observă că intensitatea curentului electric citită la ampermetrul A scade de un număr de ori cînd lungimea conductorului crește de același număr de ori, deci:

$$R \sim l.$$

2. Se montează în circuit firele întinse între perechea de borne CD și apoi EF, introducînd astfel în circuit fire din același material dar de secțiuni de 2 și de 3 ori mai mari. Menținînd tensiunea constantă se observă o creștere de 2 și de 3 ori a intensității curentului citită la ampermetrul A, deci:

$$R \sim \frac{l}{S}.$$

3. Montînd în circuit conductori de aceeași lungime și secțiune dar de natură diferită se observă că intensitatea curentului electric se modifică de la un conductor la altul. Mărimea fizică cu ajutorul căreia se urmărește dependența dintre natura conductorului și rezistența electrică se notează cu ρ și este denumită *rezistivitate electrică*.

Reunind aceste dependențe, într-o singură expresie, rezistența electrică se scrie:

$$R = \rho \frac{l}{S}. \qquad (9.4.)$$

Rezistivitatea electrică, dimensional, se exprimă în:

$$[\rho]_{SI} = \Omega \cdot m.$$

Realizînd montajul din figura 9.11 se poate arăta ușor că rezistența electrică variază cu temperatura. Ținîndu-se cont de faptul că lungimea variază foarte puțin cu temperatura, iar secțiunea și mai puțin, se ajunge la concluzia că variația rezistenței provine din variația rezistivității. Pentru o variație de temperatură nu prea mare, rezistivitatea electrică depinde de temperatură, după expresia:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot t) \qquad (9.5)$$

în care:

ρ_0 este rezistivitatea electrică la temperatura de 0°C;

ρ este rezistivitatea electrică la temperatura de t°C;

α este coeficientul de temperatură al rezistivității.

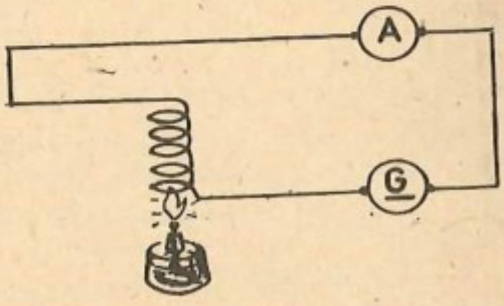
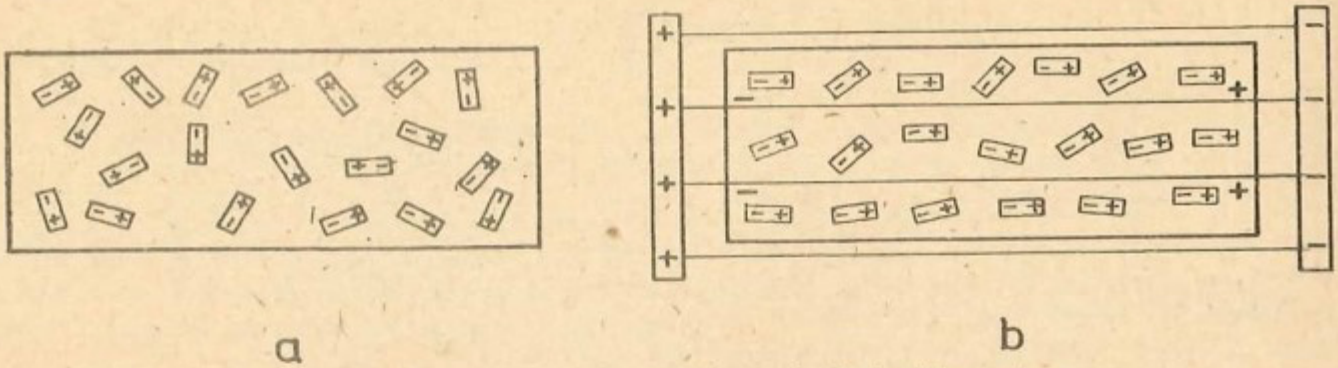


Fig. 9.11. Circuit pentru ilustrarea dependenței rezistenței electrice de temperatură.



a b

Fig. 8.29. Schema polarizării unui dielectric polar:
a) dielectricul în absența cîmpului electric extern; b) dielectricul în prezența unui cîmp electric extern se electrizează la capete, datorită alinierii axelor dipolilor în lungul liniilor de cîmp.

de două sarcini electrice egale și de semne contrare. Axa dipolului este dreapta care unește centrele celor două sarcini. În lipsa unui cîmp electric extern, axele dipolilor dintr-un dielectric polar sînt orientate dezordonat, în toate direcțiile (fig. 8.29, *a*), datorită agitației termice. Prin introducerea dielectricului într-un cîmp electric, axele dipolilor tind să se orienteze în lungul liniilor de cîmp (fig 8.29, *b*). Sarcina pozitivă a dipolului este deplasată în sensul cîmpului aplicat, iar cea negativă în sens invers. Alinierea axelor nu va fi perfectă, datorită agitației termice; ea poate crește prin scăderea temperaturii sau prin creșterea intensității cîmpului electric. Datorită alinierii dipolilor în cîmp, la cele două capete ale dielectricului rămîn sarcini electrice necompensate, astfel încît un capăt al dielectricului se electrizează pozitiv, iar celălalt negativ. Fenomenul de apariție a sarcinilor induse la capetele dielectricului într-un cîmp electric este numit *polarizarea dielectricului*.

Și dielectricii cu molecule nepolare se polarizează prin introducerea în cîmp electric; sub acțiunea cîmpului electric, centrul sarcinilor pozitive din fiecare moleculă se separă de centrul sarcinilor negative în lungul liniilor de cîmp, astfel încît la capetele dielectricului apar sarcini induse, egale și de semne opuse.

Indiferent dacă dielectricul este polar sau nu, sarcinile de polarizare apar astfel încît cîmpul creat de ele, de intensitate $\vec{E}_p$ să se opună cîmpului electric extern, de intensitate $\vec{E}_0$, care induce aceste sarcini (fig. 8.30). *Cîmpul electric rezultant în dielectric are intensitatea* $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ *mai mică decît a cîmpului exterior.*

Dacă într-un cîmp electric uniform se introduce un dielectric, atunci intensitatea cîmpului va fi $\vec{E}_0$ în punctele din afara dielectricului și $\vec{E} < \vec{E}_0$ în punctele din dielectric (fig. 8.31). Rezultă că intensitatea cîmpului electric într-un punct este dată de *totalitatea sarcinilor prezente*, atît cele libere (sarcinile electrice de pe armăturile condensatorului în fig. 8.31), cît și cele de polarizare.

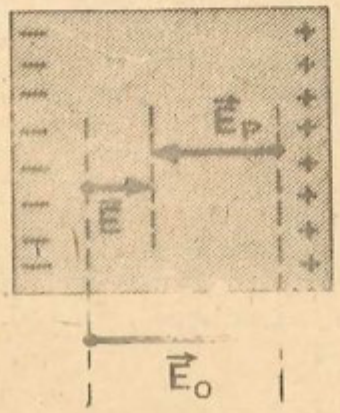


Fig. 8.30. Sarcinile de polarizare de la capetele dielectricului produc un cîmp electric de intensitate $\vec{E}_p$, opus cîmpului extern de intensitate $\vec{E}_0$, astfel încît cîmpul rezultant în dielectric are intensitatea $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$, mai mică decît $\vec{E}_0$.

Expresia (9.6) este cunoscută sub numele **de legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit.**

Ea poate fi extinsă și pentru un circuit care conține un generator de tensiune electromotoare (E) și rezistență interioară (r), înseriat cu un consumator de rezistență (R) (fig. 9.5).

Se știe că tensiunea electromotoare (t.e.m.) a generatorului determină mișcarea purtătorilor de sarcină, atît pe circuitul exterior de rezistență (R) cît și pe cel interior de rezistență (r), determinînd căderile de tensiune (U) și respectiv (u). Sensul fizic al căderii de tensiune este energia, corespunzătoare unității de sarcină electrică, disipată de sistem datorită ciocnirilor în rețea.

Conform relației (9.6) aceste căderi de tensiune pot fi scrise și sub forma:

$$U = I \cdot R; \qquad u = I \cdot r.$$

Înlocuind aceste expresii în relația (9.3), se obține:

$$E = IR + Ir, \qquad E = I(R + r)$$

sau,

$$I = \frac{E}{R + r}. \tag{9.7}$$

Relația (9.7) este cunoscută sub numele de **legea lui Ohm pentru un circuit simplu.** Aceasta se enunță astfel:

Intensitatea curentului electric printr-un circuit este direct proporțională cu tensiunea electromotoare din circuit și invers proporțională cu rezistența totală a circuitului.

9.2.4. **Reostate.** Exemplu. Dispunem de un bec cu rezistența de 3 Ω și care poate suporta un curent electric cu intensitatea de 2 A. Generatorul de care dispunem are la borne tensiunea de 12 V. Dacă becul s-ar lega direct la bornele generatorului, prin acesta ar urma să treacă un curent cu intensitatea de 4 A, deci mult prea mare față de intensitatea curentului ce o poate suporta. Pentru a-l aduce la parametrii nominali de funcționare, se leagă în circuit un rezistor cu rezistența variabilă, care să permită modificarea rezistenței totale în circuitul exterior. Aceste rezistoare cu rezistență variabilă sînt cunoscute în fizică sub numele de reostate.

După modul cum se realizează variația rezistenței electrice, reostatele pot fi:

a) Reostat cu cursor sau cu contact electric alunecător (fig. 9.12).

El se caracterizează prin aceea că prin deplasarea contactului alunecător C de la M spre N, rezistența variază (datorită variației lungimii după relația $R = \rho \frac{l}{S}$) de la zero la R. Se folosește în electrotehnică.

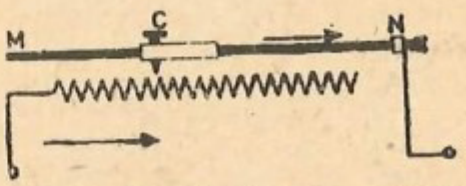


Fig. 9.12. Reostat cu cursor.

b) Reostat cu manetă (fig. 9.13). Acesta se caracterizează prin aceea că, rotind maneta în jurul axului S, de la poziția 0 la poziția 6,

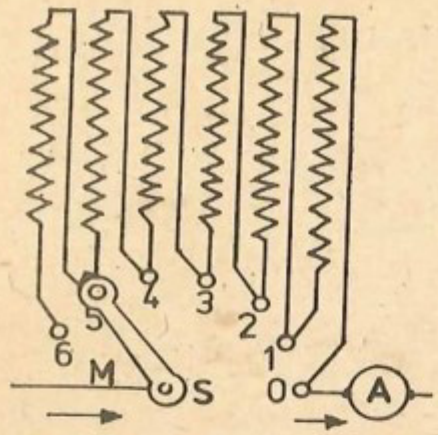


Fig. 9.13. Reostat cu manetă.

rezistența electrică se modifică în trepte de la valoarea 0 la valoarea R. Se folosește în industria electrotehnică, la echiparea tramvaielor etc.

9.2.5. **Legile lui Kirchhoff.** Utilizarea zilnică a energiei electrice impune folosirea unor circuite electrice mai complicate, cu mai multe ramificații decît cele la care ne-am referit pînă aici. Aceste circuite electrice cu mai multe ramificații sînt cunoscute sub numele de rețele electrice. O rețea electrică este alcătuită, în principal, din mai multe ramificații prin care circulă curenți de diverse intensități. Aceste ramificații determină existența următoarelor elemente de bază ale rețelei:

— latura (ramura) rețelei; nodul de rețea; ochiul de rețea.

Înțelegem prin nod orice punct al unei rețele electrice în care se întîlnesc cel puțin 3 consumatori. Latura (ramura) este porțiunea de rețea cuprinsă între două noduri, iar ochiul de rețea este conturul poligonal închis, alcătuit prin succesiunea mai multor consumatori sau surse (ce formează laturile rețelei).

Aceste elemente pot fi identificate pe rețeaua din figura 9.14: punctele A, B, C, D, F sînt noduri; AB, BC, CD etc. sînt laturi, iar conturul poligonal închis $ABCDA$ este un ochi de rețea.

Kirchhoff a demonstrat, în anul 1847, două legi pentru rețelele electrice, una se referă la nodurile rețelei și cealaltă la ochiurile de rețea.

Legea I

Fie nodul din figura 9.15 în care intră curentul I și ies curenții I_1, I_2, I_3 și I_4. Să înconjurăm nodul cu o suprafață S. Să presupunem că în această suprafață intră o sarcină electrică Q. Cum în interiorul suprafeței S sarcina nu se acumulează și nici nu dispare trebuie ca în același interval de timp prin ramurile 1—4 să iasă sarcina

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q.$$

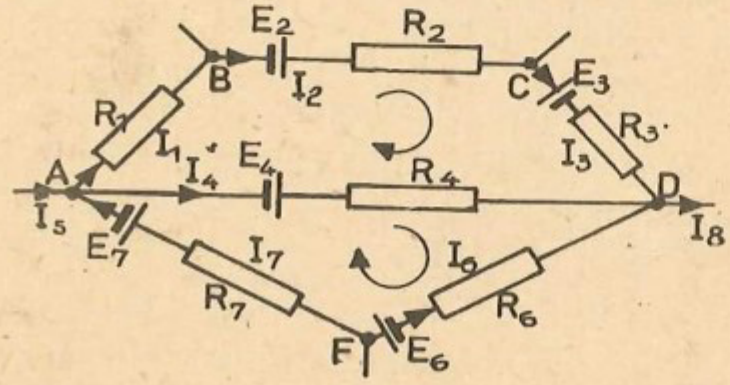


Fig. 9.14. Exemplu de rețea electrică.

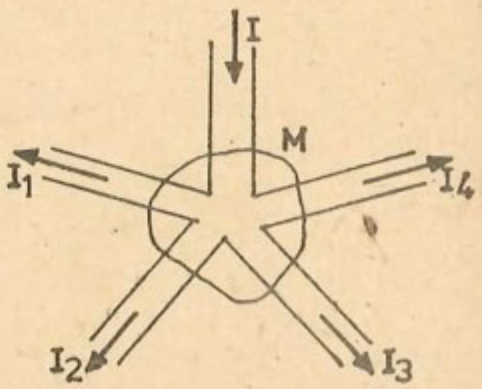


Fig. 9.15. Teorema I a lui Kirchhoff.

În timpul t variația sarcinii electrice este deci nulă și putem scrie:

$$\frac{Q}{t} = \frac{Q_1}{t} + \frac{Q_2}{t} + \frac{Q_3}{t} + \frac{Q_4}{t}$$

sau

$$I - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

Făcînd convenția $I > 0$ pentru orice curent care intră în nod și $I < 0$ pentru curenții care ies din nod, obținem:

Suma algebrică a intensităților curenților electrici care se întîlnesc într-un nod de rețea este egală cu zero:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0. \tag{9.8}$$

Aceasta este o altă formă a legii de conservare a sarcinii electrice.

La aplicarea acestei legi pentru cele (n) noduri ale unei rețele, se pot obține (n) ecuații. Dintre acestea numai $(n - 1)$ sînt independente, cea de-a n-a decurge întotdeauna din celelalte.

Legea a II-a

Pentru fiecare rețea, se alege pe fiecare ramură cîte un sens al curentului electric. Pentru fiecare ochi, se propune un sens arbitrar de parcurs (așa cum, în fig. 9.14, pentru ochiul $ADFA$ s-a ales sensul orar). Dacă sensul ales de noi pentru parcurgerea ochiului coincide cu sensul ales pentru curentul electric din ramură, atunci produsul IR are semnul pozitiv, în caz contrar are semnul negativ.

T.e.m. este pozitivă, dacă sensul de parcurs ales de noi pentru ochi parcurge sursa în sens direct (de la borna negativă la cea pozitivă), în caz contrar semnul tensiunii electromotoare este negativ.

Legea a doua a lui Kirchhoff afirmă că:

De-a lungul conturului unui ochi de rețea, **suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a produselor dintre intensitatea curentului și rezistența totală pentru fiecare ramură.** Forma algebrică a acesteia este:

$$\sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{j=1}^{m} I_j R_j. \tag{9.9}$$

Cu ajutorul acestei legi se pot obține ecuații numai pentru ochiurile independente (acele contururi poligonale formate din laturi în care cel puțin una nu aparține și altor ochiuri).

De exemplu, pentru ochiul de rețea $ADFA$ (fig. 9.14) putem scrie:

$$E_4 + E_6 - E_7 = I_4 R_4 - I_6 R_6 + I_7 R_7.$$

9.2.6. **Gruparea rezistoarelor.** Am definit, în paragraful anterior, rețeaua electrică și am văzut că aceasta este formată dintr-o combinație de mai mulți consumatori care pot fi legați între ei în mai multe feluri.

Cele mai simple combinații, ce se pot realiza cu mai multe rezistoare date, de rezistențe cunoscute, sînt gruparea în serie și gruparea în paralel.

Problema care se pune este aceea de a găsi un rezistor echivalent ca rezistență electrică cu rezistența grupării date. Acest rezistor montat între aceleași două puncte ca și gruparea înlocuită va determina aceeași cădere de tensiune U.

a) *Conexiunea serie* a rezistoarelor arată ca în figura 9.16.

Fie U căderea de tensiune măsurată cu voltmetrul între capetele grupării și U_1, U_2, U_3 căderile de tensiune pe fiecare rezistor de asemenea măsurate cu voltmetrul.

Fie I intensitatea curentului citit la ampermetru.

Conform legii lui Ohm (9.6), căderile de tensiune pe fiecare rezistor le putem scrie:

$$U_1 = IR_1; \quad U_2 = IR_2; \quad U_3 = IR_3.$$

Dar rezistența R fiind rezistența echivalentă grupării avem $U = IR$. Conform legii lui Kirchhoff, forma (9.9) putem scrie:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

sau

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

deci,

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Generalizînd această ultimă expresie pentru un număr n de rezistoare se obține:

$$R_{es} = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (9.10)$$

în care: R_{es} este rezistența echivalentă a conexiunii serie iar, R_i, rezistența fiecărui rezistor.

b) *Conexiunea derivație* (paralel) a rezistoarelor se face ca în figura 9.17.

În cazul rezistoarelor din figură, cînd se aplică o tensiune electrică U între punctele B și C, fiecare rezistor va fi parcurs de un curent electric diferit, respectiv I_1, I_2, I_3.

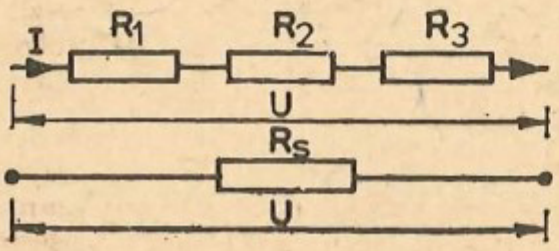


Fig. 9.16. Conexiunea serie a rezistoarelor.

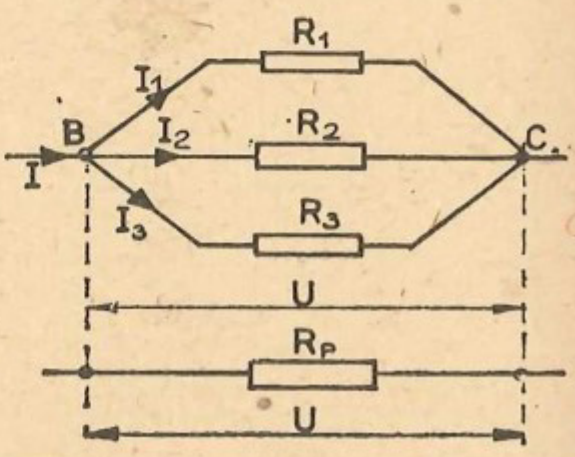


Fig. 9.17. Conexiunea paralel a rezistoarelor.

Înlocuind gruparea printr-un rezistor de rezistență R vom avea $I = U/R$. Intensitatea curentului electric pe fiecare ramură, conform legii lui Ohm (9.6), se poate scrie:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Aplicînd prima lege a lui Kirchhoff pentru nodul B, putem scrie:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

sau

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

deci:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Generalizînd această ultimă relație, pentru un număr finit de rezistoare, obținem:

$$\frac{1}{R_{ep}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (9.11)$$

în care R_{ep} este rezistența echivalentă a conexiunii paralel iar, R_i, rezistența nominală a fiecărui rezistor.

PROBLEME REZOLVATE

1. Două generatoare cu tensiunea electromotoare de 7 V și rezistența interioară 0,2 Ω sînt legate în serie la bornele unui rezistor cu rezistența de 6,6 Ω.
Care este intensitatea curentului electric ce străbate fiecare generator electric?
Aplicînd legea (9.9) obținem:

$$I = \frac{2E}{R + 2r}.$$

Prin rezolvare numerică se obține:

$$I = 2\text{A}.$$

2. Un ampermetru pentru măsurarea curenților foarte mici (galvanometru) are rezistența interioară de 150 Ω și poate măsura curenți pînă la 10 mA. Ce modificări trebuie făcute acestui aparat pentru a-l putea folosi și la măsurarea curenților de 1 A și cît de mare trebuie să fie rezistența introdusă în schema aparatului?

Rezolvare. Ne reamintim, desigur, că nodul, într-o rețea, are proprietatea de a diviza curentul electric. Cum ampermetrul se montează în serie într-o ramură, ne dăm seama că în situația în care intensitatea curentului electric ce dorim s-o măsurăm depășește scala aparatului, aducerea acestuia în scală se face prin conectarea unei alte rezistențe în paralel cu rezistența interioară a aparatului. Această rezistență legată în paralel este cunoscută sub numele de *rezistență șunt*.

Aplicînd în schema din figura 9.18, legile (9.8) și (9.9) pentru punctul (B) și respectiv ochiul de rețea se obține:

$$I = I_A + I_s;\ I_A R_A = I_s R_s.$$

Prin înlocuirea numerică și rezolvarea sistemului, se obține:

$$R_s = \frac{R_A}{100 - 1}.$$

Prin generalizare se obține:

$$R_s = \frac{R_A}{n - 1}$$

în care: R_s = rezistența electrică șunt; R_A = rezistența interioară a ampermetrului;

$$n = \frac{I}{I_A}.$$

3. Un rezistor în regim de funcționare se încălzește excesiv. În căutarea cauzelor, va trebui să măsurăm și căderea de tensiune pe rezistor. Singurul instrument de care dispunem este un voltmetru care, montat la bornele rezistorului, iese din scală. Cum trebuie procedat cu instrumentul, pentru a putea măsura cu el căderea de tensiune pe rezistor?

Rezolvare. Se știe că înserierea rezistoarelor introduce divizarea tensiunii, de aceea, și în acest caz, pentru aducerea instrumentului în scală, vom proceda la înserierea unei rezistențe cu rezistența interioară a instrumentului. Această nouă rezistență este cunoscută sub numele de rezistență adițională.

Aplicînd, în schema din figura 9.19, legea (9.9) pentru ochiul din circuit, obținem:

$$U_R = U_V + U_a.$$

Cum, $U_R = nU_V$ din relația anterioară, se obține:

$$U_a = U_V(n - 1).$$

Prin voltmetru și rezistența adițională, intensitatea curentului este aceeași și deci:

$$I_V = I_a$$

sau,

$$\frac{U_V}{R_V} = \frac{U_V(n - 1)}{R_a}$$

sau,

$$R_a = R_V(n - 1).$$

S-au folosit notațiile:

U_R = căderea de tensiune pe rezistorul de măsurat;
U_V = căderea de tensiune pe rezistența voltmetrului;
U_a = căderea de tensiune pe rezistența adițională;
I_V = intensitatea curentului prin rezistența voltmetrului;
I_a = intensitatea curentului prin rezistența adițională;
R_a = rezistența adițională;
R_V = rezistența voltmetrului.

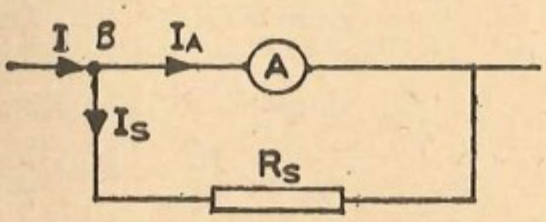


Fig. 9.18. Schemă pentru rezolvarea problemei 2.

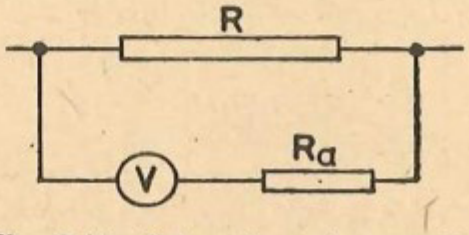


Fig. 9.19. Schemă pentru rezolvarea problemei 3.

4. Fie reţeaua din figura 9.20 în care se cunosc: $E_1 = 48$ V; $E_2 = 8$ V; $R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 3\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$ (aşezată între A şi B). Să se determine intensitatea curentului prin fiecare ramură a reţelei.

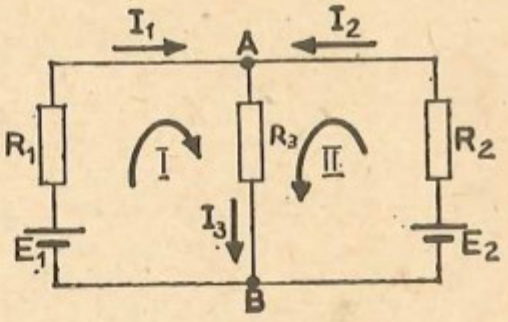


Fig. 9.20. Schemă pentru rezolvarea problemei 4.

Rezolvare. Reţeaua are 2 noduri (A şi B) şi 3 laturi. Conform celor discutate la legile lui Kirchhoff, această reţea ne permite scrierea unei ecuaţii pentru noduri şi a două ecuaţii pentru ochiurile independente. Alegem sensul curenţilor prin laturi precum şi sensul de parcurgere a ochiurilor, cele indicate pe figură. Astfel, rezultă ecuaţiile:

pentru nodul A: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$;

pentru ochiul AR_1B: $R_1I_1 + R_3I_3 = E_1$;

pentru ochiul AR_2B: $R_3I_3 + R_2I_2 = E_2$.

Prin înlocuire numerică şi rezolvarea sistemului, rezultă:

$$I_1 = 14\ \text{A};\quad I_2 = -4\ \text{A};\quad I_3 = 10\ \text{A}.$$

Curenţii I_1 şi I_3 sînt pozitivi, deci sensul lor real coincide cu sensul ales arbitrar. Curentul I_2 este negativ, ceea ce înseamnă că sensul lui real este opus celui propus de noi.

ÎNTREBĂRI, EXERCIŢII, PROBLEME

1. Viteza de transport a electronilor într-un conductor electric este dată de expresia:

$$v_t = \frac{I}{n \cdot A \cdot e}$$

în care: n este numărul purtătorilor de sarcină din unitatea de volum, A este aria transversală a conductorului, e este sarcina electrică a unui purtător de sarcină.

Fie un conductor de cupru de lungime (l) şi diametru (d), la capetele căruia aplicăm o tensiune U. Cum se va modifica viteza de transport a electronilor dacă:

a) dublăm tensiunea;

b) dublăm lungimea;

c) dublăm diametrul?

d) Încercaţi să deduceţi relaţia de mai sus.

2. Viteza de transport a electronilor în conductoarele metalice este de aproximativ $4 \cdot 10^{-4}$ m/s.

Cum explicăm, în aceste condiţii, aprinderea unui bec dintr-o cameră aproape simultan cu bascularea comutatorului?

3. Ce se întîmplă dacă se introduc din greşeală conductoarele de legătură la bornele unui ampermetru în priza de tensiune a reţelei electrice?

4. Prin şinele unei linii de tramvai circulă curenţi electrici de intensitate foarte mare. Există pericolul electrocutării, dacă atingem ambele şine o dată? Dar dacă atingem o şină şi conductorul aerian în acelaşi timp?

5. Tabloul de distribuţie al unei instalaţii electrice dispune de un ampermetru şi un voltmetru. În timpul funcţionării, un lucrător atinge din greşeală cu partea metalică

a şurubelniţei ambele borne ale ampermetrului. S-a întîmplat ceva? Dar dacă atingea din greşeală ambele borne ale voltmetrului, ce se întîmpla?

6. Din dorinţa de a vedea care este curentul de alimentare a unui reşou, conectăm în serie cu acesta un ampermetru şi astfel facem legăturile la priza de tensiune. Controlînd indicaţiile ampermetrului, constatăm că intensitatea curentului în reşou nu este constantă. Explicaţi aceasta şi reprezentaţi grafic funcţia $I = f(R)$.

7. Se poate măsura rezistenţa electrică a unui conductor de formă inelară? Cum?

8. Ce deosebire există între conductoarele cu care se realizează reşourile şi cele cu care se realizează siguranţe fuzibile? Pe lîngă deosebirile de ordin geometric sînt şi deosebiri de structură? Explicaţi această deosebire?

9. Se pot realiza condiţii ca diferenţa de potenţial de la bornele unei surse să fie mai mare decît t.e.m. a sursei? În ce condiţii?

10. Pentru o lampă cu incandescenţă putem aplica legea lui Ohm la calcularea rezistenţei filamentului? Ce dificultăţi întîmpinăm?

11. Pentru un rezistor neohmic se aplică $U = IR$? Care sînt factorii de eroare?

12. Scade sau creşte tensiunea de la bornele unei grupări de mai multe rezistoare legate în paralel, cînd se scoate din circuit unul dintre aceste rezistoare?

13. Se produce oare un scurtcircuit prin atingerea punctelor M şi N ale reţelei din fig. 9.21? Ce măsoară un voltmetru conectat între aceste puncte? (Toate becurile sînt identice.)

14. Fie reţeaua electrică din fig. 9.22. Precizaţi între ce puncte ale acesteia conductoarele de legătură trebuie să aibă secţiunea mai mare. Consumatorii a, b, c sînt identici.

15. Un receptor cu rezistenţa de 11 Ω este conectat la tensiunea de 220 V, printr-un conductor de 0,4 Ω. Care este căderea de tensiune pe conductor şi pe receptor?

R: 7,7 V; 212,3 V.

16. Care este intensitatea curentului electric ce trece printr-un conductor de cupru lung de 170 m şi cu secţiunea de 16 mm², conectat la tensiunea de 220 V, ştiind că de-a lungul conductorului se produce o cădere de tensiune de 6%?

R: 73 A.

17. La bornele unui receptor cu rezistenţa de 2 Ω este montată o sursă electrică cu rezistenţa interioară 0,3 Ω şi t.e.m. de 130 V. Conductoarele de legătură au fiecare rezistenţa de 0,15 Ω. Care este căderea de tensiune pe linia de alimentare şi care este tensiunea la bornele sursei?

R: 15 V; 115 V.

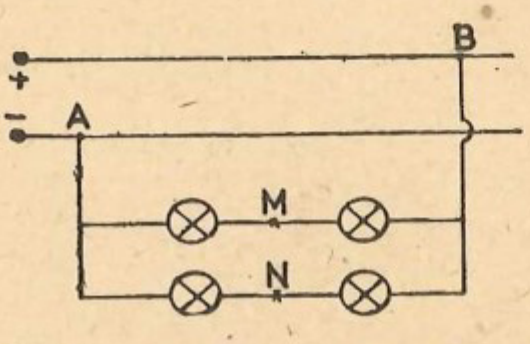


Fig. 9.21. Schemă pentru rezolvarea problemei 13.

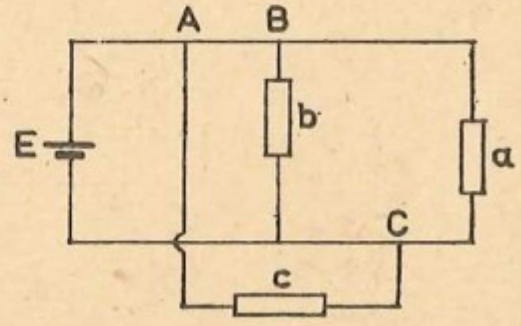


Fig. 9.22. Schemă pentru rezolvarea problemei 14.

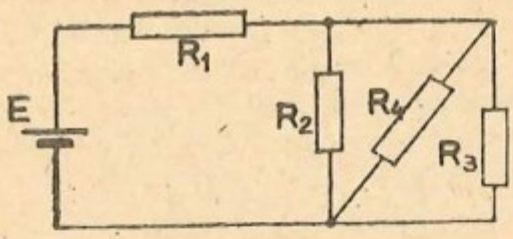


Fig. 9.23. Schemă pentru rezolvarea problemei 18.

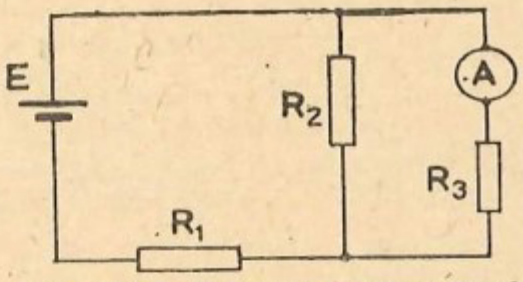


Fig. 9.24. Schemă pentru rezolvarea problemei 19.

18. Care este rezistența echivalentă a rețelei din fig. 9.23 și care sînt intensitățile curenților din fiecare rezistor, dacă: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 50\ \Omega$, $R_4 = 75\ \Omega$, $E = 6{,}0$ V?

R: 118,75 Ω; 0,05 A; 0,02 A; 0,02 A; 0,01 A.

19. Fie rețeaua electrică din fig. 9.24, în care se dau: $E = 5$ V, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$. Să se determine:
a) intensitatea curentului prin fiecare rezistor;
b) ce indică ampermetrul, dacă schimbăm locul acestuia cu sursa?

R: 1,14 A; 0,68 A; 0,45 A; 0,68 A.

20. Care este rezistența echivalentă între bornele A și B ale circuitelor din:
a) figura 9.25, a;
b) figura 9.25, b?
Presupunem că rezistența fiecărui rezistor este egală cu 10 Ω.

R: R.

21. Două elemente galvanice identice cu t.e.m. de 2 V și rezistența internă r se leagă în serie printr-un rezistor de rezistență 3 Ω. Știind că o singură sursă ar debita prin rezistor un curent de 0,5 A, să se calculeze intensitatea curentului în cazul legării în serie și în cazul legării în paralel.

R: 0,8 A; 0,57 A.

22. Unui potențiometru cu rezistența de 4 kΩ, i se aplică la borne tensiunea de 110 V. Un voltmetru cu rezistența de 10 kΩ este legat între un capăt al potențiometrului și cursor. Ce tensiune indică voltmetrul, dacă cursorul se află la mijlocul înfășurării potențiometrului?

R: 50 V.

23. Un circuit este format din 9 rezistoare având fiecare rezistența de 11 Ω. Acestea sînt așezate pe laturile unui hexagon, precum și pe cele trei diagonale ce pleacă din același vîrf. Să se determine rezistența echivalentă a rețelei astfel formată între extremitățile diagonalei celei mai mari.

R: 5 Ω.

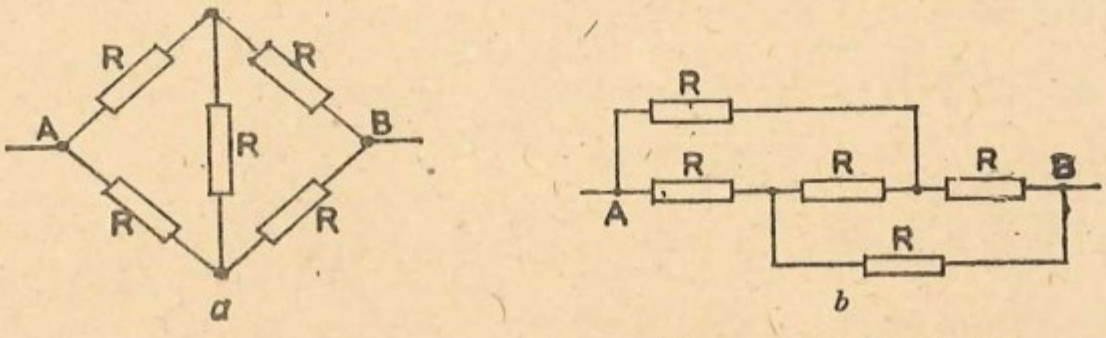


Fig. 9.25. Schemă pentru rezolvarea problemei 20.

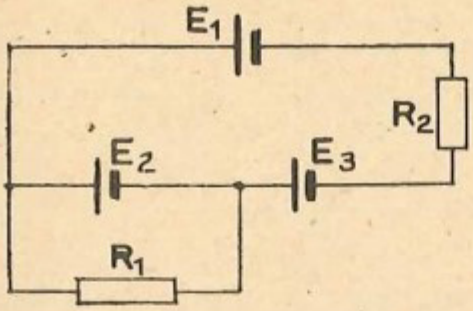


Fig. 9.26. Schemă pentru rezolvarea problemei 25.

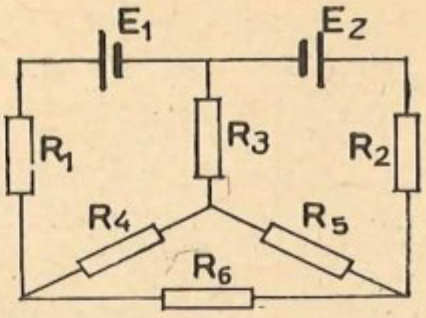


Fig. 9.27. Schemă pentru rezolvarea problemei 26.

24. O baterie debitează pe o rezistență exterioară de 10 Ω un curent de 3 A. Dacă se înlocuiește rezistența de 10 Ω cu una de 20 Ω, atunci intensitatea curentului devine 1,6 A. Ce t.e.m. și ce rezistență interioară are bateria?

R: 34,3 V; 1,43 Ω.

25. Fie rețeaua electrică din fig. 9.26, în care cunoaștem: $E_1 = 6$ V, $E_2 = 5$ V, $E_3 = 4$ V, $R_1 = 100$ Ω și $R_2 = 50$ Ω. Să se calculeze:

a) intensitatea curentului prin fiecare rezistor;

b) tensiunea între electrodul pozitiv al lui E_2 și cel negativ al lui E_3.

R: 0,05 A; 0,06 A; 9 V.

26. În rețeaua din figura 9.27, se cunosc: $E_1 = 40$ V, $E_2 = 20$ V; $R_1 = 2$ Ω; $R_2 = 2$ Ω; $R_3 = 1$ Ω; $R_4 = 8$ Ω; $R_5 = 4$ Ω și $R_6 = 6$ Ω. Să se calculeze intensitatea curentului în fiecare ramură.

R: 5 A; 1 A; 6 A; 3 A; 3 A; 2 A.

9.3. ENERGIA ȘI PUTEREA CURENTULUI ELECTRIC

În practica de toate zilele, luăm cunoștință cu efectele curentului electric, prin aplicațiile multiple ale acestuia. Efectele curentului electric (termic, electrochimic și magnetic) au la origine aceeași cauză — cîmpul electric — care, prin intermediul ghidajelor de cîmp, transmite energia generatoarelor către consumatori. Ajunsă aici, aceasta se transformă în:

— lucru mecanic, ca în cazul strungurilor;

— energie termică, ca în cazul reșourilor;

— energie chimică, ca în cazul unui acumulator pus la încărcat. Ce se întîmplă de fapt?

Fie un circuit format dintr-o sursă de t.e.m. E, rezistență interioară r și un consumator necunoscut X (fig. 9.28).

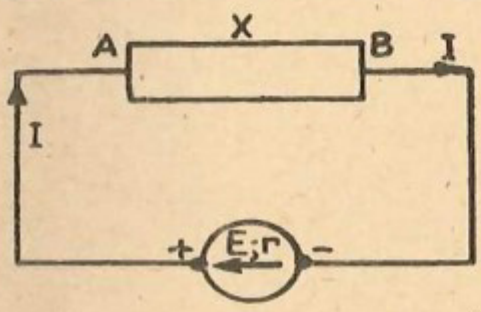


Fig. 9.28. Circuit pentru legea Joule.

Borna A, a consumatorului, fiind legată la borna pozitivă a sursei, se va găsi la un potențial electric superior bornei B. Astfel, cîmpul electric imprimat de sursă va determina mișcarea dirijată a purtătorilor de sarcină și prin consumatorul X.

Fie q sarcina electrică a purtătorilor ce străbat consumatorul X.

Lucrul mecanic efectuat pentru antrenarea cu viteză constantă a acestor purtători este $L = qU_{AB}$, în care U_{AB} este căderea de tensiune

pe consumatorul X. Energia necesară pentru efectuarea lucrului mecanic este asigurată de cîmpul electric.

Legea conservării energiei ne spune că această energie electrică o vom regăsi în consumatorul X sub altă formă de energie, depinzînd de felul consumatorului X. Dacă consumatorul X este un electromotor, energia ce-o primește va fi transformată în principal în lucru mecanic; dacă este un reșou, energia primită se va transforma în energie termică.

Energia transformată de consumator în intervalul de timp t se poate scrie sub forma:

$$W = U_{AB} \cdot q \text{ sau,} \tag{9.12}$$

$$W = U_{AB} It. \tag{9.13}$$

Sub aspect microscopic, aceasta trebuie înțeleasă astfel: purtătorii de sarcină, la trecerea prin punctul A, au pe lîngă energia potențială și o energie cinetică, căreia îi corespunde o viteză medie de transport v_A. Aceasta este aceeași și în punctul B. Energia potențială pe care purtătorii o pierd în consumator nu se transformă în energie cinetică de transport a purtătorilor de sarcină, ci în energie cinetică de vibrație a rețelei cristaline. Aceasta din urmă duce la creșterea energiei interne a rețelei și deci la încălzirea și creșterea temperaturii acesteia. Acest efect termodinamic, ireversibil, se numește *efect Joule*.

Dacă consumatorul X este un rezistor de rezistență R, combinînd ecuația (9.13) cu legea lui Ohm (9.6), pentru consumatorul R se obține:

$$W = \frac{U_{AB}^2}{R} \cdot t \tag{9.14}$$

$$W = I^2 Rt. \tag{9.15}$$

Observații: Expresia (9.13) se aplică la transformarea energiei electrice în orice altă formă de energie. Expresiile (9.14) și (9.15) se aplică numai la transformarea energiei electrice în energie termică. Această transformare are loc numai dacă în circuit există un rezistor cu $R \neq 0$.

Expresiile (9.14 și 9.15) sînt cunoscute sub numele de *legea lui Joule*, numele celui care le-a găsit experimental (1841).

Unitatea de măsură pentru energia rezultată din aceste transformări este *un joule*.

În practică se mai folosește și 1 kWh (1 kWh $= 3{,}6 \cdot 10^6$ J).

Așa cum se știe din clasa a IX-a, energia dezvoltată în unitatea de timp poartă numele de putere. Și în cadrul fenomenelor electrice, energia dezvoltată în unitatea de timp la bornele unui consumator se numește putere electrică și se scrie sub forma:

$$P = U \cdot I.$$

Pentru un circuit întreg, puterea dezvoltată de sursă se va scrie:

$$P = E \cdot I.$$

Puterea electrică disipată de un consumator de rezistență electrică R, sub formă de căldură se scrie sub forma:

$$P = I^2 \cdot R.$$

Pentru un circuit întreg cu rezistența totală $(R + r)$, puterea disipată sub formă de căldură se scrie:

$$P = I^2(R + r).$$

Aplicații practice ale efectului termic. Efectul termic, adică încălzirea conductoarelor prin care circulă curentul electric, are numeroase aplicații practice.

1) Lămpi electrice cu incandescență. Un corp încălzit foarte puternic se înroșește, devine luminos și radiază lumină și căldură în spațiul înconjurător. Firele metalice prin care circulă curent electric pot deveni și ele incandescente, adică emițătoare de lumină și căldură în spațiul înconjurător. Pe baza acestui fenomen se construiesc lămpile cu incandescență, numite obișnuit becuri electrice. Filamentele becurilor se fac din metale cu temperatura de topire foarte ridicată (peste 2 800°C) ca tungsten, osmiu, tantal. Tubul de sticlă în care se găsește filamentul este golit de aer sau umplut cu un gaz inert la o presiune foarte joasă. Pentru a spori randamentul lămpii, filamentul este făcut din fire metalice foarte subțiri (cu diametrul de cîteva sutimi de milimetru) spiralate sau dublu spiralate.

2) Aparate de încălzit electrice. Acestea au cele mai variate forme și întrebuințări: radiator, fier de călcat, reșou, ciocan de lipit, sobă etc. Sursa de căldură a acestor instalații este un rezistor cu rezistivitate mare care, fiind parcurs de un curent electric, se încălzește. Aparatele de uz casnic funcționează la o temperatură sub 1 000°C, pentru aceasta rezistorul lor poate fi făcut din fir de crom-nichel.

În tehnică sînt necesare instalații care să asigure temperaturi mai ridicate. În acest scop se folosesc rezistoare făcute din molibden, care rezistă pînă la 2 100°C sau din tungsten care suportă 2 800°C.

3) Cuptoare electrice cu rezistență. Pentru încălzirea unor piese sau topirea acestora, în industrie sînt folosite cuptoarele cu rezistență. Asemenea cuptoare servesc în metalurgie la călirea oțelurilor, în industria sticlei la topirea sticlei etc. Căldura necesară este produsă prin efect termic, adică prin trecerea curentului electric prin rezistoarele care înconjură un creuzet alcătuit din substanță refractară.

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Este cunoscut cît sînt de distrugătoare efectele unui trăznet. Cu energia electrică a unui trăznet, un fier electric de călcat funcționează doar cîteva minute. Cum se explică aceasta?
2. Ce se întîmplă dacă, din greșeală, punem în contact, printr-un obiect metalic, două puncte ale spiralei unui reșou aflat în funcțiune?
3. Dispunem de doi consumatori, unul de putere mare (1 000 W) iar celălalt de putere mică (20 W), amîndoi consumatorii funcționează normal la 110 V. Ce putem spune despre funcționarea acestora, dacă sînt legați în paralel la tensiunea de 220 V? Dar dacă îi legăm în serie?
4. Luăm două conductoare, unul din cupru și celălalt din aluminiu, de aceeași lungime și aceeași secțiune. Cu acestea realizăm un circuit serie, prin care se trece un curent electric, din ce în ce mai mare. La un moment dat, unul dintre conductoare se încălzește la incandescență. Care conductor se înroșește și de ce nu se înroșesc amîndouă deodată?

5. Cînd consumă mai multă energie electrică un fierbător electric: cînd funcţionează în gol sau cînd încălzeşte un lichid?

6. Două rezistoare R_1 şi R_2 pot fi legate sau în serie sau în paralel la bornele unei baterii de t.e.m. E şi de rezistenţă interioară zero. Dorim ca efectul Joule pentru legarea în paralel să fie de cinci ori mai mare decît cel corespunzător legării în serie. Dacă $R_1 = 100\ \Omega$ cît este R_2?

7. Patru reşouri de cîte 100 W fiecare sînt legate în toate combinaţiile posibile serie şi paralel. Fiecare circuit astfel format este conectat la tensiunea de 100 V. Ce putere va disipa fiecare sistem de reşouri în parte?

R. 400 W, 100 W, 75 W, 25 W.

8. La reţeaua de 220 V se leagă în paralel un reşou de 500 W şi o pernă electrică de 60 W. Să se calculeze:
a) intensitatea curentului electric prin ramura principală;
b) rezistenţa electrică a fiecărui consumator.

R: 2,55 A; 96,8 Ω; 806 Ω.

9. Pentru confecţionarea rezistenţei unei plite electrice cu puterea de 600 W, ce funcţionează la 120 V, se foloseşte sîrmă de crom-nichel cu diametrul de 0,75 mm. Cîţi metri de sîrmă ne sînt necesari pentru confecţionarea rezistenţei respective?
$\rho = 11{,}196 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m$.

R: 9,6 m.

10. Un generator electric produce printr-o rezistenţă de 9 Ω o putere electrică. Ce rezistenţă interioară are generatorul dacă el produce aceeaşi putere printr-o rezistenţă de 16 Ω?

R: 12 Ω.

11. Un încălzitor electric are două rezistoare. Timpul de fierbere a cantităţii de apă din încălzitor este t_1, respectiv t_2, după cum se conectează numai primul rezistor sau numai al doilea. Să se calculeze timpul de fierbere al apei, dacă se conectează ambele rezistoare:
a) în serie;
b) în paralel.

R: $t_1 + t_2$; $\dfrac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$.

12. Un bec şi un reostat sînt legate în serie şi formează astfel un circuit electric. Tensiunea la bornele becului este de 60 V, iar rezistenţa reostatului este de 20 Ω. Becul şi reostatul consumă împreună 200 W.
a) Care este intensitatea curentului în circuit?
b) Ce energie electrică consumă becul într-o oră?
c) Care este temperatura filamentului în becul electric, dacă rezistenţa la 0°C este 2,5 Ω, iar coeficientul de temperatură a filamentului este de $5 \cdot 10^{-3}\ grad^{-1}$.

R: 2 A; $432 \cdot 10^3$ J; 2 200°C.

13. Două rezistoare, cu rezistenţele R_1, respectiv R_2, sînt legate în paralel şi alimentate la o sursă de curent continuu sub tensiunea de 110 V. Energia electrică disipată sub formă de căldură de cele două rezistoare este de $55 \cdot 10^3$ J în 100 secunde. Ştiind că $\frac{1}{5}$ din căldură se degajă în rezistorul R_1, iar $\frac{4}{5}$ în R_2, să se calculeze:
a) intensitatea curentului electric prin ramura principală;
b) rezistenţa echivalentă ansamblului celor două rezistoare;
c) rezistenţele R_1 şi R_2;
d) intensitatea curentului prin fiecare rezistor.

R: 5A; 22 Ω; 27,5 Ω; 110 Ω; 1A; 4A.

9.4. CURENTUL ELECTRIC ÎN ELECTROLIȚI

9.4.1. **Disociația electrolitică.** *Experiment.* Fie un vas ce conține apă distilată, iar în interior de o parte și de alta două plăci metalice (fig. 9.29). Între aceste plăci să aplicăm un cîmp electric, cu ajutorul unui generator (alimentator tip Didactica).

Închizînd circuitul cu ajutorul întrerupătorului (K), ampermetrul din circuit sau nu indică prezența unui curent electric, sau arată prezența unui curent de intensitate foarte mică. Cu circuitul închis, să punem în apa distilată din pahar: ori un acid, ori o bază, ori o sare solubilă. Observăm cum ampermetrul ne indică un curent electric de intensitate mare. Pentru înțelegere, vom repeta experimentul astfel:

Schimbăm soluția din vas cu apă distilată. Cu circuitul în faza deschis, punem în apa distilată cîteva cristale de permanganat de potasiu ($KMnO_4$). Observînd vasul dintr-o parte constatăm cum o coloratie violetă se extinde în toate direcțiile. Să închidem apoi circuitul, aplicînd deci între plăci un cîmp electric. Privind vasul tot dintr-o parte, observăm cum coloratia violetă se deplasează spre polul pozitiv (placa metalică legată la polul pozitiv al generatorului). Schimbarea polarității între cele două plăci din vas determină schimbarea sensului de mișcare a coloratiei.

În soluția apoasă, sarea ($KMnO_4$) se separă în ioni pozitivi (K^+) și ioni negativi MnO_4. Ionul negativ fiind colorat, mișcarea acestuia către placa pozitivă poate fi vizualizată destul de ușor.

Acest experiment ne permite să constatăm că permanganatul de potasiu se separă în cei doi ioni ce îl compun în absența cîmpului electric.

Procesul de separare a substanțelor ionice în ioni pozitivi și negativi poartă numele de *disociație electrolitică*. Efectul disociației constă în obținerea unui amestec de ioni negativi și pozitivi într-o soluție, în care aceștia se mișcă haotic.

9.4.2. **Electroliza și legile ei.** Aplicarea cîmpului electric între plăcile metalice ale vasului cu soluție conduce la ordonarea mișcării ionilor respectivi. Astfel, cei negativi se orientează către electrodul pozitiv (placa pozitivă), numit anod, iar cei pozitivi se orientează către electrodul negativ (placa negativă), numit catod.

În felul acesta, în vas, pe direcția cîmpului electric, se realizează mișcarea dirijată a purtătorilor de sarcină (ioni) care determină un curent electric, care se manifestă prin depunere de substanță la electrozii instalației.

Procesul de dirijare a ionilor către electrozi și transformarea lor în atomi sau radicali prin neutralizare se numește *electroliză*.

Experiment. În trei vase identice se introduce soluție de sulfat de cupru, așa fel ca în fiecare pahar să avem altă concentrație și altă temperatură. Cu șase electrozi de cărbune, un alimentator cu tensiune reglabilă, un ampermetru și un întrerupător realizăm montajul din figura 9.30.

Cîntărim electrozii înainte de introducere în vase. Închidem circuitul un interval (t) de timp. Scoatem catozii din fiecare vas, îi uscăm și apoi cîntărim pe fiecare în parte. Constatăm că masa depusă la fiecare catod este aceeași. Deci masa depusă în timpul procesului de electroliză nu depinde nici de concentrația soluției, nici de temperatură.

Menținînd intensitatea curentului în circuit constantă și repetînd experimentul pentru intervale de timp diferite, constatăm că masa depusă la catod depinde direct proporțional de intervalul de timp, cît circuitul a fost închis.

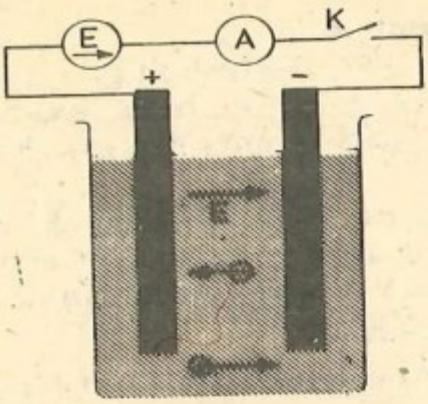


Fig. 9.29. Curentul electric în electroliți.

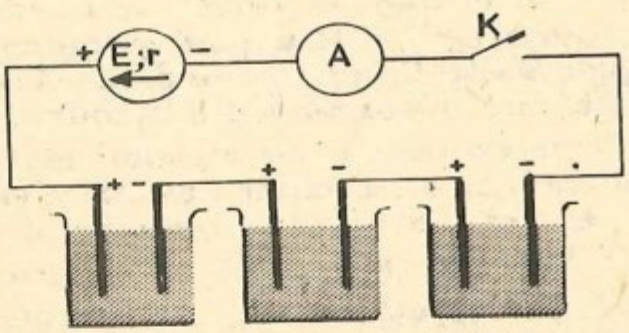


Fig. 9.30. Sistem de vase pentru electroliză.

Repetînd experimentul pentru același interval de timp, dar cu intensități de curent diferite, putem constata cum masa de substanță depusă la catod depinde direct proporțional de intensitatea curentului citită la ampermetru.

Rezumînd aceste dependențe într-o singură expresie se obține:

$$m = KI \cdot t.$$

Cum: $I \cdot t = Q$, putem scrie:

$$m = KQ. \tag{9.16}$$

Această expresie este și *prima lege a electrolizei* enunțată de Faraday în anul 1883 astfel:

Masa de substanță (m) separată dintr-un electrolit este proporțională cu sarcina electrică Q transportată.

Factorul de proporționalitate în această relație este $K = m/Q$ și se numește echivalent electrochimic.

Echivalentul electrochimic depinde de natura substanței prin:

— masa atomică a substanței (A), direct proporțional;

— valența substanței (n), invers proporțional.

Factorul de proporționalitate se notează cu (F) și se numește numărul lui Faraday ($F = 96\,400$ C/echivalent-gram).

Rezumînd aceste dependențe se scrie:

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n}. \tag{9.17}$$

Relația (9.17) este cea de-*a doua lege a electrolizei*. Echivalentul electrochimic ar trebui măsurat în kg/C, dar, cum în practică se operează cu cantități de substanță foarte mici, se folosește ca unitate de măsură mg/C.

Iată, spre exemplificarea celor afirmate, cîteva substanțe cu echivalentul electrochimic respectiv:

Substanța	Masa atomică	Valența	Echivalentul electrochimic mg/C
Hidrogen	1,008	1	0,0104
Argint	107,880	1	1,118
Oxigen	16,0	2	0,0828
Cupru	63,57	2	0,329
Aur	197,200	3	0,681

Electroliza prezintă o importanţă teoretică şi anume:

Într-o conferinţă ţinută la Londra în anul 1881 Helmholtz, apreciind importanţa legii a II-a a lui Faraday, a arătat că cea mai bună explicaţie a legilor electrolizei se poate da dacă se admite existenţa unei sarcini elementare pe care o poartă ionul monovalent.

Cercetări numeroase au confirmat acest punct de vedere, astfel că astăzi considerăm că orice sarcină electrică este un număr întreg de sarcini elementare, ceea ce înseamnă că sarcinile electrice au o structură discontinuă.

O demonstraţie simplă ne conduce la acest rezultat.

Să considerăm că în electroliza unei substanţe cationul are masa atomică A şi valenţa n. El poartă o sarcină q.

N fiind numărul lui Avogadro, într-un echivalent gram de substanţă sînt $\frac{N}{n}$ atomi. Aceşti atomi au rezultat prin neutralizarea unui număr egal de ioni, aşa că sarcina electrică transportată va fi: $Q_0 = \frac{N}{n} \cdot q = 96\,400$ C.

De unde rezultă: $q = 96\,400 \text{ C} \cdot \frac{n}{N}$.

Întrucît n nu poate fi decît număr întreg, urmează că ionul monovalent nu poate purta decît o sarcină multiplu întreg de $\frac{96\,400}{N}$. De aici concluzia: cea mai mică sarcină electrică este $\frac{96\,400}{N}$ C.

Particula elementară care poartă această sarcină a fost numită în anul 1891 electron.

Sarcina electronului este deci $q = e = \frac{F}{N} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Aplicaţiile practice ale electrolizei

Numeroasele aplicaţii ale electrolizei au dus la constituirea unei ramuri importante a chimiei — electrochimia. În cadrul acesteia intră:

a. electrometalurgia;

b. galvanotehnica;

c. obţinerea de diverse substanţe pe cale electrolitică.

Electrometalurgia permite obţinerea unui metal pe cale electrolitică din combinaţiile lui naturale. Cea mai importantă realizare a electrometalurgiei constă în fabricarea aluminiului.

Galvanotehnica este formată din: galvanostegie şi galvanoplastie.

Galvanostegia constă în depuneri metalice pe suprafaţa unor corpuri în scopul de a le proteja anticoroziv. În funcţie de metalul folosit în procesul de depunere, aceasta poate fi: argintare, cuprare, zincare, nichelare, aurire etc.

Prin galvanoplastie se înţelege arta de a modela metalele, de a reproduce, după un tipar, prin electroliză, un obiect.

Tiparul se poate face din ceară, suprafaţa tiparului se acoperă cu praf de grafit, spre a-l face bun conductor. Tiparul se fixează la catodul instalaţiei în timp ce anodul este făcut din metalul cu care se face reproducerea, iar soluţia folosită drept electrolit este o sare a aceluiaşi metal.

Galvanoplastia este utilizată în tipografie, la confecționarea discurilor pentru pick-up.

Electroliza este una din metodele importante de fabricare a unor substanțe chimice de mare valoare industrială ca: soda caustică, soda, hipocloriții, clorul, hidrogenul etc.

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Electroliza soluției unei sări poate avea loc la orice valoare a tensiunii aplicate băii de electroliză?
2. Explicați fenomenele care împiedică ruginirea tablei de fier zincată aflată într-un mediu umed.
3. Cum trebuie grupate două băi identice pentru electroliză, dacă se folosește pentru alimentare același generator, astfel ca depunerea unei anumite cantități de substanță să se facă mai repede?
4. Să se determine raportul dintre sarcina și masa ionului de hidrogen pe baza legilor electrolizei.

   R: $\approx 9{,}58 \cdot 10^7 \frac{C}{kg}$.

5. Un corp cu suprafața de 100 cm^2 este pus la catodul unei băi de nichelare prin care trece un curent electric cu intensitatea de 1 A. După cît timp se va depune un strat de nichel gros de 0,03 cm pe suprafața corpului? $\left(\rho = 8{,}8 \cdot 10^3\ kg/m^3,\ K_{Ni} = 0{,}203 \frac{mg}{C}\right)$.

   R: $1{,}3 \cdot 10^5$ s.

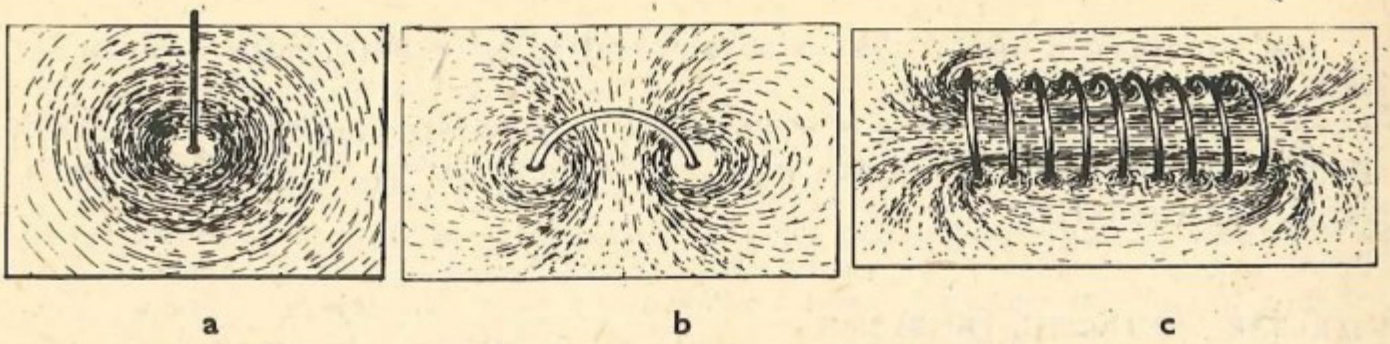
CAPITOLUL 10

CÎMPUL MAGNETIC AL CURENTULUI ELECTRIC

10.1. CÎMPUL MAGNETIC

Proprietatea unor roci de a atrage fierul este cunoscută încă din antichitate. Folosind substanțe care conțin fier, cobalt, nichel se pot construi magneți permanenți, care atrag fierul. În anul 1820 fizicianul H.C. Oersted a observat deviația acului magnetic în apropierea unui conductor străbătut de un curent electric. Această descoperire a arătat că există o legătură între fenomenele magnetice și cele electrice, considerate pînă atunci independente.

În clasele anterioare ați efectuat unele experimente, care au pus în evidență deviația acului magnetic, adus în apropierea unui magnet sau a unui conductor parcurs de curent electric. Acul magnetic a avut în aceste experi-



a b c

Fig. 10.1. Spectrul cîmpului magnetic produs de curentul electric:
a) conductor rectiliniu; b) conductor circular; c) solenoid.

mente rolul unui corp de probă, asemănător pendulului electric cu care se pun în evidență acțiunile electrice. Ați efectuat, de asemenea, și unele experimente, în care rolul corpului de probă pentru investigarea acțiunilor magnetice l-a avut un conductor mobil, parcurs de curent electric; ați constatat că el este pus în mișcare, dacă este adus în apropierea unui magnet sau a unui alt conductor, parcurs de curent electric. Din aceste experimente a reieșit că un magnet sau un conductor, parcurs de curent electric, exercită același fel de acțiune asupra unui conductor mobil, prin care s-a stabilit curent electric, acțiune numită *acțiune magnetică*. Acțiunea magnetică se transmite prin intermediul *cîmpului magnetic*, prezent atît în jurul magneților cît și al curenților electrici.

Cîmpul magnetic *este o formă a materiei, care se manifestă prin acțiunea asupra acului magnetic sau asupra conductoarelor parcurse de curent electric.*

Analog descrierii cîmpului electric cu ajutorul liniilor de cîmp electric, se poate descrie și cîmpul magnetic, cu ajutorul liniilor de cîmp magnetic. Ele pot fi vizualizate experimental cu ajutorul piliturii de fier. În figura 10.1 sînt prezentate fotografiile spectrelor cîmpului magnetic produs de curentul electric stabilit printr-un conductor rectiliniu (fig. 10.1, *a*), printr-un conductor circular (fig. 10.1, *b*), printr-un solenoid (fig. 10.1, *c*). Cîmpul magnetic în interiorul solenoidului, reprezentat prin linii de cîmp paralele și echidistante, este un cîmp magnetic uniform.

Se poate pune în evidență experimental faptul că sensul cîmpului magnetic depinde de sensul curentului care-l produce.

Experiment. Se vizualizează cu ajutorul piliturii de fier, pe o placă orizontală, spectrul cîmpului magnetic produs de curent printr-un conductor rectiliniu lung. Pe placa orizontală se așază cîteva ace magnetice, sau un singur ac, succesiv în mai multe puncte (fig. 10.2, *a*). Acul magnetic se orientează mereu tangent la linia de cîmp. Se inversează sensul curentului prin conductor. Se constată că forma liniilor de cîmp nu se modifică, dar acul se rotește cu 180° (fig. 10.2, *b*).

Liniile cîmpului magnetic sînt tangente în fiecare punct la direcția acului magnetic. Prin convenție se consideră că sensul unei linii de cîmp magnetic este indicat de polul nord al acului magnetic, tangent la acea linie de cîmp. Cu această convenție, sensul liniilor de cîmp din jurul unui conductor este

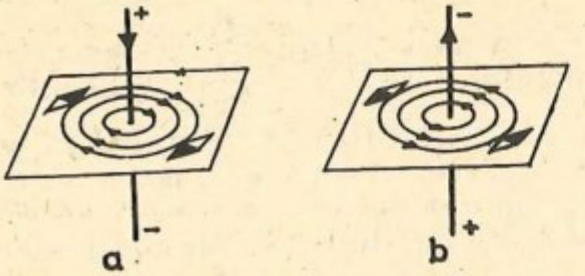


Fig. 10.2. Inversarea sensului acului magnetic la inversarea sensului curentului printr-un conductor rectiliniu.

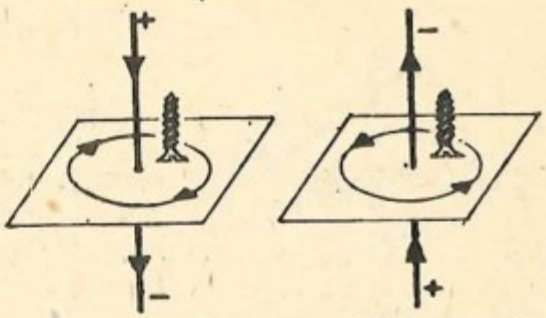


Fig. 10.3. Regula burghiului pentru a determina sensul liniilor de cîmp magnetic produs de un curent electric rectiliniu.

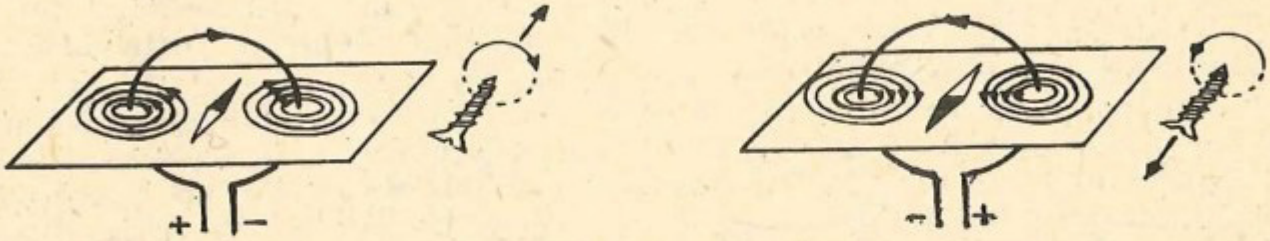


Fig. 10.4. Regula burghiului pentru curentul circular.

dat de *regula burghiului* (sau a tirbușonului): sensul liniilor de cîmp magnetic este sensul în care trebuie rotit un burghiu, așezat de-a lungul conductorului, pentru a înainta în sensul curentului electric (fig. 10.3). Pentru un conductor circular se obține următoarea regulă: sensul liniilor de cîmp care străbat suprafața unei spire este sensul în care înaintează un burghiu, așezat perpendicular pe planul spirei, dacă este rotit în sensul curentului prin spiră (fig. 10.4). Aplicînd regula burghiului pentru spiră se poate stabili și sensul liniilor de cîmp magnetic al solenoidului parcurs de curent electric (fig. 10.5).

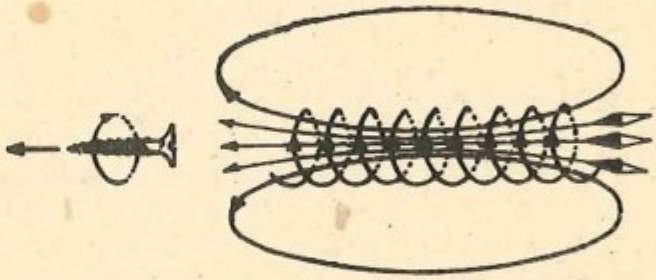


Fig. 10.5. Regula burghiului pentru solenoid.

10.2. ACȚIUNEA CÎMPULUI MAGNETIC ASUPRA CURENTULUI ELECTRIC. INDUCȚIA CÎMPULUI MAGNETIC

Pentru a exprima cantitativ proprietățile cîmpului magnetic va trebui să definim o mărime fizică vectorială. Noua mărime fizică, notată cu simbolul $\vec{B}$, se numește *inducție magnetică. Direcția vectorului inducție magnetică* $\vec{B}$ *într-un punct al cîmpului este tangentă la linia de cîmp magnetic în acel punct, iar sensul este același cu al liniei de cîmp* (fig. 10.6). Pentru a defini modulul inducției magnetice, vom porni, ca și în cazul cîmpului electric, de la studiul acțiunii pe care o exercită cîmpul asupra corpului de probă. Drept corp de probă vom considera un conductor rectiliniu mobil, parcurs de curent electric. Din clasele anterioare știți că forța pe care o exercită cîmpul magnetic asupra unui conductor străbătut de curent, numită *forță electromagnetică* ($\vec{F}$),

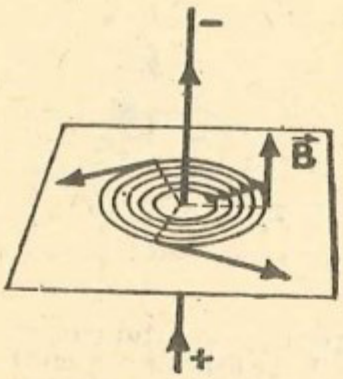


Fig. 10.6. Vectorul inducție magnetică $\vec{B}$ este tangent la linia de cîmp și are sensul liniei de cîmp.

este perpendiculară pe direcția conductorului și pe liniile cîmpului magnetic, deci și pe vectorul $\vec{B}$, iar sensul ei depinde de sensul curentului și de sensul liniilor de cîmp, deci și de sensul vectorului $\vec{B}$ (fig. 10.7). Orientarea forței electromagnetice poate fi găsită cu ajutorul regulii mîinii stîngi (fig. 10.8). Spre deosebire de cîmpul electric, la care forța este orientată pe direcția cîmpului electric $\vec{E}$, în cîmpul magnetic direcția forței nu coincide cu direcția inducției magnetice $\vec{B}$, fiind perpendiculară pe $\vec{B}$.

Pentru a găsi o expresie adecvată definirii lui $\vec{B}$, vom studia factorii de care depinde forța electromagnetică.

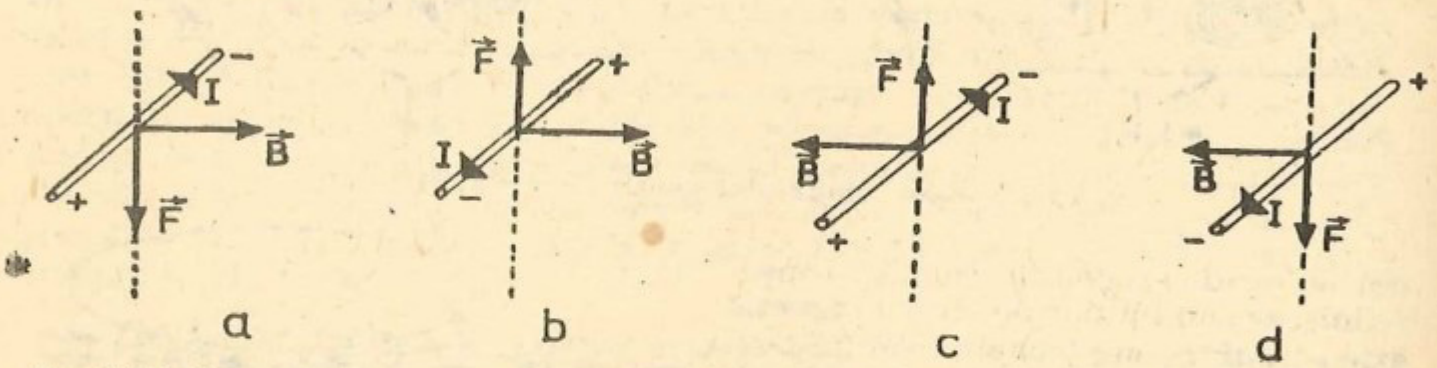


Fig. 10.7. Sensul forței electromagnetice depinde de sensul curentului electric prin conductor și de sensul cîmpului magnetic.

Experimentul 1. Se realizează dispozitivul din figura 10.9, *a*. Cadrul mobil se leagă cu o ață de cîrligul de sub talerul unei balanțe, montată pe aceeași tijă cu suportul cadrului. Cîmpul magnetic între piesele polare ale bobinelor este aproape uniform. Se echilibrează balanța și se potrivește cadrul în poziție orizontală, la aproximativ 1 cm de marginea superioară a pieselor polare, astfel încît latura lui mobilă să fie între piesele polare (fig. 10.9, *b*). Se alimentează cu tensiune continuă bobinele și cadrul. Balanța se dezechilibrează datorită forței electromagnetice exercitate de cîmpul magnetic produs de bobine asupra laturii mobile a cadrului, parcursă de curent. Reechilibrînd balanța cu etaloane de masă, se determină mărimea forței electromagnetice. Menținînd constant curentul prin bobine, se variază intensitatea curentului I prin cadru. Se măsoară forța electromagnetică la fiecare nouă valoare a curentului I. Se constată că *forța electromagnetică este direct proporțională cu intensitatea curentului prin conductor:*

$$F \sim I.$$

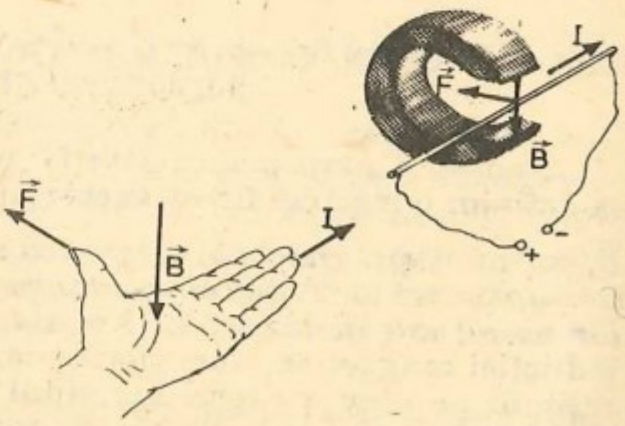
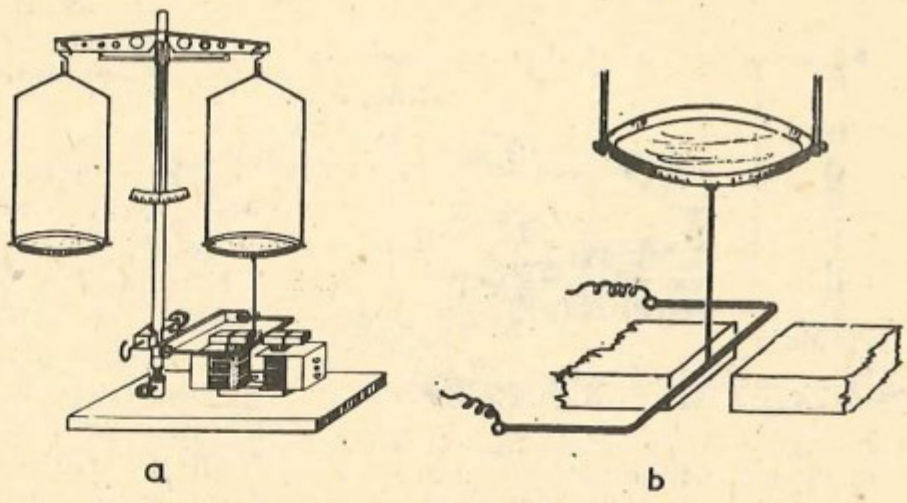


Fig. 10.8. Regula mîinii stîngi pentru determinarea orientării forței electromagnetice.

Fig. 10.9.
a) Dispozitiv pentru măsurarea forței electromagnetice. b) Latura mobilă a cadrului se așază între piesele polare ale bobinelor.



Un alt factor care poate influența mărimea forței electromagnetice este lungimea conductorului aflat în cîmp. Astfel, două conductoare de lungime egală, așezate în prelungire și parcurse de același curent, vor fi acționate împreună de o forță dublă față de cea exercitată asupra unuia singur, trei conductoare de o forță triplă etc. Așadar, forța electromagnetică este direct proporțională cu lungimea conductorului aflat în cîmp:

$$F \sim l.$$

Păstrînd aceeași intensitate a curentului prin bobine și prin cadru, și aceeași lungime a laturii lui mobile, înlocuim latura mobilă cu conductori din diferite materiale și de diferite grosimi. Constatăm că forța electromagnetică nu se modifică. Așadar, raportul F/Il este independent de corpul de probă.

Păstrînd aceleași valori pentru intensitatea curentului din cadrul I și lungimea laturii lui mobile l, variem intensitatea curentului din bobinele care produc cîmpul magnetic și măsurăm forța electromagnetică. Se constată că forța electromagnetică are de fiecare dată altă valoare. Așadar, raportul F/Il, independent de corpul de probă și specific cîmpului magnetic, poate servi pentru definirea inducției magnetice, conform relației:

$$B = \frac{F}{Il}. \qquad (10.1)$$

Inducția unui cîmp magnetic uniform este o mărime fizică vectorială, al cărei modul este egal cu raportul dintre forța cu care acel cîmp magnetic acționează asupra unui conductor rectiliniu, perpendicular pe liniile cîmpului magnetic, și produsul dintre intensitatea curentului din conductor și lungimea conductorului, aflat în cîmpul magnetic.

Unitatea de măsură a inducției magnetice în SI se numește *tesla*, cu simbolul T:

$$[B]_{SI} = \frac{[F]_{SI}}{[I]_{SI}[l]_{SI}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}} = \mathrm{T}.$$

Un cîmp magnetic uniform are inducția de 1 T dacă exercită o forță de 1 N asupra fiecărui metru din lungimea unui conductor, perpendicular pe cîmp, parcurs de un curent cu intensitatea de 1 A.

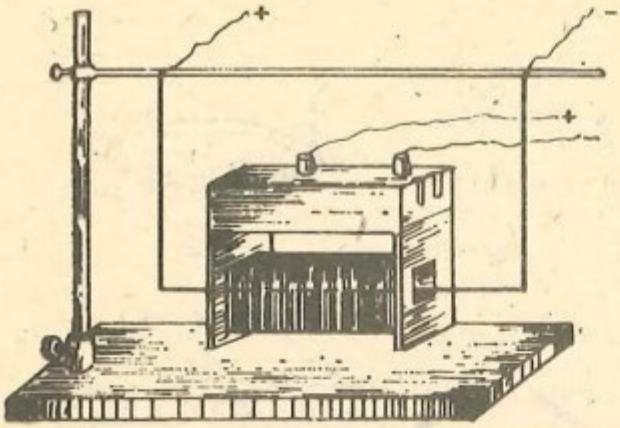


Fig. 10.10. Forța electromagnetică este nulă cînd conductorul este paralel cu liniile de cîmp magnetic.

Din relația (10.1) rezultă expresia forței electromagnetice, în cazul unui conductor perpendicular pe liniile de cîmp:

$$F = BIl. \qquad (10.2)$$

În măsurătorile efectuate pînă aici, am așezat mereu conductorul perpendicular pe liniile cîmpului magnetic. Ce se întîmplă însă dacă așezăm conductorul paralel cu liniile de cîmp?

Experimentul 2. Se introduce un conductor rectiliniu în interiorul unei bobine, în lungul axei ei, ca în figura 10.10. Aplicînd tensiune atît bobinei cît și conductorului, se constată că forța electromagnetică este nulă.

Acest rezultat ne duce la concluzia că forța electromagnetică mai depinde de un factor și anume de unghiul dintre direcția conductorului și direcția cîmpului. Aparatura de care dispunem, în general, într-un laborator școlar nu ne permite să determinăm această dependență. Prin măsurători de precizie s-a stabilit că forța electromagnetică variază direct proporțional cu sinusul unghiului α dintre direcția conductorului și direcția vectorului $\vec{B}$, astfel încît expresia forței electromagnetice pentru orice orientare a conductorului în cîmp este:

$$F = BIl \sin \alpha. \qquad (10.3)$$

Relația (10.2) se regăsește ca un caz particular al relației (10.3), punînd condiția $\alpha = 90°$, $\sin \alpha = 1$, cînd forța are valoarea maximă $F = BIl$. Relația (10.3) include și rezultatul experimentului 2: cînd $\alpha = 0°$, $\sin 0° = 0$, iar forța este nulă.

10.3. FLUXUL MAGNETIC

Pentru a stabili legătura între vectorul inducție magnetică și suprafețele intersectate de liniile de cîmp magnetic se definește o mărime fizică, numită *flux magnetic.*

Pentru un cîmp magnetic uniform ce străbate o suprafață normală la direcția cîmpului magnetic (fig. 10.11) se definește *fluxul magnetic* Φ *prin produsul dintre modulul inducției magnetice și aria suprafeței normale* S_n:

$$\Phi = BS_n. \qquad (10.4)$$

Unitatea de măsură a fluxului magnetic în SI se numește *weber*, cu simbolul Wb. Un Wb este fluxul magnetic al unui cîmp magnetic uniform, de inducție egală cu 1 T, printr-o suprafață de 1 m², așezată normal pe direcția cîmpului magnetic:

$$1 \text{ Wb} = [B]_{SI}[S]_{SI} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

Dacă suprafața S nu este normală la direcția cîmpului magnetic, ci face un unghi oarecare γ cu această direcție (fig. 10.12), ea se poate proiecta pe un

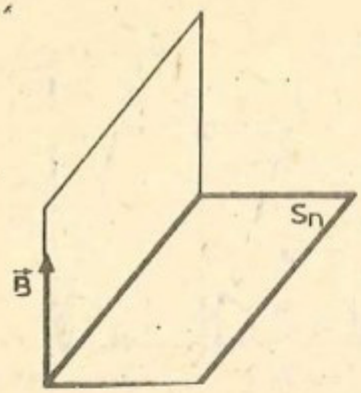


Fig. 10.11. Suprafața S_n este normală la direcția cîmpului magnetic.

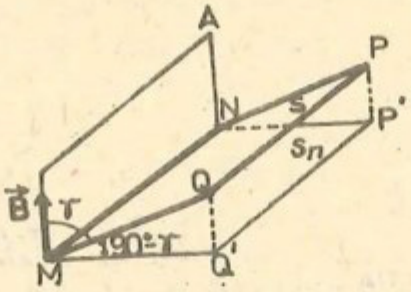


Fig. 10.12. Suprafața S face un unghi γ cu direcția cîmpului magnetic.

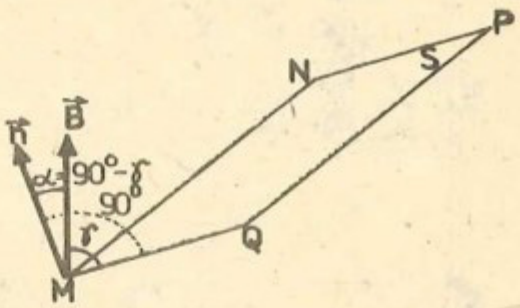


Fig. 10.13. Normala la suprafața S face un unghi $\alpha = 90° - \gamma$ cu vectorul $\vec{B}$.

plan normal la direcția vectorului $\vec{B}$. Aria suprafeței S_n, calculată în funcție de aria S, este:

$$S_n = MN \cdot MQ' = MN \cdot MQ \cos (90° - \gamma) = S \cos (90° - \gamma). \quad (10.5)$$

Fluxul magnetic poate fi exprimat, conform relațiilor (10.4) și (10.5), astfel:

$$\Phi = BS_n = BS \cos (90° - \gamma) \quad (10.6)$$

notînd $\alpha = 90° - \gamma$, unghiul pe care îl face normala $\vec{n}$ la suprafața S cu direcția vectorului $\vec{B}$ (fig. 10.13), se obține pentru fluxul magnetic relația:

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (10.7)$$

10.4. CÎMPUL MAGNETIC AL UNOR CURENȚI ELECTRICI STAȚIONARI

În cazul cîmpului electric, intensitatea cîmpului depinde de sarcina electrică generatoare de cîmp. Experimentul *1*, descris în paragraful 10.2, a arătat că prin variația intensității curentului generator de cîmp magnetic, variază și proprietățile cîmpului magnetic. Vom studia experimental dependența inducției magnetice de intensitatea curentului generator de cîmp magnetic. Pentru a simplifica experimentarea, vom folosi de data aceasta drept corp de probă un ac magnetic cu cadran gradat (fig. 10.14), care se așază pe direcția vectorului inducție $\vec{B}$ din punctul respectiv.

Experimentul 1. Se utilizează un cadru dreptunghiular cu spire, fixat pe o placă orizontală (fig. 10.15). Cadrul se orientează astfel încît axa lui să fie perpendiculară pe direcția cîmpului magnetic terestru. În centrul cadrului, vectorul inducție magnetică produs de curentul din spire $\vec{B}_2$ este orientat pe direcția axei cadrului, perpendicular pe suprafața lui. Se lasă să treacă prin cadru un curent de intensitate I, pentru care acul magnetic, așezat în centrul cadrului, să formeze un unghi de 45° cu cîmpul magnetic terestru, de inducție $\vec{B}_1$ (fig. 10.16, *a*). Acul magnetic se orientează pe direcția vectorului $\vec{B}$, vectorul rezultant al celor doi vec-

Fig. 10.14. Ac magnetic cu cadran gradat.

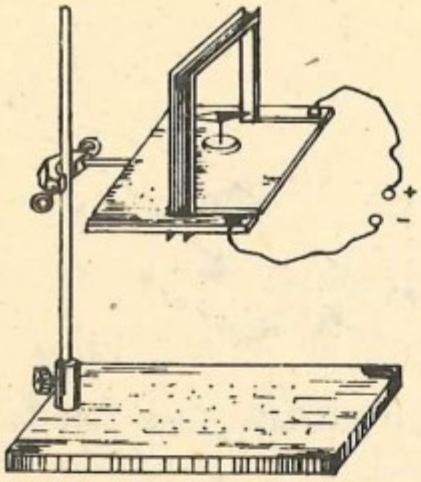


Fig. 10.15. Dispozitiv pentru studiul inducției magnetice în centrul unui cadru dreptunghiular cu spire parcurse de curent.

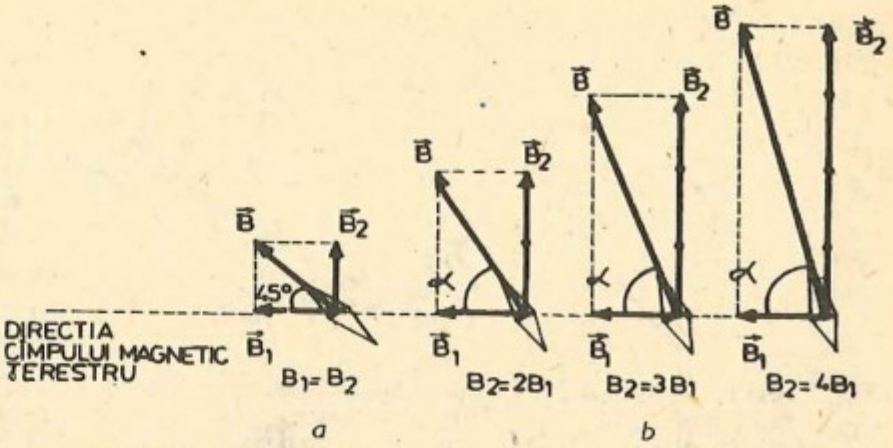


Fig. 10.16. Unghiul dintre direcția acului magnetic și direcția cîmpului magnetic terestru, în cazul compunerii cîmpului magnetic terestru cu cîmpul magnetic al curentului din cadru:

a) vectorii $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$, perpendiculari, au modulele egale; b) vectorul $\vec{B}_2$, perpendicular pe $\vec{B}_1$, are modulul $2B_1$, $3B_1$, respectiv $4B_1$.

tori $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$. Rezultă că celor două cîmpuri le corespund doi vectori $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$, de module egale, perpendiculari între ei.

Apoi se variază intensitatea curentului prin cadru la $2I$, $3I$, $4I$ și se măsoară unghiul α cu care deviază acul magnetic față de direcția cîmpului magnetic terestru (fig. 10.16, *b*). Se constată că de fiecare dată unghiul α corespunde adunării vectorului $\vec{B}_1$ cu un vector $\vec{B}_2$, avînd modulul de 2, 3, respectiv de 4 ori mai mare decît al lui $\vec{B}_1$ (fig. 10.16, *b*). Rezultă că inducția magnetică a cîmpului produs de curentul electric crește în același raport ca și intensitatea curentului electric:

$$B \sim I. \tag{10.8}$$

Așadar, *modulul inducției magnetice este direct proporțional cu intensitatea curentului electric generator de cîmp magnetic.*

Intensitatea cîmpului electrostatic depinde de distanța față de sursă. Urmează să studiem dacă și inducția magnetică depinde de distanța la circuitul generator de cîmp magnetic.

Experimentul 2. Se utilizează cadrul dreptunghiular, cu axa orientată la 90° față de direcția cîmpului magnetic terestru. Se menține constantă intensitatea curentului prin spire și se îndepărtează treptat acul magnetic cu cadran de planul cadrului. Pe măsură ce acul magnetic se îndepărtează, unghiul său de deviație față de direcția cîmpului magnetic terestru scade. Rezultă că *inducția magnetică scade cu distanța față de curentul electric generator de cîmp magnetic.*

În cazul unui conductor rectiliniu lung, parcurs de curent electric, inducția magnetică variază invers proporțional cu distanța r la conductor (fig. 10.17):

$$B \sim 1/r.$$

Ţinînd seama şi de dependenţa inducţiei magnetice de intensitatea curentului $B \sim I$, rezultă că inducţia magnetică la distanţa r de un conductor rectiliniu lung, parcurs de curent electric de intensitate I, are expresia:

$$B = kI/r, \qquad (10.9)$$

unde k este o constantă de proporţionalitate. Această constantă depinde de alegerea unităţilor de măsură pentru mărimile din expresia (10.9) şi de natura mediului în care se găseşte conductorul. În SI constanta de proporţionalitate se exprimă sub forma:

$$k = \mu/2\pi,$$

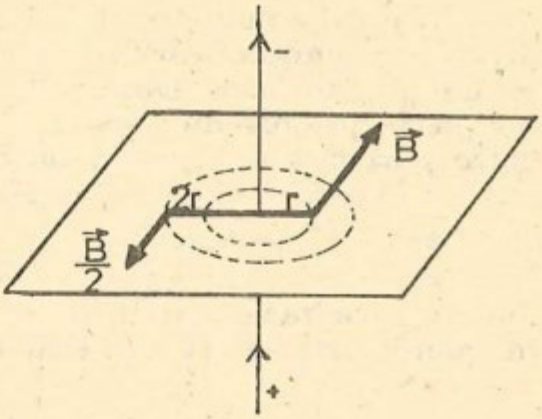


Fig. 10.17. În cazul cîmpului magnetic al unui curent electric rectiliniu lung, inducţia magnetică variază invers proporţional cu distanţa la conductor.

unde μ este o constantă numită *permeabilitate magnetică* a mediului. Cînd conductorul se găseşte în vid, constanta k se exprimă în SI sub forma:

$$k = \mu_0/2\pi,$$

unde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A² este *permeabilitatea magnetică a vidului.*

Raportul dintre permeabilitatea unui mediu şi permeabilitatea vidului:

$$\mu/\mu_0 = \mu_r \qquad (10.10)$$

se numeşte *permeabilitatea relativă* a mediului. Permeabilitatea μ se poate exprima în funcţie de μ_0 şi μ_r:

$$\mu = \mu_0\mu_r.$$

Expresia (10.9) a inducţiei magnetice într-un punct aflat la distanţa r de conductor se scrie în SI:

$$B = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}. \qquad (10.11)$$

În vid:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \qquad (10.12)$$

Sensul vectorului $\vec{B}$ în punctele din jurul conductorului rectiliniu se află cu regula burghiului (fig. 10.6).

Unitatea de măsură N/A² pentru permeabilitatea magnetică se justifică exprimînd pe μ_0 din relaţia (10.11):

$$\mu_0 = \frac{2\pi Br}{\mu_r I}$$

şi înlocuind cu unităţile de măsură:

$$[\mu_0]_{SI} = \frac{[B]_{SI}[r]_{SI}}{[I]_{SI}} = \frac{\mathrm{Tm}}{\mathrm{A}} = \frac{(\mathrm{N/Am}) \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}.$$

În jurul conductorului rectiliniu parcurs de curent, vectorul $\vec{B}$ are valori diferite în puncte diferite, deci cîmpul magnetic al curentului rectiliniu este un cîmp neuniform. După cum a rezultat din experimentul anterior, şi cîmpul magnetic produs de cadrul dreptunghiular este neuniform. În centrul unei spire parcursă de curent electric vectorul inducţie magnetică are modulul:

$$B = \frac{\mu I}{2r} \qquad (10.13)$$

unde r este raza spirei. În centrul unui cadru format din N spire, cîmpul magnetic este de N ori mai intens:

$$B = \frac{\mu N I}{2r}. \qquad (10.14)$$

Observarea spectrelor magnetice obţinute cu circuite electrice de diferite forme (fig. 10.1) scoate în evidenţă faptul că în interiorul unui solenoid liniile de cîmp magnetic sînt paralele şi echidistante. Rezultă că în interiorul unui solenoid, nu prea aproape de extremităţile lui, se obţine un cîmp magnetic uniform. Inducţia magnetică în punctele din interiorul unui solenoid are aceeaşi valoare, care depinde direct proporţional de intensitatea I a curentului electric prin spirele bobinei, conform relaţiei:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l} \qquad (10.15)$$

unde N reprezintă numărul de spire, l lungimea solenoidului, iar μ_r permeabilitatea relativă a mediului din interiorul solenoidului. Sensul vectorului $\vec{B}$ în cazul solenoidului se află, ca şi sensul liniilor de cîmp, cu regula burghiului (fig. 10.5).

10.5. INTERACŢIUNEA MAGNETICĂ A CURENŢILOR ELECTRICI. AMPERUL

Două circuite parcurse de curent electric interacţionează prin cîmpurile magnetice din jurul lor. Asupra fiecărui circuit cîmpul magnetic al celuilalt va acţiona cu o forţă electromagnetică şi, dacă circuitul este mobil, el se va deplasa sub acţiunea acestei forţe. În clasele anterioare aţi observat interacţiunea dintre două bobine parcurse de curent, care se comportă ca doi magneţi bară, cu polii la capetele bobinelor. În cele ce urmează vom studia interacţiunea magnetică dintre două conductoare rectilinii, paralele, parcurse de curent electric.

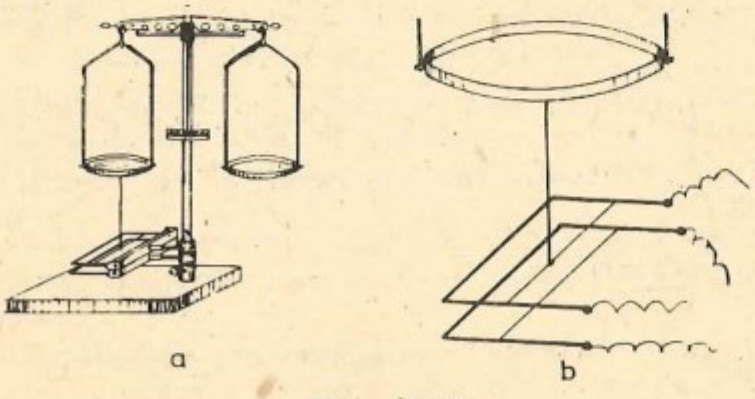


Fig. 10.18.
a) Dispozitiv pentru studiul forţelor electromagnetice dintre două conductoare parcurse de curent. b) Cele două cadre se aşază în plane paralele.

Experiment. Se foloseşte dispozitivul din figura 10.18, *a*. Cele două cadre se aşază în plane paralele (fig. 10.18, *b*), cel de jos sprijinit de un suport, iar cel de sus legat de cîrligul de sub platanul balanţei. În absenţa curentului prin cadre, se echilibrează balanţa.

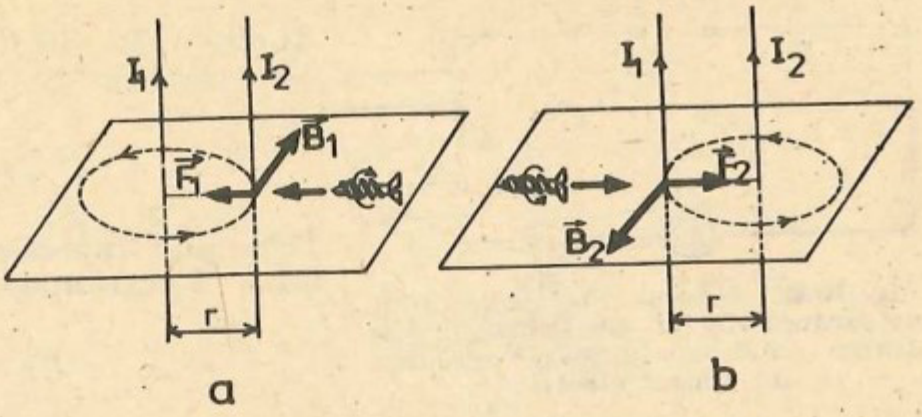


Fig. 10.19.
a) Curentul I_2, aflat în cîmpul magnetic produs de I_1, este acționat de forța electromagnetică $\vec{F}_1$. b) Curentul I_1, aflat în cîmpul magnetic produs de I_2, este acționat de forța electromagnetică $\vec{F}_2$.

Se aplică tensiune cadrelor, astfel încît ele să fie parcurse de curent în același sens. Se constată că cele două cadre se atrag. Se inversează apoi sensul curentului într-unul din cadre și se observă respingerea lor. În ambele cazuri, sensul deviației corespunde sensului forței electromagnetice. Un conductor rectiliniu parcurs de curentul electric I_1 produce în jurul său un cîmp magnetic. Un al doilea conductor rectiliniu, paralel cu primul, parcurs de curentul I_2, va fi acționat cu o forță electromagnetică $\vec{F}_1$ (fig. 10.19, *a*). La rîndul său, al doilea conductor parcurs de curent produce și el în jurul său un cîmp magnetic, în care se găsește primul conductor; rezultă că și primul conductor va fi acționat de o forță electromagnetică $\vec{F}_2$ (fig. 10.19, *b*).

Cu ajutorul regulii burghiului se determină sensul vectorilor $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$, iar apoi, cu ajutorul regulii mîinii stîngi, se determină sensul forțelor electromagnetice. Rezultă că, dacă două conductoare paralele sînt parcurse de curenți electrici de același sens, ele se atrag (fig. 10.20, *a*), iar dacă sînt parcurse de curenți electrici de sensuri opuse, se resping (fig. 10.20, *b*).

Modulul forței electromagnetice $\vec{F}_1$ poate fi calculat cu ajutorul relației (10.2), deoarece direcția conductorului este perpendiculară pe direcția cîmpului magnetic. Ținînd seamă că $\vec{F}_1$ este produsă de cîmpul magnetic de inducție $\vec{B}_1$ și se exercită asupra unei porțiuni de lungime l din conductorul parcurs de curentul de intensitate I_2, rezultă:

$$F_1 = B_1 I_2 l. \qquad (10.16)$$

Considerînd conductorul 1 foarte lung, rezultă că inducția magnetică B_1 a cîmpului produs de curentul de intensitate I_1, la distanța r de con-

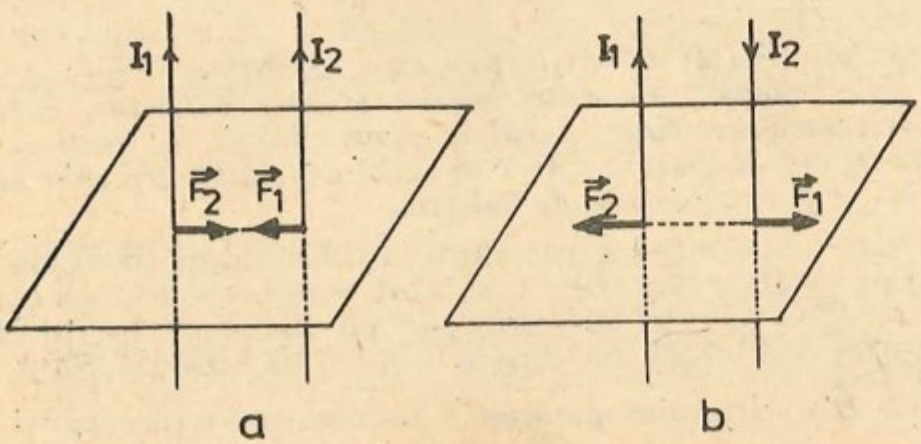


Fig. 10.20. Sensul forțelor electromagnetice dintre două conductoare parcurse de curent:
a) curenții de același sens se atrag; b) curenții de sensuri opuse se resping.

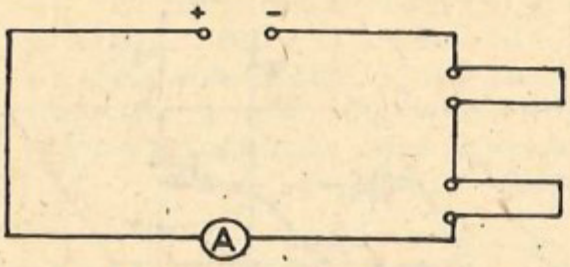


Fig. 10.21. Schema electrică pentru măsurarea forței electromagnetice dintre două conductoare parcurse de curent electric.

ductor (fig. 10.19, *a*) este, conform relației (10.11):

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu_r I_1}{2\pi r}. \qquad (10.17)$$

Înlocuind expresia lui B_1 (10.17) în expresia forței electromagnetice (10.16), se obține:

$$F_1 = \frac{\mu_0 \mu_r I_1 I_2 l}{2\pi r}. \qquad (10.18)$$

Analog se poate calcula modulul forței $\vec{F}_2$, care acționează asupra unei porțiuni de lungime l din conductorul parcurs de curentul I_1. Așadar, *forța electromagnetică exercitată de un conductor rectiliniu, parcurs de curent, asupra unei porțiuni de lungime l dintr-un alt conductor rectiliniu parcurs de curent, depinde direct proporțional de intensitățile curenților prin cele două conductoare, de lungimea l și invers proporțional de distanța dintre conductoare.*

Dependența modulului forței electromagnetice dintre două conductoare parcurse de curent de intensitățile curenților și de distanța dintre conductoare poate fi verificată experimental cu ajutorul dispozitivului din figura 10.18. După echilibrarea balanței se aplică tensiune cadrelor, legîndu-le la o sursă, prin intermediul unui ampermetru (fig. 10.21). Se reechilibrează balanța, așezînd pe taler mase etalon și se determină forța electromagnetică. Păstrînd aceeași distanță inițială dintre cadre, se variază intensitatea curentului ($I_1 = I_2$) prin ele, măsurînd de fiecare dată forța electromagnetică. Se reprezintă grafic forța electromagnetică în funcție de I^2 și se verifică relația (10.18), prin obținerea unei drepte ce trece prin originea axelor de coordonate.

Menținînd constantă intensitatea curentului electric prin cadre, se modifică distanța r dintre ele, măsurînd de fiecare dată forța electromagnetică. Se reprezintă grafic forța electromagnetică în funcție de $1/r$ (pe abscisă se trec valorile raportului $1/r$ iar pe ordonată valorile corespunzătoare ale forței); se obține o dreaptă, ceea ce confirmă dependența dată de relația (10.18).

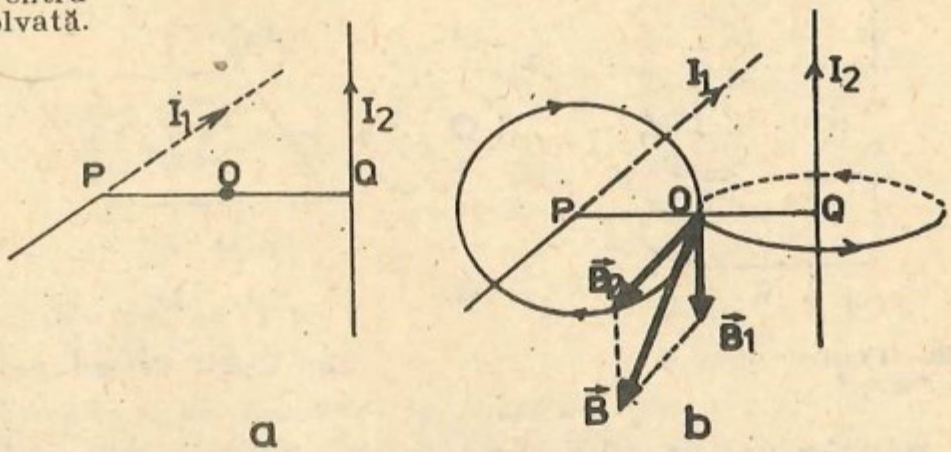
Pe baza interacției dintre doi curenți rectilinii, lungi, paraleli, se definește unitatea de măsură a intensității curentului electric în *SI*, *amperul*. Din relația (10.18), considerînd că cele două conductoare sînt în vid, ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2), la distanța de 1 m unul de altul ($r = 1$ m), străbătute de curenți egali ($I = I_1 = I_2$), rezultă:

$$I^2 = \frac{(2\pi)(1\ \text{m})}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{N/A}^2} \cdot \frac{F}{l} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{F}{l} \cdot \left(\frac{\text{A}^2\text{m}}{\text{N}}\right).$$

Raportul F/l trebuie să aibă valoarea $2 \cdot 10^{-7}$ N/m pentru a se obține $I^2 = 1$ A^2. Prin definiție, *un amper este intensitatea unui curent electric constant, care se stabilește prin două conductoare rectilinii, paralele, foarte lungi, cu secțiune circulară neglijabilă, așezate în vid la distanța de* 1 m *unul de altul între care se exercită o forță de* $2 \cdot 10^{-7}$ N *pe fiecare metru de lungime.*

Problemă rezolvată. Două conductoare rectilinii, foarte lungi, necoplanare și perpendiculare unul pe celălalt (fig. 10.22, *a*) sînt parcurse de curenți electrici de intensități $I_1 = I_2 = 5$A, în sensurile de pe figură. Punctul O se găsește la mijlocul distanței $PQ = 20$ cm dintre cele două drepte. Să se găsească inducția magnetică $\vec{B}$ a cîmpului magnetic rezultant în punctul O.

Fig. 10.22. Pentru problema rezolvată.



Rezolvare. Sînt necesare cîteva etape:

1) Se reprezintă pe un desen cîte o linie a cîmpului magnetic produs de fiecare curent electric în punctul O, indicînd și sensul liniilor de cîmp (fig. 10.22, *b*).

2) Se reprezintă în punctul O vectorii inducție magnetică $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$, tangenți în O la liniile de cîmp (fig. 10.22, *b*). Se stabilește pe desen unghiul dintre direcțiile celor doi vectori $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$.

3) Se calculează, cu ajutorul relației (10.11) modulele vectorilor $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0{,}1} = 10^{-5}\ \text{T},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = B_1.$$

4) Cunoscînd modulele vectorilor $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$ și unghiul (90°) dintre cei doi vectori, se calculează modulul inducției magnetice $\vec{B}$ a cîmpului magnetic rezultant:

$$B = \sqrt{B_1^2 + 2B_1B_2 \cos 90° + B_2^2} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_1\sqrt{2} = 1{,}41 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Din figura 10.22, *b* se observă că vectorul $\vec{B}$ se găsește în planul format de vectorii $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$, care este perpendicular pe segmentul PQ. Unghiul α dintre vectorul $\vec{B}$ și vectorul $\vec{B}_2$ se determină din relația:

$$\operatorname{tg} \alpha = B_1/B_2 = 1;\ \alpha = 45°.$$

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Să se deseneze liniile de cîmp magnetic produse de curenții electrici din fig. 10.23; să se indice sensul liniilor de cîmp. Cele două conductoare sînt perpendiculare pe planul hîrtiei, cel din fig. 10.23, *a* fiind parcurs de curent în sensul de la hîrtie la cititor, iar cel din fig. 10.23, *b* în sens invers.

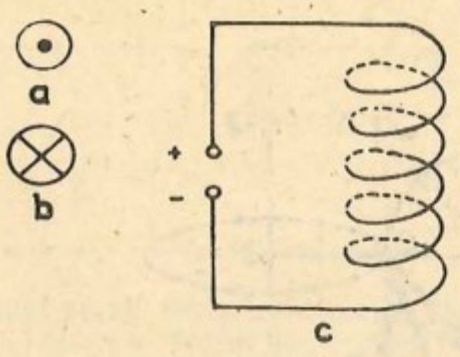


Fig. 10.23. Pentru problema 1.

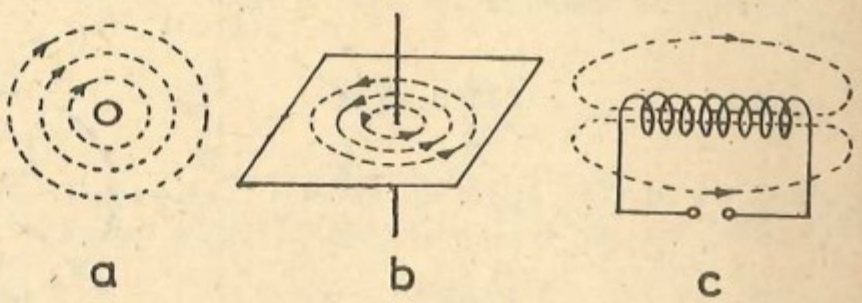


Fig. 10.24. Pentru problema 2.

2. Să se găsească sensul curenţilor electrici care produc cîmpurile magnetice din fig. 10.24.

3. Ce inducţie magnetică produce un curent electric rectiliniu cu intensitatea de 5 A, la distanţa de: a) 1 cm; b) 5 cm; c) 20 cm de conductor?

R: a) 10^{-4} T; b) $2 \cdot 10^{-5}$ T; c) $5 \cdot 10^{-6}$ T.

4. Un fir lung străbătut de un curent de 10 A este plasat într-un cîmp magnetic uniform cu inducţia de $5 \cdot 10^{-4}$ T, normal pe liniile de cîmp. În ce puncte cîmpul magnetic rezultant este nul?

R: Pe o dreaptă paralelă cu conductorul, la 4 mm de el.

5. Două conductoare foarte lungi, paralele, aflate la distanţa $d = 10$ cm unul de celălalt, sînt parcurse de curenţi de acelaşi sens, de intensităţi $I_1 = 5$ A şi $I_2 = 10$ A. Să se afle inducţia magnetică a cîmpului rezultant în următoarele puncte: a) la jumătatea distanţei dintre cele două conductoare; b) într-un punct exterior situat la $d_1 = 5$ cm de curentul mai slab şi la $d_2 = 15$ cm de celălalt. În ce puncte inducţia magnetică rezultantă este nulă?

R: a) $B = \frac{\mu_0}{\pi d}(I_2 - I_1) = 2 \cdot 10^{-5}$ T; b) $B = \frac{\mu_0}{6\pi d_1}(3I_1 + I_2) = 3{,}3 \cdot 10^{-5}$ T.

6. Două conductoare rectilinii, coplanare, parcurse de curenţi de intensitate I, fac între ele un unghi de 90°. Să se găsească vectorul inducţie $\vec{B}$ în punctele aflate pe bisectoarele unghiurilor formate de cele două conductoare.

R: $B = 0$ sau $B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$.

7. Prin vîrfurile unui pătrat cu latura $a = 10$ cm trec patru conductoare rectilinii, foarte lungi, perpendiculare pe planul figurii 10.25, parcurse de curent în sensul indicat pe figură. Intensităţile curenţilor au valorile $I_1 = 1$ A, $I_2 = 2$ A, $I_3 = 1$ A, $I_4 = 2$ A. Să se determine: a) inducţia magnetică B_0 în centrul pătratului; b) inducţiile magnetice B_2 şi B_4 în vîrfurile 2 şi 4 ale pătratului.

R: a) $B_0 = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 I_2}{\pi a} = 1{,}13 \cdot 10^{-5}$ T; b) $B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left(\sqrt{I_1^2 + I_3^2} - I_2/\sqrt{2}\right) = 0$,

$$B_4 = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left(\sqrt{I_1^2 + I_3^2} + I_2/\sqrt{2}\right) = 5{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

8. Două spire circulare identice, una verticală şi cealaltă orizontală sînt parcurse de curenţi de aceeaşi intensitate, cu sensuri ca în fig. 10.26. Să se stabilească pe cale grafică orientarea vectorului inducţie magnetică în punctul O. Sub ce unghi este înclinat acest vector faţă de fiecare din planurile spirelor circulare?

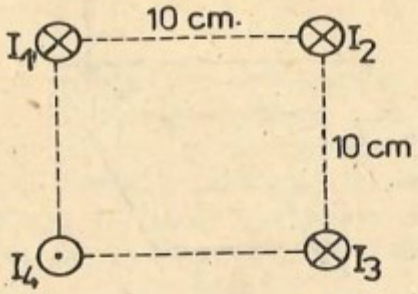


Fig. 10.25. Pentru problema 7.

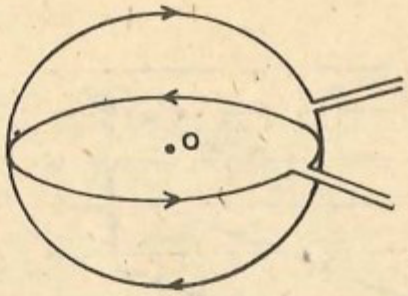


Fig. 10.26. Pentru problema 8.

9. Stabiliți orientarea inducției magnetice în punctul O (fig. 10.26), dacă se inversează sensul curentului prin spira orizontală și apoi în ambele spire.

10. Două spire circulare identice, verticale, izolate electric una de cealaltă, formează între ele un unghi drept. Una din spire formează 30° cu planul meridianului magnetic. Un ac magnetic, suspendat în centrul lor comun, se poate roti într-un plan orizontal. De cîte ori trebuie să fie mai mică intensitatea curentului prin spira orientată la 30° față de meridian decît prin cealaltă, pentru ca acul magnetic să fie orientat după meridian?

R: de $\sqrt{3}$ ori.

11. Care este inducția magnetică în centrul unei bobine cu 100 spire și lungimea de 20 cm, parcursă de un curent electric cu intensitatea de 1 A?

R: $6{,}28 \cdot 10^{-4}$ T.

12. Cum se modifică inducția magnetică în centrul bobinei din problema 11, dacă se introduce în bobină un miez de fier, cu $\mu_r = 200$?

13. Care este fluxul magnetic printr-o suprafață de 10 cm², așezată perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic cu inducția de 10^{-3} T?

R: 10^{-6} Wb.

14. Să se afle fluxul magnetic printr-o secțiune transversală în miezul unei bobine, știind că miezul are secțiunea transversală de 10 cm² și este confecționat din oțel, cu permeabilitatea relativă 700. Bobina are 600 de spire, lungimea de 15 cm și este parcursă de 2A.

R: 0,007 Wb.

15. Un solenoid cu 1 000 de spire și lungimea de 40 cm este parcurs de un curent de 10 A. Ce secțiune are, dacă fluxul magnetic prin suprafața unei spire este de $2 \cdot 10^{-5}$ Wb?

R: 6,3 cm².

16. Printr-o bobină cu $N_1 = 40$ spire trece un curent $I_1 = 4$ A. Ce intensitate I_2 trebuie să aibă curentul printr-o altă bobină, cu aceleași dimensiuni, dar cu $N_2 = 20$ spire, pentru a se obține același flux prin suprafața unei spire ca în prima?

R: $I_2 = I_1 N_1 / N_2 = 8$ A.

17. Un cadru pătrat, cu latura $l = 20$ cm, se rotește uniform cu viteza unghiulară $\omega = 100$ rad/s, într-un cîmp magnetic uniform, cu inducția de 1 T. Axa de rotație este perpendiculară pe liniile de cîmp și trece prin centrul cadrului (fig. 10.27). Se cer:

a) fluxul magnetic prin suprafața cadrului, cînd cadrul este perpendicular pe liniile de cîmp;

b) fluxul magnetic prin suprafața cadrului, după ce s-a rotit cu 90°, 180°, 270°;

c) reprezentarea grafică a fluxului magnetic prin suprafața cadrului în funcție de timp.

R: a) 0,04 Wb; b) 0; −0,04 Wb; 0; c) $\Phi = Bl^2 \cos \omega t$.

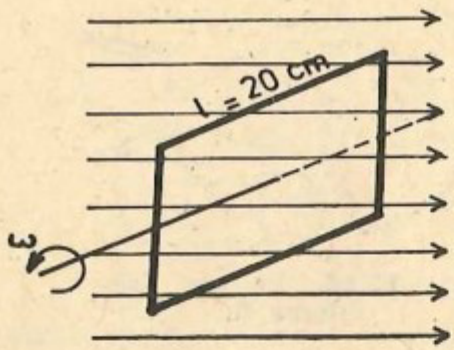


Fig. 10.27. Pentru problema 17.

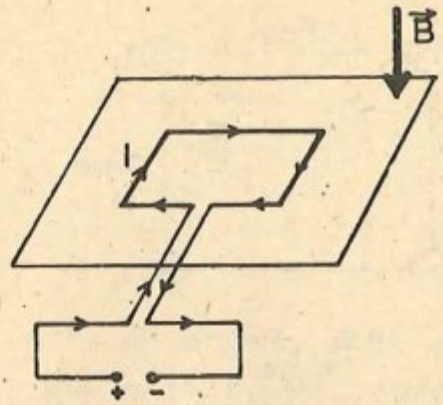


Fig. 10.28. Pentru problema 18.

18. Un cadru dreptunghiular se găseşte într-un cîmp magnetic uniform, îndreptat de sus în jos (fig. 10.28). Cum vor fi orientate forţele ce acţionează asupra fiecărei laturi a cadrului, dacă prin el trece curent electric, în sensul indicat pe figură? Cum vor fi orientate forţele, dacă se inversează sensul curentului prin cadru?

19. Să se determine sensul de rotaţie al electromotorului din figura 10.29.

20. Într-un cîmp magnetic uniform, de inducţie 1 T, se găseşte un conductor lung de 20 cm, aşezat perpendicular pe liniile cîmpului magnetic şi parcurs de un curent cu intensitatea de 10 A. Ce forţă electromagnetică se exercită asupra lui? Ce orientare are această forţă?

R: 2 N.

21. Să se găsească forţa electromagnetică ce acţionează asupra unităţii de lungime a conductorului 4 din problema 7 (fig. 10.25).

R: $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left(\sqrt{I_1^2 + I_3^2} + I_2/\sqrt{2}\right) I_4 = 1{,}13 \cdot 10^{-5}$ N/m.

22. În vîrfurile A, B, C ale unui triunghi echilateral, cu latura $a = 8$ cm, se află trei conductoare paralele. Prin B şi C curenţii sînt de acelaşi sens şi au intensităţi egale $I = 2$ A. Prin A curentul are intensitatea $I' = 4$ A şi este de sens contrar celorlalţi. Să se afle forţa pe unitatea de lungime, care se exercită asupra fiecărui conductor.

R: $\frac{F_A}{l} = \frac{\mu_0 II'}{\pi a} \cos 30° = 3{,}46 \cdot 10^{-5}$ N/m;

$$\frac{F_B}{l} = \frac{F_C}{l} = \frac{\mu_0 II'}{2\pi a} \cos 30° = 1{,}73 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}.$$

23. Două conductoare verticale, paralele, fixe, presupuse infinit de lungi, aflate la distanţa d unul de celălalt, sînt străbătute de curenţi de acelaşi sens, de intensităţi I_1 şi I_2. Între ele se suspendă un al treilea conductor, paralel cu primele. Prin acest conductor circulă un curent de intensitate I_3; el se poate deplasa lateral, în planul celor două conductoare. Să se determine la ce distanţă x de primul conductor se va găsi cel de-al treilea în poziţia sa de echilibru.

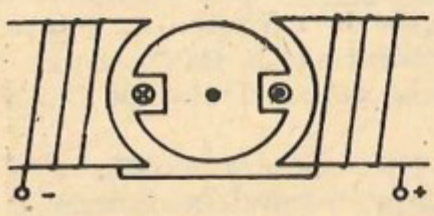


Fig. 10.29. Pentru problema 19.

R: $x = d \frac{I_1}{I_1 + I_2}$

10.6. FORȚA LORENTZ

Cîmpul magnetic acționează asupra unui conductor cu o forță, numai cînd conductorul este parcurs de curent electric. Această observație ne conduce la formularea unei ipoteze: acțiunea cîmpului magnetic nu este legată de existența conductorului ci de existența mișcării purtătorilor de sarcină electrică. Pentru verificarea acestei ipoteze este necesar să obținem mișcarea unor purtători de sarcină electrică, fără existența vreunui metal în care să se miște acești purtători.

Experiment. Utilizăm inscriptorul din trusa de fizică (fig. 10.30). Pe hîrtia de filtru, îmbibată în apă, se așază un cristal de permanganat de potasiu ($KMnO_4$), care în soluție apoasă disociază în ioni negativi MnO_4^-, ușor de recunoscut după culoarea lor violetă, și ioni pozitivi K^+. Colorația violetă se extinde încet în toate direcțiile. Aplicînd o tensiune electrică constantă se observă deplasarea colorației violete spre anod, datorită migrației ionilor negativi spre anod. Se aplică apoi și un cîmp magnetic, cu linii de cîmp perpendiculare pe planul hîrtiei de filtru. Se observă o deviație a ionilor, ceea ce indică o forță perpendiculară pe direcția liniilor de cîmp magnetic și pe direcția mișcării ionilor, deci cu aceeași direcție ca și a forței electromagnetice, exercitată asupra unui conductor străbătut de curent electric. Se pot utiliza, pentru experiment, și alți ioni coloranți: ioni pozitivi, obținuți din sulfat de cupru și amoniu, $(Cu(NH_3)_4)SO_4$, sau din azotat de cobalt, $Co(NO_3)$. Rezultatele experimentelor duc la aceeași concluzie: *asupra oricărui purtător de sarcină electrică în mișcare în cîmp magnetic se exercită o forță.* În onoarea fizicianului H.A. Lorentz, această forță a primit numele de forța Lorentz.

Expresia acestei forțe poate fi dedusă din expresia forței electromagnetice (10.3) care acționează asupra unui conductor de lungime l, aflat în cîmpul magnetic de inducție B și parcurs de curentul I. Intensitatea curentului I poate fi scrisă:

$$I = Q/t = ne/t$$

unde n reprezintă numărul electronilor ce trec printr-o secțiune transversală a conductorului în timpul t, iar e este sarcina electrică elementară. Forța exercitată de cîmpul magnetic asupra fiecărui electron va avea modulul:

$$f_e = \frac{F}{n} = \frac{I\,Bl\sin\alpha}{n} = \frac{ne}{t}\,\frac{Bl}{n}\cdot\sin\alpha = e\cdot\frac{l}{t}\cdot B\sin\alpha = evB\sin\alpha$$

unde $v = l/t$ este viteza medie a electronilor liberi.

O particulă cu sarcina q, ce se deplasează cu viteza v într-un cîmp magnetic de inducție B, va fi acționată de o forță Lorentz:

$$f = qv\,B\sin\alpha. \qquad (10.19)$$

În cazul în care unghiul α dintre viteza particulei și direcția liniilor de cîmp este de 90°, $\sin\alpha = 1$, iar forța Lorentz are modulul:

$$f = qv\,B. \qquad (10.20)$$

Direcția forței Lorentz este perpendiculară pe planul format de vectorii $\vec{v}$ și $\vec{B}$, iar sensul ei depinde de sensul vectorilor $\vec{v}$, $\vec{B}$, precum și

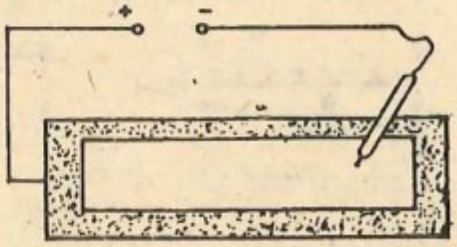


Fig. 10.30. Dispozitiv pentru observarea mișcării ionilor.

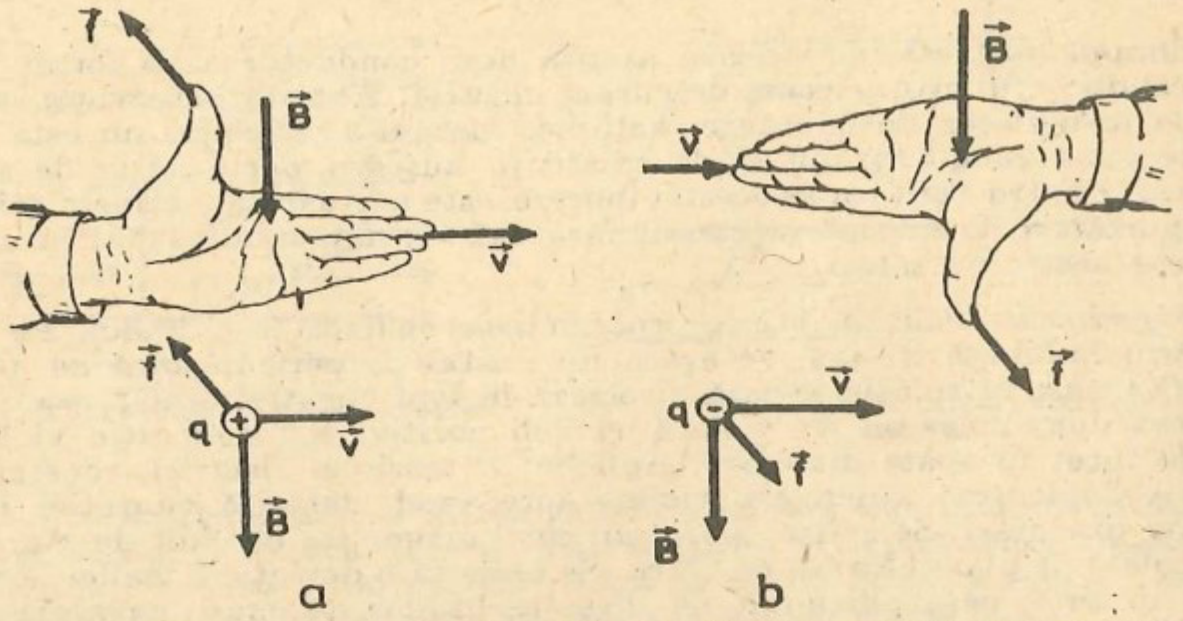


Fig. 10.31. Orientarea forței exercitate de cîmpul magnetic asupra unei particule purtătoare de sarcină electrică:
a) pozitivă; b) negativă.

de semnul sarcinii. Pentru un purtător de sarcină pozitivă, sensul vitezei este același cu al curentului echivalent, deci se poate aplica regula mîinii stîngi cunoscută de la forța electromagnetică, așezînd mîna stîngă paralel cu viteza particulei, cu degetele în sensul vitezei (fig. 10.31, *a*). Pentru un purtător de sarcină negativă, sensul vitezei este invers sensului curentului echivalent, deci mîna stîngă se așază paralel cu viteza particulei, dar cu degetele în sens invers vitezei (fig. 10.31, *b*).

10.7. MIȘCAREA PURTĂTORILOR DE SARCINĂ ELECTRICĂ ÎN CÎMP ELECTRIC ȘI MAGNETIC

O particulă de masă m și sarcină electrică q va fi acționată într-un *cîmp electric uniform* $\vec{E}$ de o forță electrică $\vec{F} = q\vec{E}$, pe direcția cîmpului, în același sens cu el pentru $q > 0$ și în sens opus cîmpului pentru $q < 0$. Această forță va imprima particulei o accelerație $\vec{a} = \vec{F}/m$.

Vom studia mișcarea unui electron care intră într-un cîmp electric uniform, între armăturile unui condensator plan, cu viteza $\vec{v}_0$, normală la liniile de cîmp (fig. 10.32).

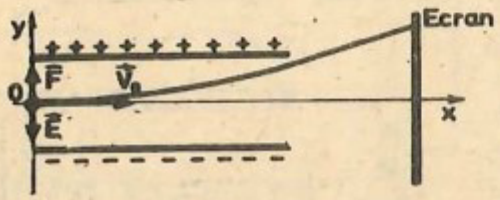


Fig. 10.32. Deviația unui electron într-un cîmp electric uniform.

Cîmpul electric acționează asupra electronului cu forța $\vec{F} = -e\vec{E}$, orientată în sens opus vectorului $\vec{E}$. Alegem un sistem de două axe rectangulare: axa Ox, pe direcția și în sensul vitezei $\vec{v}_0$ și axa Oy, pe direcția și în sensul forței electrice $\vec{F}$. Forța electrică $\vec{F}$ are pe cele

două axe Ox și Oy, componentele: $F_x = 0$ și, respectiv, $F_y = eE$. Viteza inițială $\vec{v}_0$ are pe cele două axe componentele $v_x = v_0$, $v_y = 0$. *Mișcarea electronului după axa Ox* este de accelerație $a_x = F_x/m = 0$, deci este o *mișcare uniformă*, de ecuație:

$$x = v_0 t. \tag{10.21}$$

Mișcarea electronului după axa Oy este de accelerație $a_y = F_y/m = eE/m$, deci este o *mișcare uniform accelerată*, de ecuație:

$$y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{eE}{2m} t^2. \tag{10.22}$$

Eliminînd timpul între ecuațiile (10.21) și (10.22), obținem ecuația traiectoriei electronului:

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2. \tag{10.23}$$

Așadar, în regiunea cîmpului electric uniform dintre armături, electronul este deviat după o *parabolă*. Dacă tensiunea dintre armături este U, iar distanța dintre ele este d, atunci $E = U/d$ și se obține:

$$y = \frac{eU}{2mdv_0^2} x^2. \tag{10.24}$$

Rezultă că *deviația electronului în cîmpul electric uniform dintre armăturile condensatorului este direct proporțională cu tensiunea U dintre armături.*

La ieșirea din cîmpul electric uniform, electronul se deplasează în continuare pe o traiectorie rectilinie, cu viteza pe care o avea în momentul ieșirii; traiectoria rectilinie este deci tangentă la parabolă în punctul de ieșire. Deviația traiectoriei electronilor poate fi observată pe un ecran fluorescent, așezat la distanță de condensator, pe care apare un mic punct luminos în locul pe care cad electronii ce urmează același parcurs. Imagini formate din astfel de puncte luminoase se observă pe ecranul osciloscopului catodic, care se va studia în clasa a XI-a.

Cîmpul magnetic uniform, de inducție $\vec{B}$, acționează asupra unei particule de masă m și sarcină q, ce intră în cîmp cu viteza $\vec{v}$, normală la liniile de cîmp, cu forța Lorentz $f = qvB$, perpendiculară pe viteza $\vec{v}$ (fig. 10.33). Fiind perpendiculară pe viteza particulei, forța Lorentz nu efectuează lucru mecanic, deci nu modifică energia cinetică a particulei; ea modifică numai orientarea vitezei, *acționînd ca o forță centripetă*, fără să modifice și modulul vitezei. Particula va executa o mișcare circulară uniformă, într-un plan normal la liniile de cîmp magnetic.

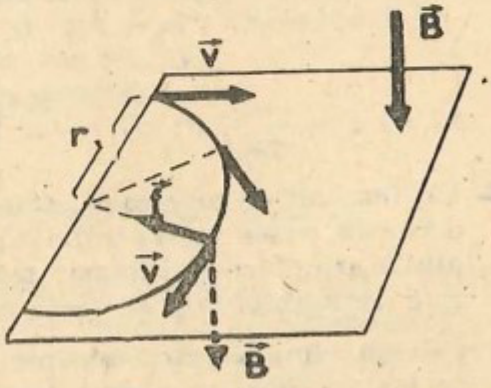


Fig. 10.33. Sub acțiunea forței Lorentz cu care cîmpul magnetic acționează asupra unei particule încărcate, avînd viteza perpendiculară pe liniile de cîmp, particula execută o mișcare circulară uniformă.

Raza traiectoriei r poate fi calculată egalînd expresia forței Lorentz, $f = qvB$, cu expresia forței centripete, cunoscută din cl. a IX-a: $F_c = mv^2/r$. Din relația:

$$qvB = mv^2/r$$

se obține:

$$r = \frac{mv}{qB}. \qquad (10.25)$$

Se poate calcula viteza unghiulară a particulei:

$$\omega = \frac{v}{r} = qB/m$$

și frecvența mișcării circulare în cîmp magnetic:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}. \qquad (10.26)$$

Pentru un cîmp magnetic constant, frecvența mișcării este specifică particulei (depinde de raportul q/m) și este independentă de viteza particulei. Dacă viteza particulei crește, ea va descrie un cerc de rază mai mare, conform ecuației (10.25), dar timpul necesar pentru parcurgerea unei circumferințe rămîne constant. Această proprietate a mișcării particulelor în cîmp magnetic stă la baza construcției ciclotronului, dispozitiv pentru accelerarea particulelor încărcate.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Într-un tub vidat, catodul incandescent emite electroni de masă m și sarcină e, cu viteză inițială neglijabilă, în cîmpul electric uniform dintre catod și anod. Tensiunea dintre catod și anod este U, iar distanța dintre electrozi este d.

a) Să se scrie ecuația mișcării unui electron între catod și anod.

b) După cît timp de la emisie un electron va ajunge la anod?

c) Cîți electroni sosesc pe secundă la anod, dacă intensitatea curentului, înregistrat de un galvanometru intercalat în circuitul anod-catod este I?

Se dau valorile: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
$U = 1\,000$ V; $d = 10$ cm; $I = 4$ mA.

R: *a)* $x = \frac{eU}{2md}t^2$; *b)* $t = d\sqrt{\frac{m}{eU}} = 1{,}05 \cdot 10^{-8}$ s; *c)* $n/t = \frac{I}{e} = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ electroni.

2. Un fascicul de electroni pătrunde între armăturile plane și orizontale ale unui condensator, avînd viteză inițială perpendiculară pe liniile de cîmp electric. Cîmpul electric dintre armături are intensitatea $E = 16\,000$ V/m. Să se arate că greutatea unui electron este neglijabilă față de forța electrică exercitată de cîmp asupra electronului.

3. Într-un cîmp electric uniform, de intensitate $E = 4\,500$ V/m pătrunde un fascicul de ioni pozitivi, a căror viteză inițială este $v_0 = 2\,000$ km/s, orientată perpendicular pe liniile de cîmp. După ce parcurge o distanță $x = 20$ cm, măsurată pe orizontală, fasciculul este deviat cu $y = 2{,}15$ cm de la direcția inițială. Să se calculeze sarcina specifică q/m a ionilor.

R: $q/m = \frac{2v_0^2 y}{Ex^2} = 9{,}55 \cdot 10^8$ C/kg.

4. Într-un tub vidat, un electron pătrunde cu viteza $v_0 = 4 \cdot 10^7$ m/s, perpendicular pe liniile cîmpului electric dintre armăturile unui condensator plan, cu lungimea $x_1 = 4$ cm, distanța dintre plăci $d = 1{,}6$ cm, avînd aplicată tensiunea $U = 910$ V. Să se afle deviația y a electronului față de direcția inițială, măsurată pe un ecran fluorescent aflat la distanța $x_2 = 10$ cm de extremitatea plăcilor condensatorului, perpendicular pe ele.

R: $y = \frac{eU}{2mdv_0^2}(x_1^2 + 2x_1x_2) = 3$ cm.

5. Traiectoria unui fascicul de electroni care se mișcă în vid, într-un cîmp magnetic de inducție $B = 7 \cdot 10^{-3}$ T, este un arc de cerc cu raza $r = 3$ cm. Să se calculeze viteza v a electronilor.

R: $v = eBr/m = 3{,}7 \cdot 10^8$ m/s.

6. Un fascicul de protoni, avînd viteza $v_0 = 2 \cdot 10^6$ m/s, intră într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}2$ T, cu $\vec{v}_0$ perpendicular pe direcția lui $\vec{B}$. Distanța străbătută de fascicul în cîmp magnetic, măsurată pe direcția lui $\vec{v}_0$, este $l = 2{,}5$ cm. Să se calculeze deviația y de la direcția inițială a fasciculului la ieșirea din cîmpul magnetic. Masa unui proton este $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, iar sarcina lui pozitivă este egală cu sarcina elementară e.

R: $y \approx \frac{eBl^2}{2mv_0} = 0{,}3$ cm.

7. Un cîmp electric omogen de intensitate $\vec{E}$ și un cîmp magnetic omogen de inducție $\vec{B}$ sînt orientate perpendicular unul pe celălalt. Ce orientare și ce mărime trebuie să aibă viteza $\vec{v}$ a unui ion pozitiv pentru ca el să poată avea o traiectorie rectilinie cînd este acționat simultan de cele două cîmpuri?

R: $v = E/B \sin \alpha$, orientată perpendicular pe vectorul $\vec{E}$ și formînd unghiul α cu $\vec{B}$.

CAPITOLUL 11

INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

11.1. FENOMENUL DE INDUCȚIE ELECTROMAGNETICĂ

În anul 1831, după 10 ani de cercetări, fizicianul M. Faraday (1791—1867) a pus în evidență pentru prima oară fenomenul de *inducție electromagnetică*. Legătura dintre fenomenele electrice și magnetice, relevată de descoperirea lui H. Oersted din 1820, s-a dovedit a nu fi unilaterală: nu numai un curent electric generează cîmp magnetic, ci și un cîmp magnetic variabil în timp generează curent electric.

Fenomenul de inducție electromagnetică a fost studiat experimental în clasele anterioare. Se vor reaminti cîteva experimente prin care poate fi pus în evidență acest fenomen.

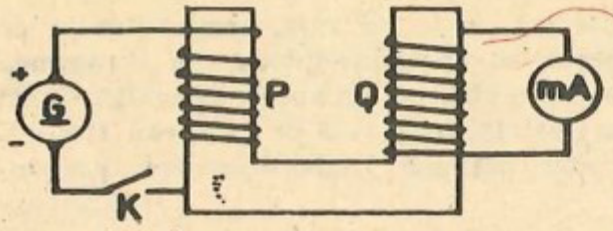


Fig. 11.1. În timpul închiderii sau deschiderii circuitului primar, în circuitul secundar apare curent indus.

Experimentul 1. Se realizează două circuite electrice distincte (fig. 11.1). *Circuitul primar* conține o sursă de tensiune continuă, întrerupătorul K și *bobina primară* P, introdusă pe un miez de fier în formă de U. *Circuitul secundar* conține *bobina secundară* Q, introdusă pe același miez de fier și un galvanometru cu zero la mijlocul scalei. Circuitul secundar nu trebuie să conțină nici o sursă de tensiune. Se închide circuitul primar, cu ajutorul întrerupătorului, și se constată la galvanometrul din circuitul secundar apariția, pentru scurt timp, a unui curent electric, numit *curent electric indus*. Se deschide circuitul primar și se observă din nou, pentru scurt timp, apariția curentului indus în circuitul secundar. Repetînd manevrele de închidere și deschidere a circuitului primar, se observă de fiecare dată apariția curenților induși în circuitul secundar.

În timpul stabilirii curentului în circuitul primar, intensitatea lui variază de la zero la o valoare maximă. Inducția magnetică produsă de curentul din circuitul primar variază și ea de la zero la o valoare maximă. Fiecare spiră a bobinei secundare, aflată în cîmpul magnetic de inducție variabilă, produs de curentul primar, este străbătută de un flux magnetic variabil, de la zero la valoarea maximă. La întreruperea curentului din circuitul primar, fluxul magnetic prin suprafața înconjurată de fiecare spiră a bobinei secundare este variabil, de la valoarea maximă la zero. Așadar, se constată că *de fiecare dată cînd se obține curent indus într-o spiră, fluxul magnetic prin suprafața închisă de spiră este variabil în timp*

Experimentul 2. Se utilizează dispozitivul din figura 11.1 cu întrerupătorul K închis. Se scoate și se introduce bobina secundară Q de pe miezul de fier. Se observă la galvanometru apariția curentului indus în bobina Q, în timpul mișcării ei. Sensul curentului indus, ce apare la introducerea bobinei Q pe miez, este invers sensului curentului la scoaterea bobinei Q de pe miez.

Valoarea inducției magnetice a cîmpului produs de bobina P variază în funcție de distanța la bobină și miezul de fier. Prin deplasarea bobinei Q în acest cîmp magnetic *suprafața fiecărei spire este străbătută de un flux magnetic variabil în timp.*

Experimentul 3. Se utilizează pentru producerea cîmpului magnetic un magnet permanent în formă de bară, iar pentru punerea în evidență a curentului indus, circuitul format dintr-o bobină Q și un galvanometru cu zero la mijloc (fig. 11.2). Se introduce magnetul permanent în bobină; se observă la galvanometru apariția curentului indus. Se scoate apoi magnetul din bobină; se observă apariția unui curent indus de sens contrar.

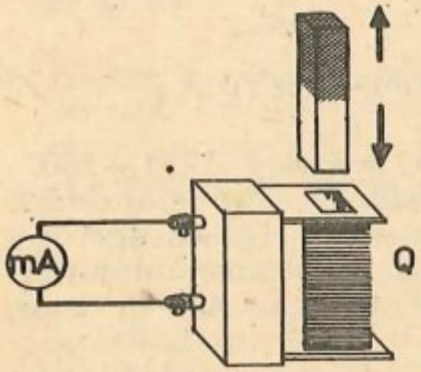


Fig. 11.2. În timpul mișcării magnetului, în circuit apare curent indus.

Prin mișcarea magnetului față de bobina Q, valoarea inducției magnetice în punctele suprafeței închise de fiecare spiră variază, deci *fluxul magnetic prin suprafața fiecărei spire variază.*

Experimentul 4. Se utilizează dispozitivul din figura 11.3, *a*. În cîmpul magnetic uniform, produs între piesele polare ale unei bobine parcurse de curent electric, se rotește uniform un cadru cu spire, ale căror capete sînt conectate la două inele metalice C_1 și C_2 (fig. 11.3, *b*), care alunecă în timpul rotației

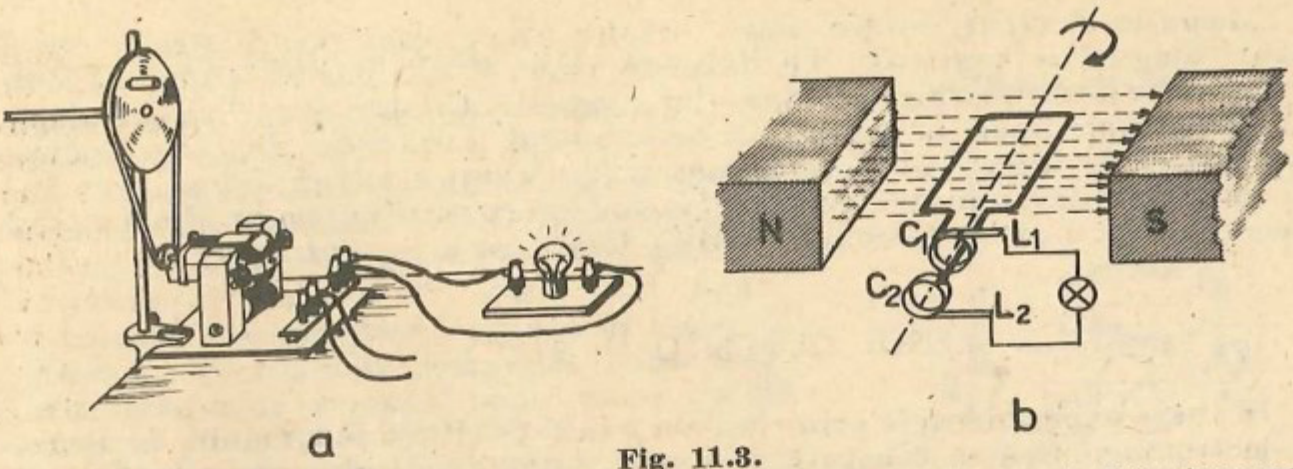


Fig. 11.3.

a) Dispozitiv pentru punerea în evidență a curentului indus într-o spiră ce se rotește în cîmp magnetic uniform. b) Spira rotită în cîmpul magnetic uniform.

sub două lame elastice L_1 și L_2. Circuitul dintre cele două lame elastice se închide printr-un bec sau printr-un galvanometru. Se constată aprinderea becului sau deplasarea acului galvanometrului de o parte și de alta a punctului zero.

În acest experiment inducția magnetică este constantă în timpul rotației spirei, dar variază unghiul dintre suprafața spirei și inducția magnetică, deci *variază fluxul magnetic prin suprafața spirei.*

Așadar, cu ajutorul noțiunii de flux magnetic se poate da o definiție generală a fenomenului de inducție electromagnetică.

Experimentul 5. Se repetă, pe rînd, fiecare din experimentele anterioare, cu circuitul secundar întrerupt. Se intercalează un voltmetru între capetele întrerupte și se constată existența unei tensiuni, atît timp cît variază fluxul magnetic. Rezultă că variația fluxului magnetic prin suprafața circuitului determină apariția în circuit a unei tensiuni electromotoare (fig. 11.4, *a*); dacă circuitul este închis, această tensiune electromotoare va da naștere curentului indus (fig. 11.4, *b*).

Fenomenul de inducție electromagnetică constă din apariția unei tensiuni electromotoare într-un circuit străbătut de un flux magnetic variabil în timp.

Apariția curentului indus dovedește existența unui cîmp electric, care deplasează purtătorii de sarcină electrică liberi din circuit; acest cîmp electric există și în absența circuitului; el ia naștere datorită variației fluxului magnetic. Fizicianul J.C. Maxwell a demonstrat teoretic și ulterior s-a confirmat experimental că în jurul unui flux magnetic variabil în timp apare un cîmp electric cu linii de cîmp închise (fig. 11. 4, *c*).

Așadar, fenomenul de inducție electromagnetică se poate defini mai general ca *apariția unui cîmp electric cu linii de cîmp închise în regiunea în care există un flux magnetic variabil în timp.*

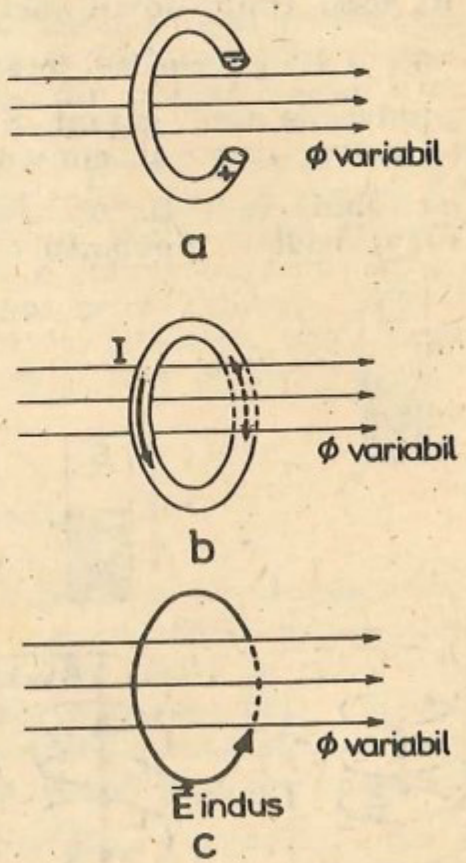


Fig. 11.4.

a) Într-un circuit deschis, străbătut de un flux magnetic variabil, apare o t.e.m. indusă. b) Într-un circuit închis, străbătut de un flux magnetic variabil, apare curent electric indus. c) Într-o regiune în care există cîmp magnetic variabil apare cîmp electric indus, cu linii de cîmp închise.

Mașinile electrice conțin piese metalice mari, care pot fi străbătute de fluxuri magnetice variabile, fie datorită rotației pieselor în cîmp magnetic constant, fie datorită variației cîmpului magnetic. Cîmpul electric indus deplasează electronii liberi ai metalului de-a lungul liniilor lui de cîmp, închise. Apar astfel, în interiorul pieselor metalice, curenți electrici induși, asemănători unor vîrtejuri, numiți *curenți turbionari* sau curenți Foucault, după numele fizicianului francez J. Foucault (1819—1868), care i-a descoperit.

11.2. SENSUL CURENTULUI ELECTRIC INDUS

În toate experimentele prin care s-a pus în evidență fenomenul de inducție electromagnetică se constată că sensul curentului indus depinde de felul în care variază fluxul magnetic inductor: la creșterea fluxului magnetic inductor curentul indus are un sens, la micșorarea fluxului magnetic inductor curentul indus își schimbă sensul. În figura 11.5 sînt prezentate schematic două variante ale experimentului 3 din paragraful 11.1, indicîndu-se și sensul curentului indus. În timpul apropierii magnetului, cîmpul magnetic $\vec{B}$, produs de magnet în punctele din interiorul bobinei, este mai mare într-un moment t_2 decît în momentul anterior t_1 (fig. 11.5, *a*). Sensul curentului indus în bobină în acest timp, determinat experimental, este indicat în figură. Cu ajutorul regulii burghiului se determină sensul inducției $\vec{B}_{indus}$ a cîmpului magnetic produs de acest curent. Se observă că $\vec{B}_{indus}$ este de sens opus lui $\vec{B}$, deci se opune creșterii cîmpului inductor. În timpul îndepărtării magnetului de bobină, inducția $\vec{B}$ a cîmpului magnetic inductor este mai mică în momentul t_4 decît în momentul t_3, anterior (fig. 11.5, *b*). Curentul indus, în acest caz,

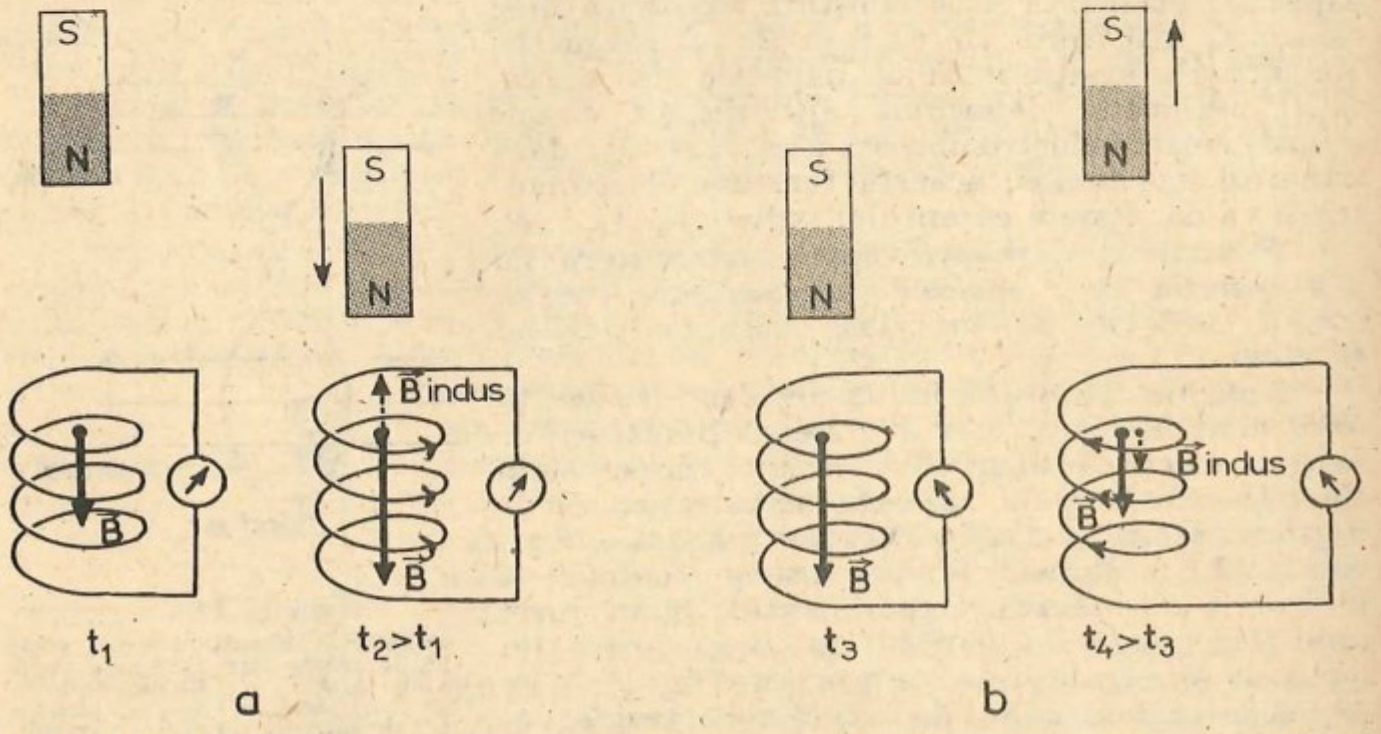


Fig. 11.5. Cîmpul magnetic indus în bobină tinde să compenseze variația cîmpului magnetic inductor:

a) creșterea cîmpului magnetic inductor în timpul apropierii magnetului; b) scăderea cîmpului magnetic inductor în timpul îndepărtării magnetului.

produce un cîmp magnetic cu $\vec{B}_{indus}$ de același sens cu $\vec{B}$, deci care tinde să compenseze scăderea cîmpului inductor.

Prin generalizarea multor observații experimentale, fizicianul H.F.E. Lenz a stabilit o regulă simplă pentru determinarea sensului curentului indus, numită *regula lui Lenz: tensiunea electromotoare indusă și curentul indus au un astfel de sens, încît fluxul magnetic produs de curentul indus să se opună variației fluxului magnetic inductor.*

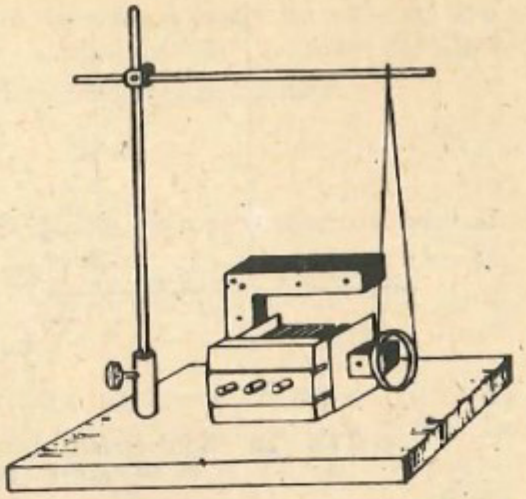


Fig. 11.6. Dispozitiv experimental pentru verificarea regulii lui Lenz cu privire la sensul curentului indus.

Regula lui Lenz se poate verifica și în cazul experimentelor 1, 2 și 4 din paragraful 11.1 Un experiment simplu pentru verificarea regulii Lenz se poate realiza cu dispozitivul din figura 11.6. La capătul miezului de fier al unei bobine se suspendă un inel de aluminiu, cu rol de circuit secundar. Circuitul primar se realizează legînd bobina la o sursă de tensiune continuă, prin intermediul unui întrerupător. Se constată că, în timpul stabilirii curentului în circuitul primar, inelul este respins de bobină, iar în timpul întreruperii circuitului primar, inelul este atras. Aceasta arată că, la închiderea circuitului, curentul indus în inel este de sens contrar celui din bobină (curenții de sens opus se resping), în timp ce la întreruperea curentului, curentul indus în inel este de același sens cu cel din bobină (curenții de același sens se atrag). Curenții de sensuri opuse produc cîmpuri magnetice de sensuri opuse, iar curenții de același sens produc cîmpuri magnetice de același sens. Rezultă că, la închiderea circuitului, cînd curentul inductor și fluxul magnetic inductor cresc, cîmpul magnetic indus este de sens opus celui inductor, deci se opune creșterii lui, în timp ce la întreruperea curentului inductor, cînd fluxul magnetic scade, cîmpul magnetic indus este de același sens cu cel inductor, deci se opune scăderii lui.

11.3. LEGEA INDUCȚIEI ELECTROMAGNETICE

Pentru descrierea cantitativă a fenomenului de inducție electromagnetică trebuie găsită relația dintre tensiunea electromotoare indusă și variația fluxului magnetic inductor. O astfel de relație poate fi ușor găsită în cazul unui conductor de lungime l, deplasat perpendicular pe liniile de cîmp magnetic uniform, cu viteza constantă v (fig. 11.7). Conductorul de lungime l alunecă fără frecare pe două suporturi conductoare paralele sub acțiunea unei forțe exterioare $\vec{F}'$. Aria circuitului străbătut de cîmpul magnetic de inducție $\vec{B}$ crește de la S_1 la S_2, deci fluxul magnetic prin suprafața mărginită de circuit variază de la $\Phi_1 = BS_1$ la $\Phi_2 = BS_2$. Datorită variației fluxului magnetic, în circuit apare un curent electric indus, de intensitate I. Asupra conductorului parcurs de curent, aflat în cîmp magnetic, se va exercita, în acest caz, și o forță electromagnetică $\vec{F}$, de sens opus forței $\vec{F}'$. Conductorul va avea o viteză constantă cînd forțele $\vec{F}$ și $\vec{F}'$, de sensuri opuse, au modulele egale.

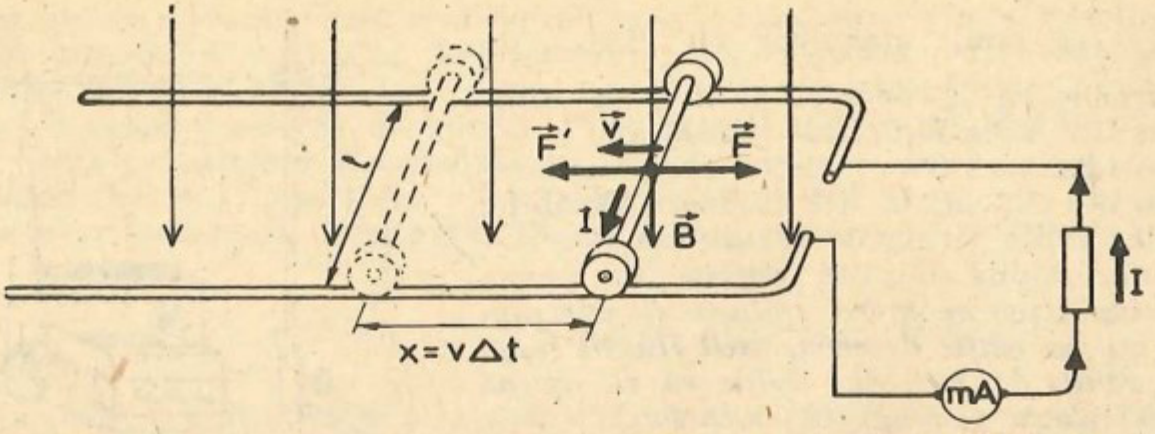


Fig. 11.7. În conductorul de lungime l, deplasat perpendicular pe liniile de cîmp magnetic se induce t.e.m.

Pe seama lucrului mecanic L', efectuat de forța exterioară $\vec{F}'$, în circuit apare energia necesară deplasării sarcinii electrice și instrumentul de măsură (fig. 11.7) indică trecerea curentului indus. În acest caz, cîmpul magnetic mijlocește transformarea energiei mecanice în energie electrică și dispozitivul are rol de *generator de energie electrică*.

Tensiunea electromotoare indusă, notată cu e, reprezintă energia necesară pentru transportul unității de sarcină electrică prin circuit. Se poate exprima $|e|$ în funcție de L' și sarcina electrică Q transportată prin circuit:

$$|e| = |L'/Q|.$$

Lucrul mecanic L efectuat de forța $F' = F = BIl$ este:

$$L' = BIlx.$$

Produsul lx reprezintă aria măturată de conductor în timpul deplasării pe distanța x. Această arie poate fi exprimată ca o diferență între două arii: aria S_2, delimitată de circuitul electric cînd conductorul l este în poziție finală și aria S_1, delimitată de același circuit cînd conductorul l este în poziție inițială. Se poate scrie:

$$lx = S_2 - S_1$$

astfel încît lucrul mecanic devine:

$$L' = BI(S_2 - S_1) = I(BS_2 - BS_1) = I\Phi_2 - I\Phi_1 = I\Delta\Phi. \qquad (11.1)$$

Φ_2 și Φ_1 reprezintă fluxul magnetic prin suprafața delimitată de circuit în poziția finală, respectiv inițială a conductorului l, iar $\Delta\Phi$ este variația fluxului magnetic în timpul deplasării conductorului.

Sarcina Q este transportată în circuit în intervalul de timp Δt, astfel încît:

$$Q = I\,\Delta t.$$

Rezultă pentru t.e.m. indusă relația:

$$|e| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|.$$

Ținînd seamă de regula lui Lenz, conform căreia sensul t.e.m. induse depinde de semnul variației fluxului magnetic inductor $\Delta\Phi$, t.e.m. indusă se exprimă prin relația:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (11.2)$$

Raportul $\Delta\Phi/\Delta t$ poartă numele de *viteză de variație a fluxului magnetic*. *Legea inducției electromagnetice* (legea Faraday), reprezentată de relația (11.2), se poate enunța astfel: *tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața acelui circuit, luată cu semn schimbat*.

Relația (11.2), demonstrată într-un caz particular de variație a fluxului magnetic, se verifică în toate situațiile experimentale, indiferent de felul în care s-a obținut variația fluxului magnetic. Se poate verifica în cazul experimentelor 2, 3 și 4 de la paragraful 11.1, variindu-se la fiecare viteza de deplasare relativă a circuitului secundar față de cel primar. Se constată creșterea intensității curentului indus cînd crește viteza de deplasare a bobinei secundare, a magnetului, respectiv viteza de rotație a spirei în cîmp magnetic.

Relația (11.2) implică stabilirea unor convenții pentru semnul t.e.m. induse e. Să analizăm acest semn în cazul unei spire străbătute de un flux magnetic variabil crescător, $\Delta\Phi > 0$, (fig. 11.8, *a*) și descrescător, $\Delta\Phi < 0$, (fig. 11.8, *b*). În ambele cazuri alegem un sens (s) de parcurgere a spirei, legat de sensul cîmpului magnetic inductor $\vec{B}$ cu ajutorul regulii burghiului: sensul s este sensul de rotire a burghiului pentru a înainta în sensul lui $\vec{B}$. T.e.m. este pozitivă dacă dă naștere unui curent în sensul s de parcurgere a spirei și este negativă dacă dă naștere unui curent în sensul invers sensului s de parcurgere a spirei. Aplicînd această convenție, din relația (11.2) se constată că t.e.m. indusă de un flux magnetic crescător ($\Delta\Phi > 0$) este negativă, deci dă naștere unui curent indus în sensul invers sensului s de parcurgere a spirei (fig. 11.8, *a*). Acest curent produce un cîmp magnetic $\vec{B}_i$, care se opune creșterii lui $\vec{B}$ (regula Lenz). În cazul fluxului magnetic descrescător, $\Delta\Phi < 0$, t.e.m. indusă este pozitivă, deci dă naștere unui curent indus în sensul s de parcurgere a spirei fig. 11.8, *b*) curent care produce un cîmp magnetic indus $\vec{B}_i$ ce se opune scăderii lui $\vec{B}$.

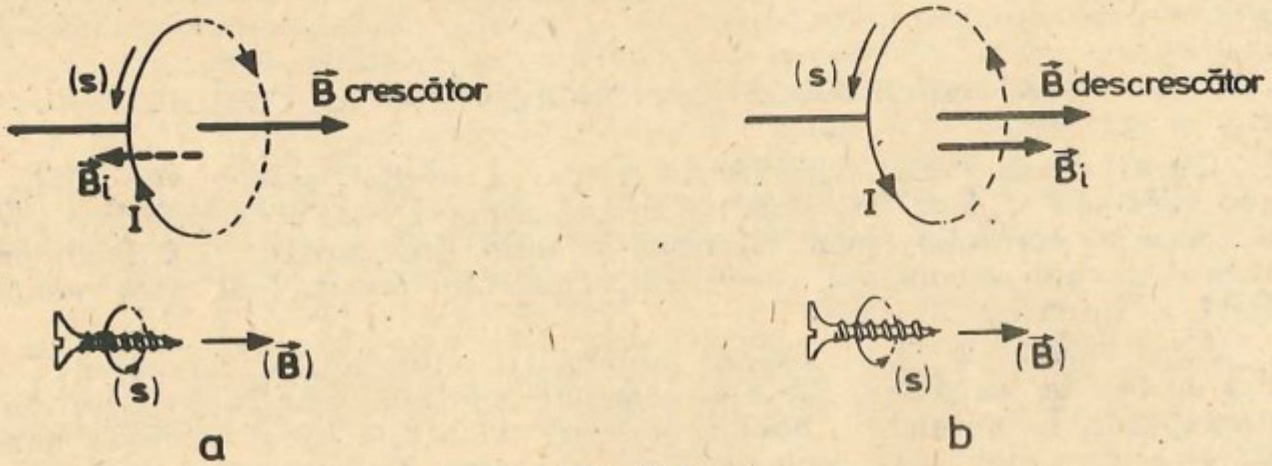


Fig. 11.8.

a) Sensul curentului indus într-o spiră străbătută de un cîmp magnetic crescător ($\Delta\Phi > 0$).
b) Sensul curentului indus într-o spiră străbătută de un cîmp magnetic descrescător ($\Delta\Phi < 0$).

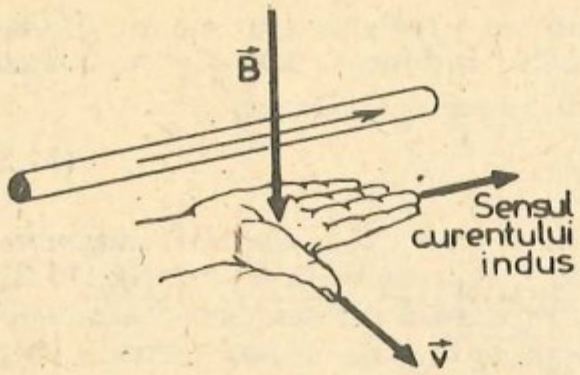


Fig. 11.9. Regula mîinii drepte pentru stabilirea sensului curentului indus într-un conductor rectiliniu, deplasat într-un cîmp magnetic.

Fiecare spiră a unei bobine aflată într-un cîmp magnetic uniform variabil în timp închide o suprafață străbătută de același flux magnetic variabil. În fiecare spiră se induce o t.e.m. dată de relația (11.2), astfel că *t.e.m. indusă într-o bobină cu N spire este* de *N* ori mai mare decît cea indusă într-o spiră:

$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (11.3)$$

În cazul tensiunii electromotoare induse într-un conductor rectiliniu deplasat cu viteză constantă într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe liniile de cîmp (fig. 11.7), variația fluxului magnetic poate fi exprimată în funcție de variația ariei circuitului în timpul Δt:

$$\Delta\Phi = B\Delta S = Blv\Delta t.$$

Din relația 11.2 rezultă expresia *t.e.m. induse în conductorul deplasat perpendicular pe liniile de cîmp:*

$$e = \frac{Blv\ \Delta t}{\Delta t} = Blv. \qquad (11.4)$$

Semnul minus nu a fost introdus în relația (11.4), întrucît sensul curentului indus și deci al t.e.m. induse în conductorul rectiliniu poate fi stabilit cu ajutorul unei reguli, numită *regula mîinii drepte* (fig. 11.9): se așază mîna dreaptă în lungul conductorului, astfel încît vectorul $\vec{B}$ să intre în palmă, iar degetul mare să fie în sensul vitezei de deplasare a conductorului; celelalte patru degete vor indica sensul curentului indus în conductor.

Pentru un conductor rectiliniu perpendicular pe liniile de cîmp magnetic, deplasat cu o viteză $\vec{v}$ care face un unghi α cu vectorul inducție magnetică $\vec{B}$, se demonstrează că t.e.m. indusă are expresia:

$$e = Blv \sin\alpha. \qquad (11.5)$$

11.4. AUTOINDUCȚIA. INDUCTANȚA UNUI CIRCUIT

Experimentul 1. Se realizează un circuit ca cel din figura 11.10: o bobină *L* cu miez de fier, legată în serie cu un ampermetru, este conectată la o sursă de tensiune continuă, prin intermediul unui întrerupător. La închiderea întrerupătorului se constată că acul ampermetrului deviază lent către valoarea finală a intensității.

Experimentul 2. Se realizează circuitul din figura 11.11: bobina *L*, cu miez de fier, se leagă la o sursă de tensiune continuă, prin intermediul unui întrerupător. În paralel cu bobina se leagă un bec, a cărui tensiune nominală este ceva mai mare decît cea dată de sursă. De exemplu, dacă t.e.m. dată de sursă este de 2 V, tensiunea nominală a becului să fie de 6 V. Cînd circuitul este închis, becul nu luminează, tensiunea aplicată la capetele lui

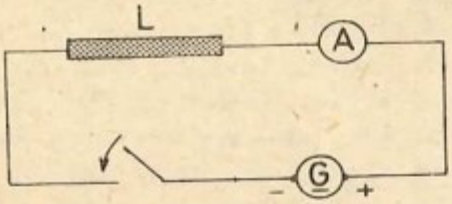


Fig. 11.10. Schema dispozitivului pentru punerea în evidență a autoinducției la închiderea circuitului.

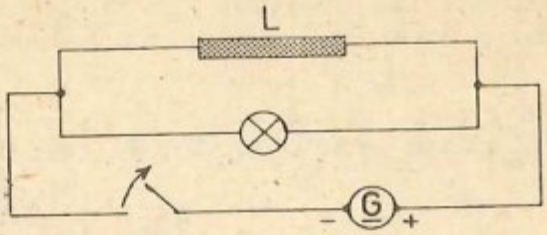


Fig. 11.11. Schema dispozitivului pentru punerea în evidență a autoinducției la deschiderea circuitului.

fiind mai mică decît cea nominală. După întreruperea circuitului, becul luminează, pentru un timp scurt, destul de puternic, deşi sursa de tensiune a fost deconectată.

Experimentele descrise pun în evidență o anumită întîrziere a curentului electric, atît la stabilirea, cît şi la închiderea lui, în circuitele care conțin bobine cu miez de fier. Pentru a explica fenomenul observat, se poate porni de la constatarea că la închiderea şi deschiderea circuitului este comun faptul că intensitatea curentului în circuit variază: crește de la zero la I la închiderea circuitului şi scade de la I la 0 la deschiderea lui. Urmează că şi cîmpul magnetic produs de curentul electric din circuit este variabil în aceste situații: crește la închiderea circuitului şi scade la deschiderea lui. Fluxul magnetic prin suprafața circuitului, produs chiar de curentul prin circuit, este aşadar variabil. Rezultă că fenomenul observat este un caz particular al fenomenului de inducție electromagnetică, la care *circuitul inductor este în acelaşi timp şi circuit indus*, şi de aceea a primit numele de *autoinducție*. Fenomenul trebuie să apară ori de cîte ori fluxul magnetic propriu ce străbate un circuit este variabil, deci nu numai la închiderea sau deschiderea circuitului, ci la orice variație a intensității curentului de circuit.

Autoinducția este fenomenul de inducție electromagnetică produs într-un circuit datorită variației intensității curentului din acel circuit.

Sensul t.e.m. autoinduse poate fi găsit cu ajutorul regulii lui Lenz. Astfel, la închiderea circuitului sau la o creştere a curentului în circuit, t.e.m. de autoinducție trebuie să se opună creşterii intensității curentului inductor, iar la scăderea intensității sau la deschiderea circuitului t.e.m. de autoinducție trebuie să se opună scăderii intensității curentului inductor. În cazul primului experiment, conform regulii lui Lenz, cîmpul magnetic indus trebuie să fie de sens opus celui inductor şi contribuie la slăbirea lui. În cazul experimentului 2, t.e.m. de autoinducție dă naştere unui curent indus suplimentar, de acelaşi sens cu cel inductor, datorită căruia becul luminează şi după deconectarea sursei. Deoarece t.e.m. de autoinducție depinde numai de variația fluxului magnetic inductor, ea poate depăşi t.e.m. a sursei din circuit, ceea ce se constată experimental prin aprinderea becului după deconectarea sursei, cînd el este în circuit doar cu bobina.

Aşa cum s-a văzut în paragraful 10.4, inducția magnetică este direct proporțională cu intensitatea curentului generator de cîmp magnetic: $B \sim I$. Rezultă că fluxul magnetic propriu prin suprafața unui circuit este direct proporțional cu intensitatea curentului I din acel circuit:

$$\Phi = LI, \qquad (11.6)$$

unde L este o constantă de proporționalitate, a cărei valoare este specifică fiecărui circuit, numită *inductanța circuitului*. Inductanța unui circuit este

o mărime egală cu cîtul dintre fluxul magnetic propriu prin suprafaţa acelui circuit şi intensitatea curentului ce trece prin circuit:

$$L = \Phi/I. \tag{11.7}$$

Unitatea de inductanţă în *SI* rezultă din relaţia:

$$[L]_{SI} = \frac{[\Phi]_{SI}}{[I]_{SI}} = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \text{H}.$$

Ea se numeşte henry, cu simbolul H. Un henry este inductanţa unei spire prin a cărei suprafaţă fluxul magnetic propriu este 1 Wb, cînd spira este parcursă de un curent de 1 A.

Variaţia fluxului magnetic propriu, datorită căreia apare t.e.m. de autoinducţie, poate fi scrisă: $\Delta\Phi = L\Delta I$, astfel încît, conform legii fenomenului de inducţie electromagnetică, t.e.m. autoindusă într-o bobină este:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \tag{11.8}$$

unde Φ este fluxul prin suprafeţele tuturor spirelor bobinei.

Aşadar, **tensiunea autoindusă într-un circuit este direct proporţională cu viteza de variaţie a intensităţii curentului din acel circuit, factorul de proporţionalitate fiind inductanţa circuitului.**

La aceeaşi viteză de variaţie a intensităţii curentului, t.e.m. autoindusă va fi mai mare în circuitul cu inductanţă mai mare. Expresia inductanţei unei bobine poate fi calculată, ţinînd seamă că variaţia fluxului magnetic propriu printr-o spiră a bobinei este $\Delta(BS) = S\Delta B = S\mu N\ \Delta I/l$ şi că t.e.m. autoindusă în bobina cu N spire poate fi scrisă:

$$e = -NS\frac{\mu N}{l}\cdot\frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{\mu N^2 S}{l}\cdot\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Comparînd cu relaţia (11.8), factorul de proporţionalitate de pe lîngă $\Delta I/\Delta t$ este chiar inductanţa L a bobinei:

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}. \tag{11.9}$$

Relaţia (11.9) arată că inductanţa bobinei depinde de numărul de spire, secţiunea şi lungimea ei şi de permeabilitatea magnetică a miezului său. Permeabilitatea magnetică a fierului poate fi de sute sau chiar de mii de ori mai mare decît a aerului, astfel încît inductanţa unei bobine creşte foarte mult dacă i se introduce un miez de fier.

11.5. CUPLAJUL INDUCTIV A DOUĂ CIRCUITE ELECTRICE. INDUCTANŢĂ MUTUALĂ

În experimentul 1 analizat la paragraful 11.1 la studiul fenomenului de inducţie electromagnetică (fig. 11.1), apariţia curentului indus în bobina secundară indică apariţia unei energii în această bobină. Cum în circuitul secundar nu este conectată nici o sursă de tensiune, rezultă că energia a fost transferată de la circuitul primar la circuitul secundar, prin intermediul cîmpului magnetic. Circuitele între care se poate transfera energie electromagnetică se numesc *circuite cuplate*. Elementele de circuit care pot realiza cuplajul a două circuite sînt, în general, rezistorii, bobinele şi condensatorii. Cuplajul realizat prin bobine se numeşte *cuplaj inductiv*.

În figura 11.12 sînt prezentate două bobine cuplate inductiv, montate pe același miez. Toate liniile cîmpului magnetic generat de bobina (1) sînt înlănțuite de spirele celeilalte bobine (2); în acest caz cuplajul este maxim. Dacă prin prima bobină trece un curent de intensitate variabilă I_1, el va genera un cîmp magnetic variabil, care va avea un flux magnetic variabil Φ_{12} prin suprafața spirelor bobinei secundare 2. Fluxul magnetic Φ_{12} este proporțional cu I_1, care îl generează; el depinde și de forma, dimensiunile și așezarea relativă a celor două circuite, precum și de natura mediului în care se află circuitele. Analog relației (11.6), se poate exprima fluxul magnetic Φ_{12} al cîmpului produs de bobina primară (*1*) prin circuitul secundar (*2*) ca fiind direct proporțional cu intensitatea curentului I_1, prin intermediul unui factor de proporționalitate L_{12}, care depinde de mediu și de geometria ambelor circuite, numit *inductanță mutuală:*

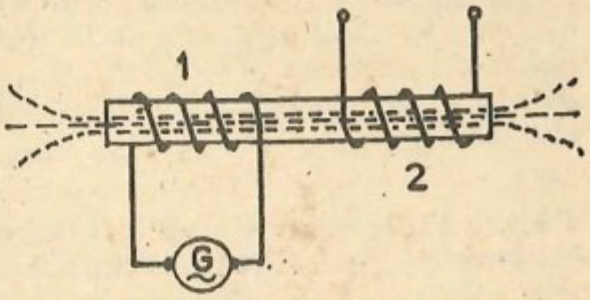


Fig. 11.12. Două circuite cuplate inductiv.

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1. \qquad (11.10)$$

În circuitul secundar apare o t.e.m. indusă e_2, care se poate scrie, conform legii Faraday:

$$e_2 = -\frac{\Delta \Phi_{12}}{\Delta t} = -L_{12}\frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Dacă circuitul secundar este străbătut de un curent electric I_2, variabil, el va genera la rîndul său un flux magnetic variabil Φ_{21}, înlănțuit de circuitul primar:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_2.$$

În circuitul primar se va induce o t.e.m. e_1:

$$e_1 = -\frac{\Delta \Phi_{21}}{\Delta t} = -L_{21}\frac{\Delta I_2}{\Delta t}.$$

Factorul L_{21} depinde numai de mediu și de geometria celor două circuite, ca și L_{12}. S-a demonstrat teoretic și s-a confirmat experimental că $L_{12} = L_{21}$, astfel încît două circuite într-un anumit mediu, avînd formă, dimensiuni și așezare relativ constante sînt caracterizate de un singur *coeficient de inductanță mutuală* L_m.

Tensiunile electromotoare induse în cele două circuite cuplate inductiv se pot scrie:

$$e_1 = -L_m\frac{\Delta I_2}{\Delta t}, \quad e_2 = -L_m\frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Așadar, între două circuite cuplate inductiv există o legătură electromagnetică: variația curentului într-unul din circuite se reflectă în celălalt circuit. Deoarece legătura dintre circuite se realizează numai datorită cîmpului magnetic, se poate presupune că energia transferată de la un circuit la altul este *energia cîmpului magnetic.*

11.6. ENERGIA CÎMPULUI MAGNETIC

Prin experimentul *2* din paragraful 11.4 (fig. 11.11) s-a arătat că, după deconectarea sursei de tensiune, prin circuitul bobinei curentul continuă să circule pentru scurt timp, datorită t.e.m. autoinduse. Intensitatea curentului scade în acest timp de la I la 0, deci cîmpul magnetic al curentului scade. Cum lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea sarcinii electrice prin circuit după deconectarea sursei nu poate fi efectuat pe seama energiei furnizate de

sursă, putem considera că el este efectuat pe seama energiei cîmpului magnetic, care în acest timp scade la zero. Energia cîmpului magnetic poate fi găsită calculînd energia electrică W, transferată circuitului după deconectarea sursei, cînd, datorită t.e.m. autoinduse e, prin circuit este deplasată sarcina electrică q:

$$W = e \cdot q.$$

T.e.m. autoindusă e poate fi exprimată, cu ajutorul relaţiei (11.8), în funcţie de variaţia intensităţii curentului în circuit după deconectarea sursei:

$$e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -L\frac{0 - I}{\Delta t} = \frac{LI}{\Delta t}. \qquad (11.12)$$

Sarcina electrică q transferată prin secţiunea transversală a circuitului în timpul Δt în care curentul scade de la I la 0, poate fi exprimată cu ajutorul valorii medii $\bar{I} = \frac{I + 0}{2} = \frac{I}{2}$ a intensităţii:

$$q = \bar{I}\Delta t = \frac{I}{2}\Delta t. \qquad (11.13)$$

Ţinînd seamă de (11.12) şi de (11.13) rezultă pentru energia electrică W expresia:

$$W = \frac{LI \cdot I\,\Delta t}{2\,\Delta t} = \frac{LI^2}{2}.$$

Aşadar, *energia cîmpului magnetic* poate fi scrisă:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \qquad (11.14)$$

11.7. PROPRIETĂŢILE MAGNETICE ALE SUBSTANŢEI. APLICAŢII*

Experiment. Cu ajutorul dispozitivului a cărui schemă este reprezentată în figura 11.13 se poate studia cîmpul magnetic în diverse substanţe. Bobina P se leagă la o sursă de tensiune, prin intermediul unui întrerupător K. Dacă se întrerupe curentul în circuitul primar, în circuitul secundar, format din bobina Q şi un galvanometru G (fig. 11.13, *a*) se constată apariţia unei t.e.m. induse, a cărei valoare $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_0 - 0}{\Delta t} = -\frac{B_0 NS}{\Delta t}$ este proporţională cu valoarea iniţială a inducţiei magnetice B_0. Presupu-

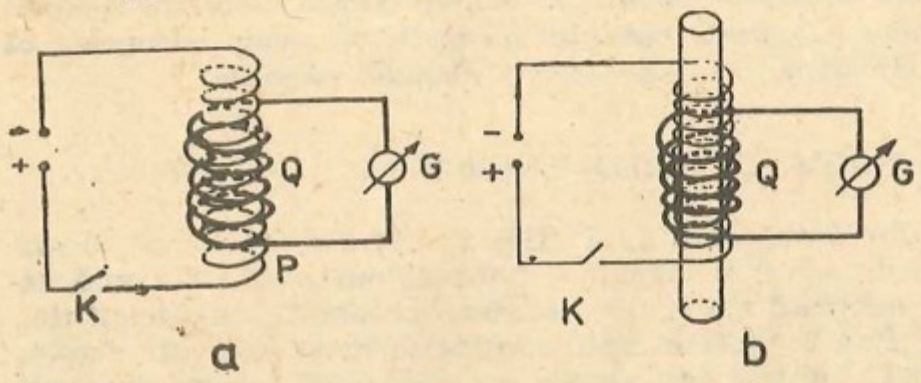


Fig. 11.13. Dispozitiv pentru studiul inducţiei magnetice în diverse substanţe.

* Obligatoriu pentru matematică-fizică.

nînd că în acest experiment intervalul de timp Δt, în care fluxul inductor scade de la valoarea inițială Φ_0 la zero, este același, rezultă că din t.e.m. indusă se poate evalua inducția magnetică inițială. Menținînd constantă intensitatea curentului în circuitul primar, se introduc în interiorul bobinelor pe rînd miezuri de fier, oțel, nichel (fig. 11.13, *b*) și se măsoară de fiecare dată curentul indus la întreruperea curentului în circuitul primar. Se constată creșterea curentului indus, deci creșterea valorii inițiale a inducției magnetice în interiorul bobinei P, cînd în bobină este fier, oțel sau nichel, față de cazul cînd în bobină nu era miez. Raportul între inducția magnetică B în bobina cu miez și inducția magnetică B_0 în bobina fără miez, parcursă de același curent, se poate exprima cu ajutorul relației 10.15:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\mu_0 \mu_r NI/l}{\mu_0 NI/l} = \mu_r$$

și reprezintă permeabilitatea relativă a mediului din interiorul bobinei. Așadar, din raportul curenților induși în bobina Q cu miez și fără miez se poate determina μ_r pentru substanța din care este confecționat miezul. Miezurile utilizate în experiența de mai sus au mărit inducția magnetică de sute de ori. S-a constatat că pentru toate substanțele $\mu_r \neq 1$, dar pentru majoritatea substanțelor μ_r diferă puțin de unitate. Cele mai mari valori pentru μ_r se obțin în cazul substanțelor care conțin fier, nichel sau cobalt, precum și în cazul unor aliaje cu pămînturi rare. Substanțele cu $\mu_r \gg 1$ sînt numite feromagnetice. Celelalte substanțe se împart în două categorii: unele au $\mu_r > 1$ (prezența lor în bobină mărește inducția magnetică), altele au $\mu_r < 1$ (prezența lor slăbește inducția magnetică). Ele au fost denumite paramagnetice ($\mu_r > 1$) și diamagnetice ($\mu_r < 1$). În tabel se dau valorile lui μ_r pentru cîteva substanțe:

Substanțe feromagnetice	μ_r	Substanțe paramagnetice	μ_r	Substanțe diamagnetice	μ_r
Fier	pînă la 5 000	Azot (gazos)	1,000013	Apă	0,999991
Nichel	pînă la 1 000	Aluminiu	1,000023	Sticlă	0,999987
Permalloy	80 000—100 000	Platină	1,000253	Cupru	0,999912

Proprietățile magnetice observate la nivel macroscopic își au originea în proprietățile magnetice la nivel microscopic, ale atomilor și moleculelor substanțelor. Mișcarea electronului este echivalentă cu un curent electric elementar și este deci însoțită de apariția unui cîmp magnetic elementar. În cazul substanțelor *diamagnetice* cîmpurile magnetice elementare se compensează reciproc, astfel încît în ansamblu atomul (sau molecula) nu are cîmp magnetic rezultant. În prezența unui cîmp magnetic exterior asupra fiecărui electron acționează o forță electromagnetică, ceea ce are ca rezultat apariția în atom a unui curent indus, ce va produce un cîmp magnetic elementar, de sens opus cîmpului magnetic exterior. De aceea diamagneticele slăbesc inducția magnetică a cîmpului în care sînt introduse.

În cazul atomilor substanțelor *paramagnetice* cîmpurile magnetice elementare nu sînt complet compensate, astfel că fiecare atom produce un cîmp magnetic rezultant. Un cîmp magnetic exterior orientează curenții elementari, astfel încît cîmpurile lor magnetice să aibă aceeași orientare cu a cîmpului exterior, ceea ce explică creșterea inducției magnetice în prezența *paramagneticelor*. Diamagnetismul este o proprietate pe care o au toate substanțele însă în cazul paramagneticelor efectul orientării cîmpurilor magnetice elementare în sensul cîmpului exterior este preponderent.

Din metale diamagnetice se pot obține aliaje feromagnetice (de exemplu din Cu, Mn și Al); unele aliaje feromagnetice nu au proprietăți feromagnetice (de exemplu aliajul 75% fier și 25% nichel). Aceasta arată că proprietățile feromagnetice sînt ale cristalului și nu ale atomilor. Proprietățile substanțelor *feromagnetice* se explică prin unele caracteristici ale structurii lor. Interacția între cîmpurile elementare ale atomilor din

rețeaua cristalină a feromagneticelor duce la apariția unor regiuni în care cîmpurile magnetice elementare au toate aceeași orientare, numite domenii de magnetizare spontană. În absența unui cîmp magnetic exterior, cîmpurile magnetice ale acestor domenii sînt orientate haotic, pe toate direcțiile; în ansamblu corpul poate să nu aibă cîmp magnetic rezultant. Acțiunea unui cîmp magnetic exterior duce la regruparea acestor domenii în așa fel, încît devin preponderente domeniile care au cîmpul magnetic rezultant cu aceeași orientare ca și a cîmpului magnetic exterior; corpul are, în ansamblu, un cîmp magnetic rezultant, care poate fi mult mai intens decît cîmpul exterior.

PROBLEMĂ REZOLVATĂ

Un solenoid cu $N = 80$ spire și diametrul $d = 8$ cm se găsește într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}24/\pi$ T, avînd axa paralelă cu liniile de cîmp. Solenoidul este rotit cu 180° în 0,2 s, astfel încît axa lui să redevină paralelă cu direcția cîmpului. Să se determine *t.e.m. medie* ce apare în solenoid.

Rezolvare. Din enunțul problemei rezultă că fluxul magnetic prin spirele solenoidului variază, datorită variației unghiului dintre normala $\vec{N}$ la suprafața spirelor și vectorul $\vec{B}$, de la $\alpha_1 = 0$ (fig. 11.14, *a*) la $\alpha_2 = 180°$ (fig. 11.14, *b*). Datorită variației fluxului magnetic prin suprafața spirelor, în fiecare spiră se va induce o t.e.m., conform legii inducției electromagnetice, iar t.e.m. indusă în întregul solenoid va fi:

$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Variația fluxului magnetic prin fiecare spiră a bobinei este:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS\cos\alpha_2 - BS\cos\alpha_1 = -BS - BS = -2BS =$$

$$= -2B\frac{\pi d^2}{4} = -\frac{\pi B d^2}{2}.$$

Rezultă că tensiunea electromotoare indusă medie $\bar{e}$ care apare în solenoid este:

$$\bar{e} = \frac{\pi N B d^2}{2\,\Delta t} = 0{,}307 \text{ V}$$

Semnul plus, obținut pentru t.e.m. indusă în solenoid, arată că sensul curentului indus determinat de ea este același cu sensul ales pentru parcurgerea circuitului pentru ca burghiul să înainteze în sensul lui $\vec{B}$. Aplicînd regula burghiului, se găsește că în bobină curentul indus va circula de la capătul 1 spre 2.

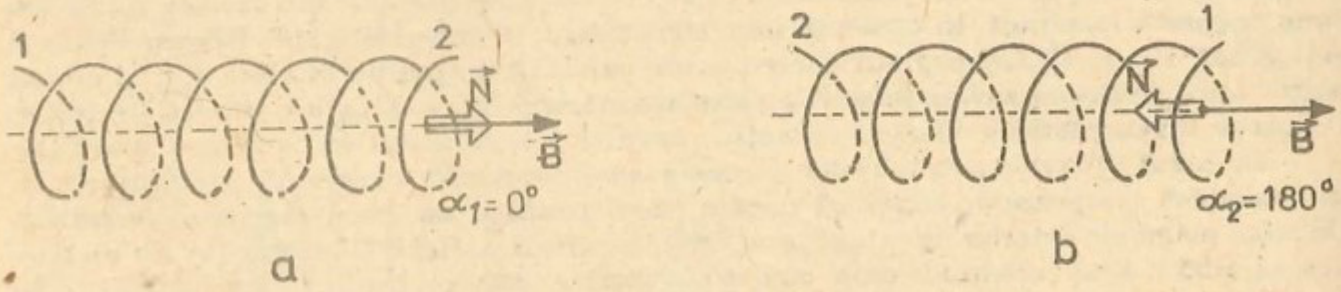


Fig. 11.14. Pentru problema rezolvată.

EXERCIȚII, PROBLEME

1. Cum trebuie deplasată o spiră într-un cîmp magnetic uniform pentru ca în ea să nu apară curent electric?
2. Cum trebuie deplasat un conductor într-un cîmp magnetic uniform, pentru ca la capetele lui să nu apară tensiune indusă?

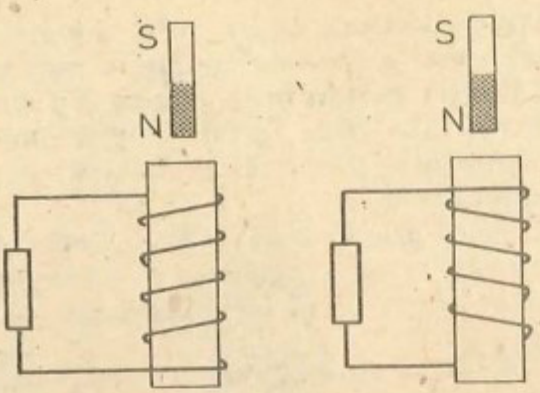


Fig. 11.15. Pentru problema 4.

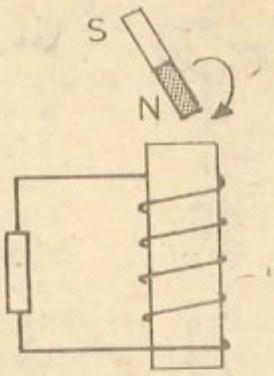


Fig. 11.16. Pentru problema 5.

3. Să se propună și să se realizeze un experiment cu ajutorul căruia să se poată verifica faptul că prin variația ariei unui circuit, aflat în cîmp magnetic constant în timp, se obține în circuit un curent electric indus.

4. Să se stabilească sensul curentului indus în bobinele din figura 11.15, în următoarele situații: magnetul se apropie cu polul nord spre bobină; magnetul se depărtează cu polul nord de bobină; magnetul se apropie cu polul sud de bobină; magnetul se depărtează cu polul sud de bobină.

5. Să se stabilească sensul curentului indus în bobina din figura 11.16 în timpul rotației cu 360° a magnetului, în sensul indicat pe figură.

6. Un cadru de cupru are capetele legate la două inele C_1 și C_2, izolate unul de celălalt (fig. 11.17). Cadrul se rotește în jurul unei axe din planul său, paralelă cu o latură și trecînd prin centrul său, perpendiculară pe liniile unui cîmp magnetic uniform. În timpul rotației cadrului, cele două inele se sprijină pe două suporturi fixe P_1 și P_2, numite perii, la care sînt conectate capetele unui rezistor R. Să se stabilească sensul curentului care circulă prin rezistorul R în timpul unei rotații de 360° a cadrului. Ce tip de dispozitiv poate fi realizat pe baza acestui principiu?

7. Să se stabilească sensul curentului prin rezistorul R din figura 11.18 în timpul rotației cu 360° a cadrului, dacă cele două capete ale cadrului sînt legate la două semiinele de cupru, care în timpul rotației ajung succesiv în contact cu periile fixe P_1 și P_2, între care este legat rezistorul.

8. Într-un conductor rectiliniu, lung de 0,3 m, deplasat cu viteza de 2m/s, perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic uniform, se induce o t.e.m. de 3 V. Ce inducție magnetică are cîmpul? Ce curent va circula prin conductor, dacă el are o rezistență de 0,6 Ω, iar între capetele lui se leagă un rezistor cu rezistența de 9 Ω?

R: 5 T; 0,3 A.

9. O bobină cu $N = 1\,000$ spire și $S = 10$ cm², avînd axa paralelă cu liniile cîmpului magnetic de inducție $B = 1$ T, este scoasă din cîmp într-un timp $t = 0{,}5$ s. Ce t.e.m. medie se va induce în bobină?

R: $e = N_1BS/t = 2$ V.

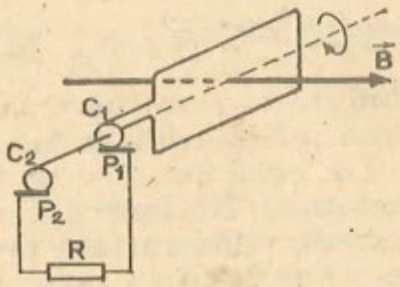


Fig. 11.17. Pentru problema 6.

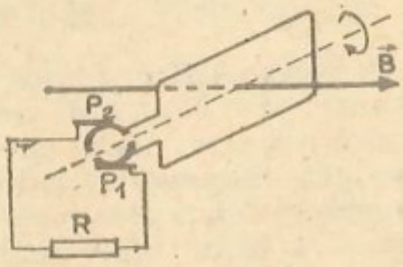


Fig. 11.18. Pentru problema 7.

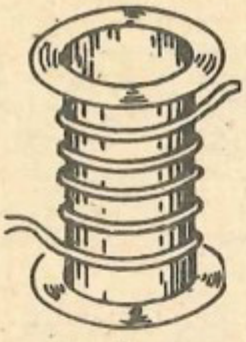


Fig. 11.19. Pentru problema 11.

10. O bobină cu $N_1 = 20$ spire, secțiune $S_1 = 2$ cm² și lungime $l_1 = 2$ cm, este introdusă coaxial într-o a doua bobină, la mijlocul ei. A doua bobină are $N_2 = 1\,000$ spire, lungimea $l_2 = 20$ cm și prin ea circulă un curent cu intensitatea $I_2 = 10$ A. În cît timp trebuie să scadă la zero intensitatea curentului din a doua bobină, pentru ca în prima bobină să se inducă o t.e.m. $e_1 = 1$ V? Ce intensitate I_1 va avea curentul indus prin prima bobină dacă între capetele ei se leagă un rezistor cu $R_1 = 100\ \Omega$? Ce sens va avea curentul indus prin prima bobină față de cel prin bobina a doua?

R: $t = \dfrac{\mu_0 N_1 N_2 I_2 S_1}{e_1 l_2} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ s; $I_1 = e_1/R_1 = 0{,}01$ A.

11. În practica electrotehnică se utilizează așa-numita înfășurare bifilară: o sîrmă se îndoaie și ambele jumătăți sînt înfășurate una lîngă alta, ca în figura 11.19. Să se explice de ce rezistorul obținut prin înfășurarea bifilară nu are inductanță.

12. Să se găsească inductanța unei bobine cu 1 000 spire, avînd lungimea de 36 cm și diametrul de 12 cm, cînd are un miez de fier cu $\mu_r = 400$ și cînd nu are miez.

R: 15,77 H; $3{,}94 \cdot 10^{-2}$ H.

13. O bobină are 100 spire, lungimea de 40 cm, secțiunea de 10 cm². Cu ce viteză trebuie să varieze intensitatea curentului prin bobină, pentru ca în ea să apară o t.e.m. autoindusă de 1 V? Dar dacă în bobină se introduce un miez de oțel cu $\mu_r = 100$?

R: $318 \cdot 10^2$ A/s; 318 A/s.

14. O bobină cu rezistență foarte mică și inductanță 3 H este conectată la o sursă cu t.e.m. 1,5 V. După ce interval de timp intensitatea curentului în regim permanent în bobină atinge 5 A? Se neglijează rezistența sursei.

R: 10 s.

15. O bară metalică, de lungime l și masă M, se găsește pe o masă orizontală. La mijlocul barei este legat un fir fără greutate, fixat la marginea mesei și avînd un corp de masă m la celălalt capăt. Să se determine diferența de potențial maximă ce poate apărea la capetele barei după timpul t de la începerea mișcării, în cîmpul magnetic terestru. Componenta verticală a inducției magnetice a cîmpului magnetic al Pămîntului este B, coeficientul de frecare dintre masă și bară este f. Aplicație numerică: $l = 0{,}5$ m, $M = 0{,}5$ kg; $m = 1$ kg; $t = 5$ s; $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T; $f = 0{,}01$.

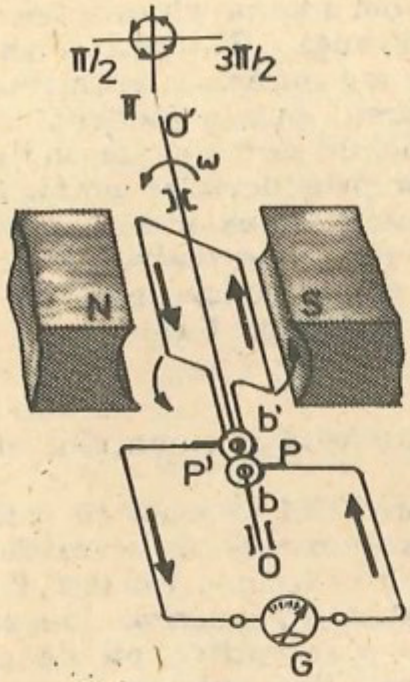
R: $\dfrac{lgtB(m - fM)}{m + M} = 3{,}25 \cdot 10^{-3}$ V.

CAPITOLUL 12

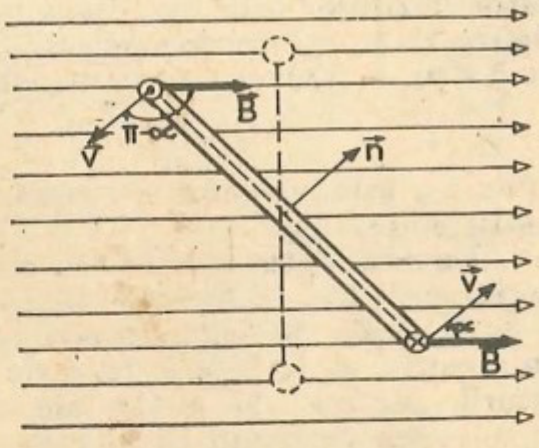
CURENTUL ALTERNATIV

12.1. GENERAREA TENSIUNII ELECTROMOTOARE (t.e.m.) ALTERNATIVE

În electrotehnică cea mai largă întrebuințare o are curentul alternativ sinusoidal prin faptul că poate fi produs, transmis și utilizat în condiții mult mai avantajoase decît curentul continuu. La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul inducției electromagnetice. Rotirea uniformă a unei spire conductoare electric într-un cîmp magnetic uniform sau, invers, rotirea uniformă a unui cîmp magnetic în fața unei bobine fixe, permite obținerea unei t.e.m. alternative sinusoidale. Aceste două posibilități sînt analizate în următoarele două experimente.



a



b

Fig. 12.1 a, b. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui cadru metalic în cîmp magnetic uniform.

Experimentul 1. Un cadru metalic dreptunghiular este rotit uniform în jurul axei de simetrie OO' într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe OO', produs de un electromagnet NS (fig. 12.1, *a*). Capetele cadrului sînt prinse rigid la două inele b și b'. Ele pot aluneca sub două lamele P și P' la care sînt legate bornele unui galvanometru G ce formează circuitul exterior al dispozitivului, circuit cu caracter rezistiv. În laturile AB și CD ale cadrului, laturi care taie liniile de cîmp magnetic, se va induce o t.e.m., care, conform regulii mîinii drepte (burghiului drept), are în fiecare latură, în poziția cadrului în care normala $\vec{n}$ formează unghiul α cu liniile de cîmp, sensul arătat în figurile 12.1, *b* și 12.2. T.e.m. indusă în cadru este suma dintre t.e.m. indusă în latura AB, $e_{AB} = v\,Bl \sin\alpha$ și t.e.m. indusă în latura CD, $e_{CD} = v\,Bl \sin(\pi - \alpha)$, adică $e_{AD} = e_{AB} + e_{CD} = 2v\,Bl \sin\alpha$, α fiind totodată și unghiul dintre viteza conductorului liniar AB și liniile cîmpului magnetic de inducție $\vec{B}$. Pentru mișcarea de rotație uniformă $\alpha = \omega t$, iar $v = a\omega$. Aria cadrului este $S = 2\,al$. Fluxul maxim (cînd $\alpha = 0$) prin suprafața cadrului este $\Phi_m = BS$. Cu aceste precizări, valoarea instantanee a t.e.m. induse poate fi scrisă sub forma $e = \Phi_m \omega \sin \omega t$ sau

$$e = E_m \sin \omega t.$$

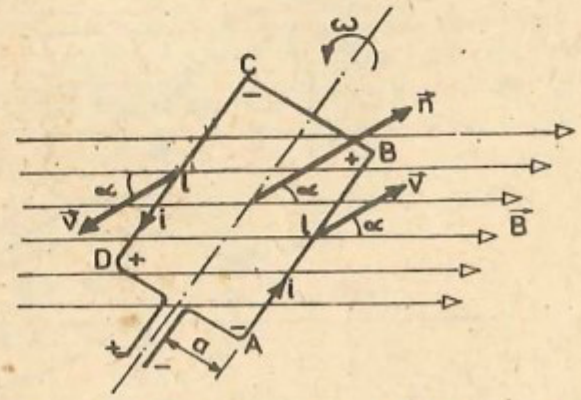


Fig. 12.2. Generarea unei t.e.m. alternative. Prin rotirea cadrului, laturile AB și CD intersectează liniile de cîmp magnetic, în ele să induce t.e.m. *e*. Laturile AB și CD se numesc laturi active.

Rotația uniformă în jurul axei de simetrie a unui cadru metalic într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axa de rotație generează în cadru o t.e.m. alternativă sinusoidală.

Mărimea $E_m = \omega\Phi_m$ se numește valoarea maximă a t.e.m. alternative sinusoidale iar $\omega = 2\pi\nu$ — pulsația t.e.m., $\nu = 1/T$ — frecvența și T — perioada t.e.m.

T.e.m. alternativă indusă în cadru menține un curent alternativ sinusoidal prin circuitul electric al dispozitivului, curent pus în evidență* prin deviațiile alternative, la stînga și la dreapta poziției de zero a acului indicator al galvanometrului. Trecerile acului prin zero și prin deviația maximă au loc în momentele cînd și e ia valoarea zero, respectiv cea extremă, corespunzător pozițiilor cadrului. Rezultă că printr-un circuit pur rezistiv, ca cel din figura 12.1, a, intensitatea curentului alternativ este în concordanță de fază cu t.e.m. e. Valoarea intensității instantanee va fi deci de forma

$$i = I_m \sin \omega t,$$

unde I_m este valoarea maximă (amplitudinea) intensității curentului alternativ sinusoidal.

Experimentul realizat cu dispozitivul din figura 12.1, a arată că valorile extreme $+E_m$, $-E_m$ și $+I_m$, $-I_m$ se obțin în pozițiile în care fluxul $\Phi = \Phi_m \cos\alpha$ este egal cu zero [pentru $\alpha = (2k+1)\cdot\pi/2$, unde $k = 0, 1, 2, \ldots$]. În aceste poziții, viteza de variație a fluxului $\Delta\Phi/\Delta t$ este maximă, deoarece laturile „active" AB și CD ale cadrului taie cele mai multe linii de cîmp în unitatea de timp. În pozițiile în care fluxul are valori extreme ($\alpha = k\pi$), t.e.m. și intensitatea curentului sînt egale cu zero; în aceste poziții ale cadrului laturile active nu taie liniile cîmpului și viteza de variație a fluxului $\Delta\Phi/\Delta t$ este egală cu zero. T.e.m. e este pozitivă dacă $\alpha \in (0, \pi)$ și negativă pentru $\alpha \in (\pi, 2\pi)$. Aceasta înseamnă că, în prima jumătate a rotației, prin cadru circulă un curent indus i care creează un cîmp magnetic paralel și avînd același sens cu normala $\vec{n}$ la cadru, iar în a doua jumătate a rotației curentul indus creează un cîmp magnetic îndreptat în sens opus normalei $\vec{n}$, așa cum rezultă și din aplicarea legii Lenz. Deci, într-o singură rotație, t.e.m. e și curentul indus, de intensitate i, își schimbă sensul (deci și semnul) de două ori, luînd simultan valori extreme sau nule.

În figura 12.3 sînt date graficele variației fluxului magnetic Φ (linia întreruptă), a t.e.m. e și a intensității curentului i în funcție de unghiul de rotație α.

Experimentul 2. O tensiune electromotoare alternativă sinusoidală se poate obține și prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax

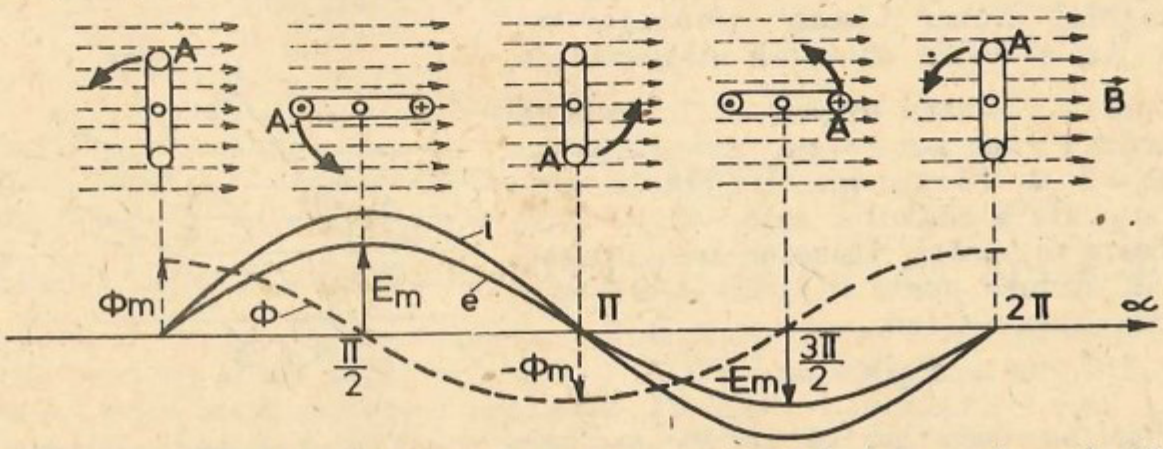


Fig. 12.3. Variația mărimilor oscilatorii armonice e, i și Φ în dependență de unghiul de rotație $\alpha = \omega t$.

* Pentru viteze de rotație a cadrului mici. Din cauza inerției sistemului mecanic al acului indicator, acesta nu poate urmări variația intensității curentului pentru $\nu > 2$ Hz.

orizontal sub o bobină cu miez de fier (fig. 12.4). Bobina este străbătută în fiecare moment de un flux variabil de inducție magnetică, care induce în bobină o t.e.m. alternativă sinusoidală. Curentul sinusoidal care se stabilește prin circuitul montajului experimental din figura 12.4 este pus în evidență prin deviațiile alternativ stînga-dreapta ale acului indicator al galvanometrului (ampermetrului).

Dispozitivul descris, numit și alternator, stă la baza principiului de funcționare a generatorului de curent alternativ din centralele electrice, numit tot alternator.

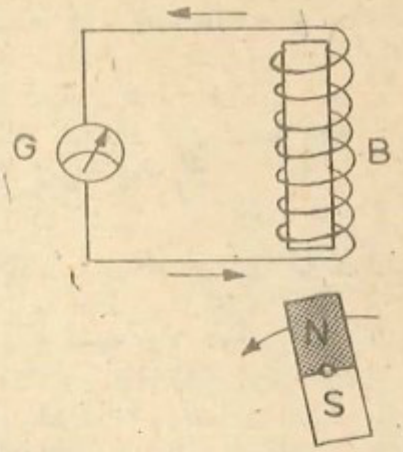


Fig. 12.4. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier.

12.1.1. **Interpretare electronică.** Sub acțiunea t.e.m. sinusoidale electronii liberi din conductorul metalic care formează circuitul electric al dispozitivelor din experimentele descrise vor căpăta o mișcare de ansamblu oscilatorie, sincronă tensiunii electromotoare induse e.

Mărimea numită intensitate instantanee i a curentului electric reprezintă intensitatea curentului electric la momentul de timp considerat. Ea este proporțională cu viteza de oscilație a electronilor. Pentru un circuit de dimensiuni obișnuite, fără derivații, intensitatea instantanee va fi aceeași în toate punctele circuitului. Tensiunea instantanee de la bornele rezistorului din circuitul exterior al alternatorului va fi, ca și în curentul continuu, dată de relația $u = Ri = RI_m \sin \omega t$. Deci u și i vor fi două funcții sinusoidale în concordanță de fază. După cum se va vedea în clasa a XI-a pentru porțiuni ale circuitului care conțin bobine sau condensatoare, i și u pot să nu fie în fază. Deși mărimile u și i sînt definite ca în curentul continuu, ele au în curentul alternativ caracteristici noi care le leagă direct de procesele oscilatorii.

La analiza experimentelor de inducție electromagnetică, care stau la baza explicării producerii t.e.m. alternative sinusoidale, pot fi făcute următoarele precizări:

a) Energia mecanică necesară rotirii uniforme (ω = constant) a cadrului sau a magnetului se transformă, în sistemul fizic reprezentat de cadrul electric conductor (fig. 12.1) sau de bobină (fig. 12.4), în energie a curentului electric alternativ (sinusoidal) indus. Cadrul metalic (sau bobina) constituie un sistem fizic în care se produc oscilații forțate ale electronilor de conducție sub acțiunea t.e.m. alternative induse. Factorul excitator este fluxul de inducție magnetică cu variație cosinusoidală prin suprafața delimitată de cadru $\Phi_c = BS \cos \omega t$ sau prin spirele bobinei $\Phi_b = NBS \cos \omega t$, unde N reprezintă numărul de spire, S — aria unei spire, spirele fiind dispuse în serie.

b) Datorită variației fluxului magnetic

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t$$

în cadru se induce o tensiune electromotoare:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \omega\Phi_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t.$$

Din această egalitate se obține:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\omega\Phi_m \sin \omega t = \omega\Phi_m \cos (\omega t + \pi/2).$$

Din compararea a două din relațiile de mai jos:

$$(b_1)\begin{cases}\Phi = \Phi_m \cos \omega t \\ \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \omega\Phi_m \cos(\omega t + \pi/2)\end{cases} \quad \text{sau} \quad (b_2)\begin{cases}\Phi = \dfrac{E_m}{\omega}\cos \omega t \\ \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = E_m \cos(\omega t + \pi/2)\end{cases}$$

rezultă două importante proprietăți ale mărimilor oscilatorii armonice:

b_1) Viteza de variație $\Delta A/\Delta t$ a unei mărimi oscilatorii armonice $A = A_m \cos \omega t$ este tot o mărime oscilatorie armonică, de aceeași pulsație, având amplitudinea (valoarea maximă) multiplicată cu ω, iar argumentul (faza) crescut cu $\pi/2$ rad, $\Delta A/\Delta t = \omega A_m \cos(\omega t + \pi/2)$. Diferența dintre faza mărimii oscilatorii armonice și faza vitezei ei de variație este $\varphi = \omega t - (\omega t + \pi/2) = -\pi/2$ și — deci — mărimea $\Delta A/\Delta t$ este defazată înainte față de A cu $\pi/2$.

b_2) Invers, dacă viteza de variație $\Delta A/\Delta t$ a unei mărimi A reprezintă o mărime oscilatorie armonică, atunci mărimea A reprezintă tot o mărime oscilatorie armonică de aceeași pulsație, cu amplitudinea împărțită la ω, iar argumentul mai mic cu $\pi/2$ radiani. Mărimea A este, deci, defazată în urmă cu $\pi/2$ rad față de mărimea $\Delta A/\Delta t$, care reprezintă viteza ei de variație*.

Aceste două importante proprietăți (reguli) ale mărimilor oscilatorii armonice vor fi folosite la studiul mărimilor caracteristice ale circuitelor de curent alternativ.

Aplicație: O bobină cadru, dreptunghiulară, având $N = 200$ spire, cu secțiunea $S = 50$ cm², se rotește uniform în sens antiorar cu turația $n = 3\,000$ rot/min într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}2$ T, în jurul unei axe perpendiculare pe direcția cîmpului. Se consideră ca origine a timpului momentul cînd normala la suprafața spirei face unghiul $\alpha' = \pi/6$ cu vectorul inducției magnetice $\vec{B}$ (fig. 12.5).

Să se calculeze frecvența tensiunii electromotoare induse în bobină și să se scrie expresia valorii instantanee a acestei tensiuni.

Soluție: T.e.m. indusă în bobină este

$$e = -N\frac{\Delta}{\Delta t}[BS\cos(\omega t + \pi/6)] = -NBS\omega\cos(\omega t + \pi/6 + \pi/2) = NBS\omega\sin(\omega t + \pi/6)$$

sau $e = E_m \sin(\omega t + \pi/6)$.

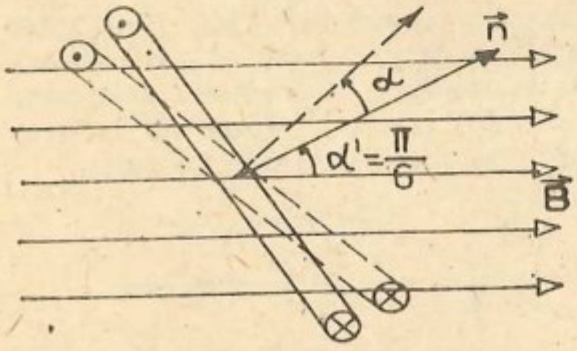


Fig. 12.5. Pentru problema rezolvată.

Dar $\omega = 2\pi\nu = 100\pi$ rad/s, de unde

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{n}{60} = 50 \text{ Hz}.$$

Cum $E_m = NBS\omega = 200 \cdot 0{,}2 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 100\pi = 62{,}83$ V, pentru expresia t.e.m. alternative induse se obține:

$$e = 62{,}83 \sin(100\pi t + \pi/6) \text{ [V]}.$$

* Pentru a fi în deplin acord cu rigurozitatea matematică a calculelor de la punctul (b), se consideră că raportul care exprimă viteza de variație a unei mărimi oscilatorii armonice corespunde pentru $\Delta t \to 0$.

 BeatriceGloria_personal library

12.2. VALOAREA EFECTIVĂ A INTENSITĂȚII CURENTULUI ȘI TENSIUNII ALTERNATIVE

Pînă acum, am considerat în studiul circuitelor de curent alternativ, numai tensiunea electromotoare și intensitatea instantanee de curent cu valorile lor extreme, pozitive și negative. Vom introduce o noțiune nouă, aceea de *valoare efectivă* a intensității curentului și tensiunii alternative. Pentru aceasta pornim de la căldura disipată în prezența curentului alternativ într-un rezistor de rezistență R.

Dacă i este intensitatea instantanee a curentului alternativ care străbate rezistorul R, atunci căldura disipată în intervalul de timp Δt, foarte mic față de perioada T a intensității $i = I_m \sin \omega t$, este egală cu $Ri^2\ \Delta t$.

În diagramele din figura 12.6, curba sinusoidală reprezintă variația cu timpul a intensității instantanee i. Curba trasată cu o linie mai groasă reprezintă variația produsului Ri^2, proporțional cu căldura disipată în rezistor, în funcție de timp. Pentru o perioadă T sau un multiplu întreg de perioadă nT, suprafețele haşurate situate deasupra liniei $RI_m^2/2$ acoperă complet suprafețele nehaşurate dintre abscisă și această linie.

Pentru un interval de timp, egal cu o perioadă T, căldura produsă în rezistor este egală cu aria dreptunghiului $ABTO$, adică

$$Q_T = \frac{RI_m^2}{2}\, T.$$

Rezistorul poate fi parcurs și de un curent continuu de intensitate I care să producă în timpul T o aceeași căldură

$$Q_T = RI^2 T.$$

Din egalarea relațiilor rezultă

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_m.$$

Mărimea I se numește *intensitatea efectivă* a curentului alternativ și are valoarea egală cu 0,707 din intensitatea maximă a curentului alternativ considerat.

Așadar, *valoarea efectivă a intensității curentului alternativ i este egală cu acea valoare a intensității unui curent continuu I care, străbătînd același rezistor ca și curentul alternativ, produce aceeași căldură Q într-un timp egal cu perioada T a intensității curentului alternativ.*

Definind valoarea efectivă a tensiunii curentului alternativ prin relația

$$U = IR$$

rezultă:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ U_m.$$

Instrumentele de măsurare pentru intensitatea curentului și tensiunii alternative indică valori efective.

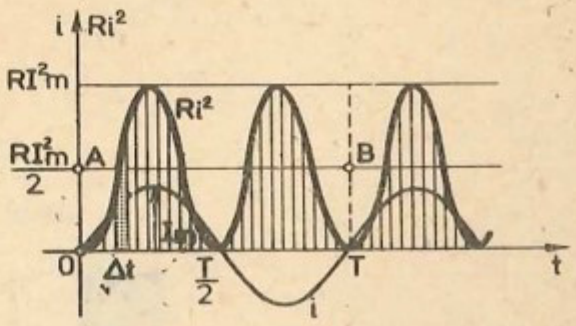


Fig. 12.6. Interpretarea geometrică a valorii efective a intensității curentului alternativ.

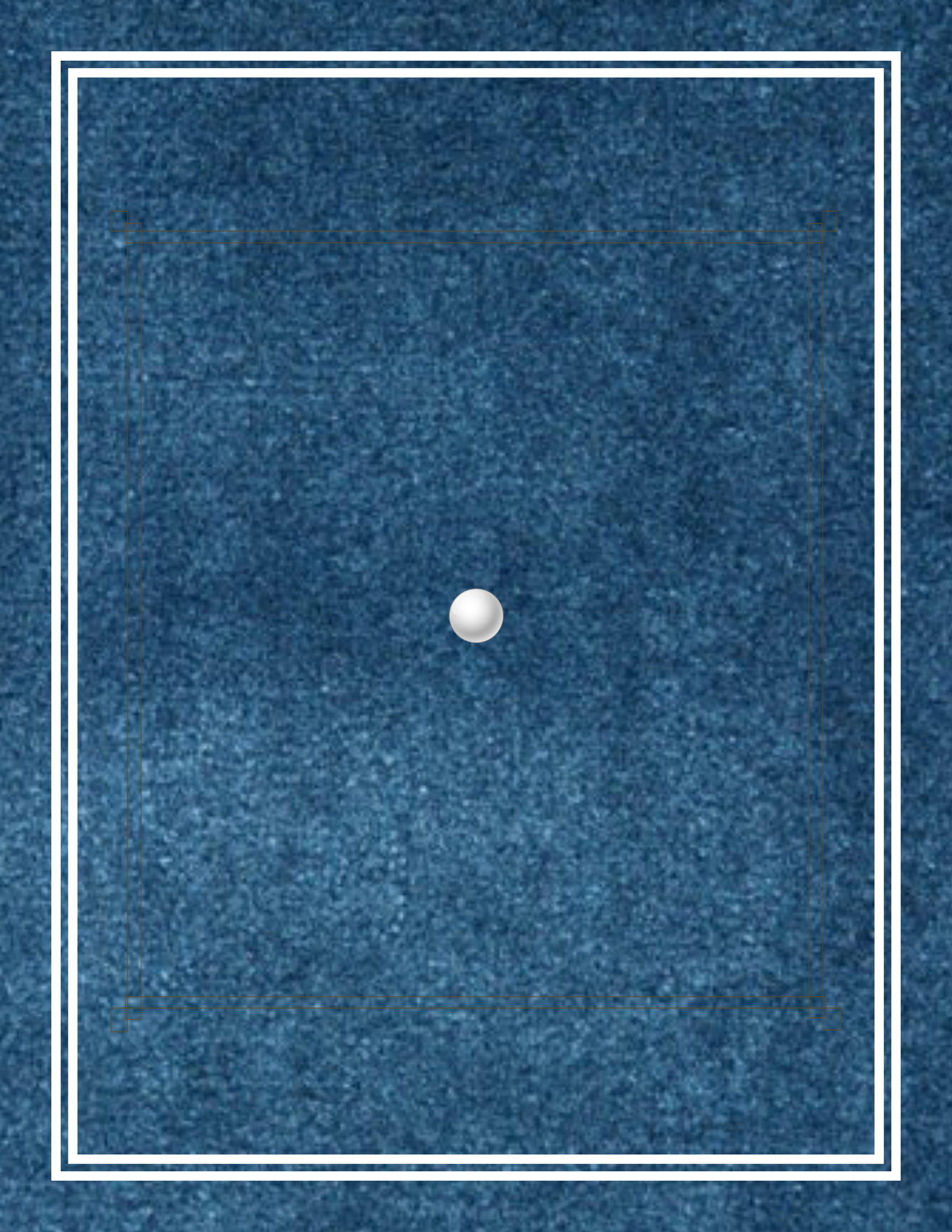
Exemplu. Un ampermetru conectat într-un circuit de curent alternativ indică 20 A. Cu cît este egală valoarea maximă a intensității curentului în circuit?

$$R.: I_m = \sqrt{2}\, I = 1{,}41 \cdot 20 = 28{,}2 \text{ A}.$$

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Un cadru metalic dreptunghiular se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axul de rotație. În ce poziții ale cadrului, față de liniile cîmpului magnetic, se anulează t.e.m. alternativă indusă?
2. Cum se stabilește sensul t.e.m. induse într-un conductor fix, situat deasupra unui magnet care se rotește uniform, axa de rotație fiind paralelă cu conductorul?
3. Care este frecvența industrială standard a curentului alternativ în țara noastră? De cîte ori se schimbă într-o secundă polaritatea unei borne la o priză de tensiune din rețeaua de alimentare cu energie electrică a locuințelor?
4. Ce se înțelege prin valoarea efectivă a tensiunii sinusoidale?
5. O spiră circulară cu raza de 0,1 m și rezistență electrică 0,01 Ω se rotește uniform cu turația de 6 000 rot/min într-un cîmp uniform de inducție magnetică perpendicular pe diametrul în jurul căruia are loc rotația. Știind că inductanța spirei este egală cu cea a unui solenoid fără miez magnetic de lungime 0,2 m și avînd aria secțiunii transversale de 12,7 mm² și 50 spire iar inducția magnetică *e* egală cu cea atinsă în solenoid în cazul în care acesta este parcurs de un curent continuu de 1 A, să se determine:
   a) inductanța spirei;
   b) inducția magnetică;
   c) amplitudinea t.e.m. induse;

   (Olimpiada de Fizică, etapa județeană, 1979.)

   R: 0,2 μH; $3{,}14 \cdot 10^{-4}$ T; 6,25 mV.
6. Doi curenți sinusoidali, de frecvență $\nu = 400$ Hz, prezintă o diferență de fază de π rad. Ce interval de timp separă momentele în care cei doi curenți trec prin valoarea extremă pozitivă?

   R: 1,25 ms.